

**estimación del volumen forestal  
y predicción del rendimiento**  
con referencia especial a los trópicos  
vol. 2 - predicción del rendimiento

por

**d. alder**  
commonwealth forestry institute, reino unido

Las denominaciones empleadas en esta publicación y la forma en que aparecen presentados los datos que contiene no implican, de parte de la Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación, juicio alguno sobre la condición jurídica de países, territorios, ciudades o zonas, o de sus autoridades, ni respecto de la delimitación de sus fronteras o límites.

M-35

ISBN 92-5-300923-3

Este libro es propiedad de la Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación, y no podrá ser reproducido, ni en su totalidad ni en parte, por cualquier método o procedimiento, sin una autorización por escrito del titular de los derechos de autor. Las peticiones para tal autorización especificando la extensión de lo que se desea reproducir y el propósito que con ello se persigue, deberán enviarse al Director de Publicaciones, Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación, Via delle Terme di Caracalla, 00100 Roma, Italia.

© FAO 1981

## PROLOGO

Probablemente son pocas las discrepancias que hay entre los encargados del manejo de los bosques en cuanto a que la capacidad de estimar el volumen de los árboles y de los rodales y de prever lo que producirá el bosque en diferentes sitios con diferentes tratamientos silvícolas es de importancia fundamental para todo proceso de planificación racional relacionado con la actividad forestal. Pero hay mucha diversidad de opiniones acerca de lo que constituye el "rendimiento" y sobre la manera de estimarlo y proyectarlo hacia el futuro.

En el presente manual se hace un esfuerzo por codificar métodos actualmente empleados para estimar el volumen de los árboles y de los rodales y pronosticar el rendimiento del bosque de una manera que sea práctica y útil a las personas encargadas de efectuar estos cálculos sin que necesariamente tengan mucha experiencia en la materia.

Es preciso reconocer que ésta es una esfera de la actividad humana que se encuentra actualmente en un proceso de evolución rápida, sobre todo en lo que respecta a los bosques que crecen en el medio tropical. Por consiguiente hay que considerar todo lo que se dice en el presente manual como provisional y sujeto a futuro perfeccionamiento, según las situaciones particulares que se presenten o las nuevas técnicas que se inventen. Es de notar que haya otras técnicas que no se mencionan en este texto, aunque sean superiores para determinados fines.

Así es que no se trata de un manual en el verdadero sentido de la palabra; es más bien un conjunto de instrucciones para escoger un procedimiento, combinadas con explicaciones más detalladas acerca de la técnica de cálculo que se aplica en algunos casos específicos.

Este manual se refiere especialmente al trópico y es aplicable a los bosques tanto naturales como artificiales. Dada la gran dificultad de estimar el crecimiento y el rendimiento de los bosques naturales mixtos disetáneos, los métodos que se dan a conocer sirven para construir modelos de crecimiento, aplicables principalmente a los bosques coetáneos. No se da ninguna instrucción específica sobre el caso de los bosques mixtos, sino más bien ejemplos de las posibles maneras de resolver los problemas que estos bosques presentan.

Este manual se compone de dos volúmenes. En el primer volumen se dan a conocer las técnicas utilizadas para medir los árboles y estimar el volumen de éstos y de los rodales y en el segundo volumen, las de pronóstico del crecimiento y del rendimiento. En una serie de apéndices se incluyen técnicas estadísticas y matemáticas, algunos cuadros estadísticos, formularios en blanco de cálculo y registro de datos y una bibliografía anotada.

El volumen I de este manual lo redactó Francis Cailliez, Centre Technique Forestier Tropical (CTFT), Nogent-sur-Marne, Francia y el Volumen II, Denis Alder, Commonwealth Forestry Institute (CFI), Oxford, Gran Bretaña, quien también preparó los apéndices. Coordinó la labor de ambos autores Jöran Fries, Universidad Sueca de Ciencias Agrícolas, Upsala, Suecia. Formularon y orientaron los trabajos Jean-Paul Lanly y Karn Deo Singh, Dirección de Recursos Forestales, FAO. Jean Clement (CTFT) colaboró en la etapa inicial de este estudio.

La traducción española del Manual fue hecha por el señor Noel Ogaya de la Facultad de Ciencias Forestales de la Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela, al cual estamos sinceramente agradecidos.

El primer borrador del presente manual se sometió a la consideración del Grupo Sectorial 34.01 de la IUFRO (dendrometría, crecimiento y rendimiento) en su reunión celebrada en Oxford en septiembre de 1979 y se debatió en detalle durante todo un día. Entre los participantes había dendrómetros forestales tropicales, invitados especialmente por la FAO para que hicieran un examen crítico y exhaustivo del contenido del manual. Además se envió este manual a varios especialistas solicitando sus observaciones. Los autores mencionados redactaron una versión corregida del manual basándose en dichas observaciones.

El presente manual es el primero en su género en lo que se refiere a la actividad forestal tropical, pero hay un gran margen para mejorarlo y completarlo. Se necesitan de inmediato sobre todo nuevos estudios complementarios sobre los rodales mixtos no coetáneos. Mucho se agradecerá cualquier sugerencia al respecto.

M.A. Flores Rodas  
Subdirector General  
Departamento de Montes

VOLUMEN II

INDICE

Pág.

1	INTRODUCCION: EL PROBLEMA DE LA PREDICCIÓN DE CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO	1
11	Razones para predecir crecimiento y rendimiento	1
111	Planificación de la producción	1
112	Investigación silvicultural y planificación	1
113	Investigación ecológica y manejo ambiental	1
12	La metodología de la predicción del crecimiento y rendimiento	2
121	La estimación del crecimiento y rendimiento	2
122	La construcción de un modelo matemático y su ajuste a los datos	3
123	Prueba del modelo para su validación	3
124	La aplicación del modelo para el uso final requerido	4
2	DISEÑOS DE ESTUDIOS PARA LA PREDICCIÓN DEL RENDIMIENTO	5
21	Aspectos especiales en la estimación de los parámetros de regresión	5
22	Diseño del muestreo para la construcción del modelo	5
221	Parcelas temporales	5
221.1	Inventarios forestales	6
221.2	Estimación del crecimiento por medio de anillos anuales	6
221.3	Muestreo para obtener relaciones alométricas	6
221.4	Muestreo para definir los parámetros de las operaciones de explotación	6
221.5	Muestreo de regeneración	7
222	Parcelas de muestreo permanentes (PMP)	7
222.1	Cantidad de PMP requeridas	7
222.2	Ubicación de las PMP	7
222.3	Tamaño de las PMP	8
222.4	Forma de las PMP	8
222.5	Frecuencia y época de las mediciones	9
222.6	Muestreo con reemplazamiento parcial	9

23	Diseños experimentales	10
231	Diseños aleatorios	10
231.1	Experimentos en bloques aleatorios	11
231.2	Experimentos factoriales	12
232	Diseños sistemáticos	12
232.1	Experimentos de árboles individuales	12
232.2	Parcelas clinales	13
24	Ejemplos de experimentos de crecimiento y rendimiento	14
241	Bosques uniformes	14
241.1	Experimentos de espaciamiento	14
241.2	Experimentos de clareos para un área basal constante	14
241.3	Experimentos de clareos usando tratamientos de clareos graduales.	15
241.4	Experimentos factoriales con diferentes componentes de tratamientos de clareos	15
242	Bosques mixtos	16
242.1	Diseño de bloques aleatorios	16
242.2	Definición de tratamiento	16
242.3	Diseño y dimensiones de las parcelas	17
3	PROCEDIMIENTOS PARA LA RECOLECCION DE DATOS Y ANALISIS PRELIMINAR	18
31	Delimitacion de las parcelas de muestreo	18
311	Ubicación	18
312	Identificación en el terreno de las parcelas de muestreo permanentes	18
313	Determinación de los árboles del borde	18
314	Marqueo de los árboles	19
315	Mapeo de los árboles de la parcela	19
316	Identificación de los árboles de ingreso	19
32	Formatos para las mediciones de las parcelas de muestreo y análisis preliminar	19
321	Bosque uniforme	20
322	Bosque mixto	23

323	Levantamiento inicial de parcelas permanentes	24
33	Procedimiento de análisis del fuste	26
34	Métodos especiales de estimación del incremento de los árboles	27
341	Mediciones simples	27
342	Mediciones sucesivas en árboles con aletones	27
343	Bandas perimetricas	28
344	Medición de anillos de crecimiento	29
35	Estimación indirecta de la altura de los árboles y de la altura dominante	30
4	SISTEMAS DE ALMACENAMIENTO DE DATOS	32
41	Ventajas de los sistemas de almacenamiento de datos computarizados.	32
42	Validación de datos	33
43	Contratos para la preparación de programas de computación	34
44	Sistemas de almacenamiento de los datos de las parcelas	35
441	Introducción	35
442	Estructura de los archivos	35
443	Comprobación de errores y funciones de edición	36
444	Sumarios de las parcelas	37
445	Programas-utilidades	37
446	Seguridad de la base de datos	38
45	Transferencia de datos entre sistemas de computación	38
5	ANALISIS DE DATOS DE CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO DE LOS BOSQUES UNIFORMES	39
51	Clasificación de sitios	39
511	Uso de la altura dominante como un indicador del sitio	39
512	Construcción de curvas de índice de sitio	40
512.1	Métodos gráficos de construcción	40
512.2	Métodos matemáticos de ajuste de curvas de índice de sitio	44
513	Modelos de estimación de sitio basados en factores ambientales	60

513.1	Modelos funcionales para predicción de clases de sitio	61
513.2	Construcción y selección de variables ambientales	61
513.3	Problemas en la aplicación de funciones de estimación de sitio	62
52	Métodos estáticos de predicción de rendimiento	62
521	Métodos gráficos basados en la función diametro/altura	62
522	Estimación estadística directa de funciones de predicción del diámetro promedio	65
523	Definición de la historia de los tratamientos en función de la densidad y la edad	66
524	Funciones estáticas de rendimiento predictivas de área basal o volumen	67
525	Limitaciones de los modelos estáticos de rendimiento	67
53	Métodos dinámicos de predicción del crecimiento y rendimiento	69
531	La función de incremento del área basal	69
531.1	Incremento del área basal como función de la altura dominante	69
531.2	Otros métodos de predicción del incremento del área basal	70
531.3	Problemas prácticos en el análisis de datos de incremento	71
532	Construcción de un modelo de crecimiento con datos de un experimento de espaciamiento: Hipótesis de respuesta de Marsh	71
533	Conversión de modelos de crecimiento a modelos de rendimiento por integración	74
533.1	Introducción	74
533.2	Teoría básica	74
533.3	Aplicación de un modelo integral de rendimiento a diferentes tratamientos de clareo	75
533.4	Ejemplo de uso de un modelo integral de rendimiento	76
533.5	Ajuste de modelos compatibles de crecimiento y rendimiento a datos de incremento	78
534	Usos de modelos de crecimiento por simulación	79
534.1	Requerimientos de un modelo de simulación	79
534.2	Métodos de construcción de un modelo de simulación	79
534.3	Ejemplo de un modelo simple de simulación	80
54	Clareos	82
541	La proporción de clareo	82

542	Estimación de los rendimientos de clareos en modelos estáticos	88
543	Estimación de los rendimientos de clareos en modelos dinámicos	89
55	Mortalidad	90
551	Mortalidad en el establecimiento	90
552	Mortalidad dependiente de la densidad	91
553	Mortalidad por enfermedades y plagas	91
554	Daños por vientos e incendios	91
56	Predicción del volumen del rodal	93
561	Ecuaciones de volumen del rodal basadas en altura dominante y área basal	93
562	Utilización de ecuaciones de volumen de los árboles para predecir el volumen del rodal	94
563	Estimación del volumen hasta un diámetro límite tope	94
564	Volumen de los clareos	95
57	Técnicas avanzadas de predicción de crecimiento y rendimiento	95
571	Modelos de clases de grosor	95
572	Modelos de posición del árbol	96
6	ANÁLISIS DE DATOS DE CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO DE BOSQUES MIXTOS	97
61	Clasificación de sitio	98
62	Funciones estáticas de rendimiento para bosques mixtos	100
621	Principios generales	100
622	Procedimientos para el análisis de datos	101
623	Métodos de selección de una ecuación de rendimiento	102
624	Problemas con modelos estáticos de rendimiento en bosques mixtos	102
625	Conclusiones en consideración a los modelos estáticos de rendimiento en bosques mixtos	103
63	Modelos de matrices de transición	103
631	Definición de un modelo de matriz de transición	103
632	Métodos de construcción de matrices de transición	105

632.1	Datos de árboles individuales	105
632.2	Datos de clases de grosor	106
633	Refinamientos a los modelos de transición	107
634	Desventajas de los modelos de transición	108
64	Modelos de árbol independiente de la distancia basados en ecuaciones diferenciales	108
641	Definición	108
642	Variables alométricas y dinámicas	109
643	Representación de la competencia	109
644	Requisitos de los datos y enfoques para el análisis	109
645	Estructura básica del modelo	110
646	Ingreso, mortalidad y explotación	110
647	Conclusiones en consideración a los modelos de árbol	111
7	VALIDACION DE LOS MODELOS DE CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO	112
71	El papel de la validación	112
72	Datos de validación	112
73	Errores residuales	113
74	Comparaciones gráficas	114
75	Definición de los límites de utilidad del modelo	115
8	LA APLICACION DEL MODELO PARA EL USO FINAL REQUERIDO	116
81	Introducción	116
82	Rodales coetáneos	116
83	Rodales mixtos	117

## 1 INTRODUCCION: EL PROBLEMA DE LA PREDICCIÓN DE CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO

### 11 RAZONES PARA PREDECIR CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO

Para poder entender las razones de la diversidad de métodos que están siendo utilizados para predecir el crecimiento y el rendimiento, es conveniente examinar en detalle porque las predicciones de crecimiento y rendimiento son necesarias.

#### 111 Planificación de la producción

Un manejo forestal efectivo implica la aplicación de un sistema de tratamientos para el control de la masa forestal de modo tal, que el incremento en valor económico y/o social de dicha masa sea más rápido que el interés acumulado del costo de los tratamientos.

Al mismo tiempo, todas las operaciones de explotación, disminuirán la masa futura en mayor ó menor grado. Una tasa de explotación demasiado severa traerá como consecuencia final la liquidación del recurso forestal; una tasa muy ligera puede privar a la comunidad de recursos inmediatos y reducir el potencial del crecimiento futuro del bosque.

Sóloamente podrán tomarse decisiones racionales sobre intensidad y épocas de clareos y explotaciones, si la respuesta de los bosques a estas operaciones puede cuantificarse. Los estudios de crecimiento y rendimiento son los medios utilizados para lograr este fin.

#### 112 Investigación silvicultural y planificación

Aunque el objetivo primario de los estudios de crecimiento y rendimiento es probablemente la cuantificación de la producción forestal, como respuesta a los tratamientos y explotaciones, existe una marcada relación dual entre estos estudios y prácticas más cualitativas de investigaciones silviculturales. Es una relación dual porque:

- (i) La silvicultura de una especie puede determinar el tipo de modelo a utilizar para predecir su crecimiento, y puede suministrar una base lógica para agrupar especies en bosques complejos. Los aspectos silviculturales más resaltantes de una especie sugerirán relaciones que deben ser incluidas en un modelo cuantitativo, si se desea que dicho modelo sea efectivo.
- (ii) Un modelo cuantitativo que contenga relaciones adecuadas puede ser usado para probar hipótesis silviculturales y para sugerir diseños experimentales y tratamientos que probablemente suministrarán resultados útiles.

#### 113 Investigación ecológica y manejo ambiental

Los modelos cuantitativos para predecir crecimiento y rendimiento pueden interactuar con las necesidades de la investigación ecológica y planificación ambiental de diversos modos. Por ejemplo:

- (i) Un modelo forestal puede indicar la cantidad de luz que llega al suelo en las diferentes épocas del ciclo de crecimiento.
- (ii) Un modelo forestal puede adaptarse rápidamente para mostrar la biomasa y la tasa de producción de una cosecha de árboles.

- (iii) La duración del ciclo de crecimiento durante el cual la cosecha forestal está disponible para los grandes herbívoros es una información importante para el manejo de la fauna silvestre.

Los modelos ecológicos en general usan técnicas diferentes a las empleadas en los estudios de crecimiento y rendimiento forestal. Esto se debe a que los últimos tienen necesidad de concentrarse en predicciones muy precisas de las propiedades geométricas de la cosecha, mientras en ecología, es posible tratar con poblaciones y niveles de un ecosistema en conjunto. Además, los modelos ecológicos tienden a concentrarse en describir o explicar los aspectos cualitativos de un ecosistema: un nivel mayor de precisión rara vez es posible o necesario. Los modelos forestales por su lado, deben ser razonablemente precisos si quieren justificar su existencia y cumplir su propósito. Las técnicas de los modelos ecológicos proporcionan un número de puntos de contacto útiles con los modelos forestales:

- (i) En bosques mixtos, la composición de especies puede ser modelada por medio de técnicas de dinámica de poblaciones.
- (ii) Cuando la mortalidad, defectos o disminuciones del crecimiento sean atribuibles a enfermedades o pestes específicas de conocida etiología, dichas pérdidas pueden cuantificarse con modelos de dinámica de poblaciones, en los cuales la información del hábitat se obtiene de un modelo de crecimiento forestal, y el crecimiento de los árboles está influenciado por la magnitud de la peste o enfermedad.

En el futuro, estos puntos de contacto seguramente serán más numerosos. En particular, el creciente interés en productos no maderables de los bosques y los difíciles problemas de la compleja mezcla de especies y edades en los bosques podrán ser mejor enfocados, usando variantes de los modelos ecológicos de flujo de energía/ciclo de nutrientes.

## 12 LA METODOLOGIA DE LA PREDICCIÓN DEL CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO

La metodología de la predicción del crecimiento y rendimiento puede considerarse como abarcando cuatro fases principales, que se discuten en los párrafos siguientes.

### 12.1 La estimación del crecimiento y rendimiento

La estimación del crecimiento o del rendimiento implica dos tipos de problemas. Uno es el de definición del término rendimiento que puede ser el volumen de los árboles de una cosecha, o el volumen de los árboles de un grupo particular de especies, o también algún producto no maderable, tal como corteza, foliaje, resina, etc. El énfasis más común en los países tropicales está en la predicción del volumen y clasificación de todos los productos maderables incluyendo madera para aserrío y para pulpa, postes y leña. Como la composición de especies afecta la utilidad del producto, el rendimiento no puede considerarse aislado de esta composición de especies en los bosques mixtos.

La medición del rendimiento y del crecimiento es relativamente fácil una vez que se han hecho las definiciones apropiadas. Las dificultades mayores son de índole práctico y están relacionadas con la accesibilidad del bosque, delimitación y medición de parcelas y el mantenimiento de parcelas permanentes durante largos períodos de tiempo. Estos problemas se tratan en las seccio-

nes 2 y 3.

122 La construcción de un modelo matemático y su ajuste a los datos de crecimiento y rendimiento

Una vez que se dispone de datos, puede construirse un modelo matemático y ajustarlo a dichos datos. Un modelo matemático consiste en un conjunto de ecuaciones o gráficos que muestran las relaciones cuantitativas entre las variables.

El procedimiento de ajuste de un modelo puede ser estadístico, usando por ejemplo regresión lineal, o puede ser subjetivo, trazando líneas a través de los datos ploteados en gráficos. Si se requiere, estas curvas hechas a mano pueden expresarse posteriormente como ecuaciones. En el apéndice A de este manual se describen algunos métodos de ajuste de curvas.

Los tipos de curvas dibujadas o de ecuaciones ajustadas pueden basarse en alguna ley natural de crecimiento, o pueden ser empíricos, en cuyo caso las funciones o ecuaciones de ajuste se escogerán únicamente por su habilidad para representar una forma determinada.

En los momentos actuales no existe una función genuina para el crecimiento de los árboles basada en una ley natural, aunque hay algunas, como la función de Chapman-Richard (descrita en la sección 5) que representan parcialmente los procesos de crecimiento.

123 Prueba del modelo para su validación

Una vez que el modelo ha sido construido y ajustado a los datos, debe ser probado para determinar su validez y precisión. Esta operación es preferible hacerla con un segundo conjunto de datos que no haya sido utilizado para ajustar ninguna de las funciones del modelo. El modelo se usa para predecir el comportamiento de los rodales que han suministrado los datos de la comprobación y los resultados se comparan con las observaciones reales.

Frecuentemente es necesario repetir el proceso de validación varias veces, con ajustes o correcciones al modelo como resultado de las aparentes anomalías que se presentan en cada etapa.

Hay una serie de razones por las cuales los modelos pueden comportarse erróneamente cuando se validan:

- (i) El conjunto de datos originales puede representar un patrón diferente de comportamiento del crecimiento que el conjunto de datos con el cual se prueba.
- (ii) Han podido utilizarse en la construcción del modelo métodos inapropiados de ajuste de las ecuaciones.
- (iii) Algunas de las funciones ha podido extrapolarse durante la comprobación con lo cual los datos de la validación han entrado en un intervalo donde son imprecisos.
- (iv) Si el modelo abarca un sistema de ecuaciones puede volverse inestable cuando se trata como conjunto, a pesar de que cada una de las funciones en forma aislada puede ajustar los datos adecuadamente.
- (v) Pueden haber varias clases de errores humanos durante la transcripción o aplicación de las diferentes ecuaciones o gráficos.

Estos puntos se exponen con cierta extensión, con el fin de enfatizar la importancia de probar cualquier modelo antes de aplicarlo a la planificación

o investigación. En la sección 6 se trata la validación de modelos con detalle.

#### 124 La aplicación del modelo para el uso final requerido

Esencialmente los modelos de crecimiento y rendimiento pueden ser aplicados en una de las tres formas siguientes:

- (i) Como una simple tabla o gráfico, o conjunto de tablas o gráficos. Estas pueden ser utilizadas directamente por los planificadores forestales o pueden alimentar en forma tabular a un computador para mantener al día conjuntos de datos de inventario.
- (ii) Como un programa para un ordenador o computador que pueda producir una tabla o gráfico de crecimiento y rendimiento para un conjunto particular de tratamientos. Esto es apropiado cuando el modelo tiene suficiente flexibilidad inherente y no es posible definir todas las predicciones en un sólo conjunto de tablas.
- (iii) Como un programa de computación en forma de subrutina, contenido en un programa general de planificación forestal y al cual puede incorporarse una base de datos de información de inventarios y varias funciones restrictivas de tipo económico o técnico sobre operaciones de explotaciones y tratamientos.

## 2 DISEÑOS DE ESTUDIOS PARA LA PREDICCIÓN DEL RENDIMIENTO

### 21 ASPECTOS ESPECIALES EN LA ESTIMACIÓN DE LOS PARÁMETROS DE REGRESIÓN

Los diseños experimentales y de muestreo para estudios de crecimiento y rendimiento deben condicionarse al tipo de modelo de ajuste de los datos a obtenerse, que usualmente es alguna clase de modelo de regresión.

Al respecto, deben tenerse siempre pendiente los puntos siguientes:

- (i) Cuando se sabe que el modelo a ser ajustado es lineal, los tratamientos experimentales ó el muestreo debe concentrarse en los dos extremos de la línea. Para un plano de regresión relativo a 3 variables, se mostrarán las 4 esquinas extremas.
- (ii) Con frecuencia, la forma precisa de la función a ajustar es desconocida y posiblemente será alguna curva. Una buena práctica en este caso, es dividir el intervalo de la variable predictora en 5 secciones iguales y efectuar muestreos de igual intensidad en cada sección (sujeto a (iii) más abajo).
- (iii) La intensidad de muestreo en cualquier parte del intervalo debe ser proporcional a la varianza de las muestras con respecto al modelo. Esto es particularmente importante cuando se predice el volumen, como se señala en la parte I de este manual.
- (iv) El muestreo aleatorio o sistemático por superficies, que es muy apropiado para inventarios forestales, es ineficiente como basamento para la construcción de modelos de crecimiento y rendimiento, pues significa una intensidad de muestreo demasiado alta en la parte central del intervalo de respuesta y demasiado baja en los extremos de la respuesta.
- (v) En los diseños experimentales para predicción del crecimiento y rendimiento, siempre deben incorporarse los tratamientos extremos, especialmente los relacionados con la densidad del rodal. Esta práctica puede añadir mucha precisión al modelo.

### 22 DISEÑO DEL MUESTREO PARA LA CONSTRUCCIÓN DEL MODELO

El muestreo es una alternativa de la experimentación en situaciones donde las variables que entran en el modelo no pueden ser controladas por el investigador. En estudios de crecimiento y rendimiento esta condición se aplica principalmente a las variaciones de sitio. Los tipos de bosque pueden controlarse al seleccionar las áreas experimentales o al establecer los tipos de bosques deseados; la densidad de los rodales puede ser controlada por operaciones silviculturales y de explotación.

Los experimentos son generalmente más eficientes, y por lo tanto menos onerosos que el muestreo, para una determinada exactitud y precisión de la predicción. Sin embargo se necesitan datos de ambos tipos, si las variaciones de sitio van a incluirse efectivamente en el modelo.

Los efectos reales de las operaciones de explotación son también muy difíciles de simular experimentalmente y normalmente se determinan por un programa de muestreo, efectuado inmediatamente después de la explotación.

#### 221 Parcelas temporales

Las parcelas temporales se usan primordialmente para la estimación de rela-

ciones independientes del tiempo. Sin embargo esta distinción no es tan clara, ya que existe la posibilidad de determinar relaciones dependientes del tiempo con la información de los anillos de crecimiento, en situaciones donde éstos existan.

#### 221.1 Inventarios forestales

Los diseños de inventarios forestales están orientados principalmente para obtener estimaciones confiables de las masas boscosas en relación a las superficies que ocupan. Sin embargo, mucha de la información obtenida puede ser útil en estudios de crecimiento y rendimiento.

El aspecto general del diseño y análisis de inventarios forestales está cubierto en el manual de la FAO de inventarios forestales.

Generalmente es ineficiente, requerir mediciones de parámetros en todas las parcelas del inventario forestal para las predicciones de crecimiento y rendimiento. Es preferible seleccionar un conjunto de parcelas para mediciones más detalladas.

#### 221.2 Estimación del crecimiento por medio de anillos anuales

Donde los anillos anuales estén claramente presentes, pueden realizarse los estudios en parcelas temporales en lugar de parcelas permanentes. En general la estimación del incremento por medio de anillos anuales es más difícil y cara que el uso de parcelas permanentes para este fin. Por otra parte sin embargo, se obtienen resultados mucho más rápidamente.

#### 221.3 Muestreo para obtener relaciones alométricas

Una relación alométrica es la que se establece entre dos mediciones de un árbol. Por ejemplo, la relación entre el diámetro de la copa y el diámetro del fuste o entre la altura total y la altura del fuste. Las relaciones alométricas pueden ser importantes en algunos modelos. Los datos necesarios, a menudo, no se obtienen en forma utilizable de un inventario forestal, de modo que es deseable hacer un programa de muestreo para determinar las relaciones.

La unidad básica del muestreo es usualmente el árbol individual, pero por conveniencia se establecen parcelas y se miden todos los árboles de ellas. El número de muestras dependerá de las relaciones a estudiar. Un buen procedimiento es analizar los datos a medida que se van obteniendo y terminar el muestreo una vez que se ha alcanzado el grado de precisión requerido. Una tarifa de volúmenes de los árboles es un ejemplo particular de una relación alométrica.

#### 221.4 Muestreo para definir los parámetros de las operaciones de explotación

La mayoría de los modelos de predicción aceptan como entrada (input) las especificaciones formales de las operaciones de explotación intermedias o cíclicas. Es posible asumir que la operación fué ejecutada tal como se especificó, pero también es posible formular un programa de muestreo para examinar las relaciones entre las especificaciones teóricas y los resultados reales. Adicionalmente, muchos modelos requerirán información sobre aspectos de la explotación no cubiertos en las especificaciones. Por ejemplo, usualmente es necesario conocer la distribución diamétrica de los árboles removidos o la relación entre el número de árboles removidos y su área basal. Un muestreo llevado a cabo inmediatamente después de la explotación puede proveer información en estos aspectos. Alternativamente, pueden establecerse parcelas semipermanentes que se miden antes y después de las operaciones de

explotación para obtener información precisa de los árboles removidos. Una característica general de estos estudios es la necesidad de usar parcelas mayores que para otro tipo de estudios. Dimensiones típicas podrían ser:

Bosques uniformes	0.1 - 0.5 ha
Bosques mixtos tropicales	5 - 10 ha

Esto es debido a que las operaciones de explotación tienden a producir efectos muy heterogéneos asociados con los caminos de extracción y las áreas de carga.

#### 221.5 Muestreos de regeneración

En bosques mixtos tropicales, o en cualquier otro tipo de bosques no coetáneos, o en bosques uniformes que se regeneran por germinación directa, las estimaciones de la regeneración pueden ser una parte importante de los modelos de predicción del rendimiento.

Las parcelas de muestreo de la regeneración son pequeñas. Pueden ser subparcelas dentro de las parcelas de inventarios forestales convencionales o pueden basarse en un diseño de muestreo deferente, que se lleva a cabo de 3 a 5 años después de la explotación. Típicamente las parcelas se dividen en cuadrados: en cada cuadrado se observa la presencia o ausencia de las especies. Puede efectuarse también un conteo de árboles sobre un cierto diámetro o altura, pero usualmente con esto no se añade mucho a la utilidad de la información. Tamaños típicos de estas parcelas son 0.01 (10 x 10 m) ó 0.04 ha (20 x 20 m), subdivididas según el caso en cuadrados de 1 m<sup>2</sup> ó de 4 m<sup>2</sup>.

#### 222 Parcelas de muestreo permanentes (PMP)

Muchos forestales consideran los datos obtenidos de PMP como la contribución más importante para los modelos de crecimiento y rendimiento. Aunque esto es verdad en muchos casos, los experimentos deben considerarse como una adición necesaria para introducir tratamientos extremos que no se encuentran en el bosque. También la medición de anillos anuales significa una alternativa a las mediciones en PMP.

##### 222.1 Cantidad de PMP requeridas

No es posible definir el número de PMP requeridas desde un punto de vista puramente estadístico. La precisión de un modelo, ajustado a datos de PMP, dependerá de la localización de las parcelas, de la duración de las mediciones posteriores, así como de las covarianzas de las diferentes variables predictoras y coeficientes en el modelo ajustado.

La experiencia sugiere sin embargo, que aproximadamente 100 parcelas que cubran las variaciones de sitio y el desarrollo histórico del rodal pueden ser suficientes en un determinado tipo de bosque o en una plantación, a menos que haya evidencia de diferentes patrones de crecimiento sobre una parte de la zona de estudio.

##### 222.2 Ubicación de las PMP

Las parcelas de muestreo permanente deben ubicarse con igual frecuencia en:

- sitios pobres
- sitios promedios
- sitios buenos

y en:

- rodales de baja densidad

- rodales de densidad promedio
- rodales muy densos

y en:

- rodales jóvenes o recientemente explotados
- rodales a mitad del ciclo o turno de corta
- rodales a la edad de rotación o al fin del ciclo de corta.

Esto probablemente conlleva una distribución espacial de las parcelas muy de sigual y parece ser proporcionalmente deficiente para los rodales promedios. Sin embargo, éste es el método más eficiente de muestreo para determinar los parámetros de regresión de acuerdo a lo señalado en la sección 21. El tipo de estratificación implícito en lo dicho anteriormente, puede no ser posible debido a falta de conocimientos de las condiciones de crecimiento del bosque, en cuyo caso las parcelas se ubican sistemáticamente o usando una estratificación geográfica para obtener una cobertura uniforme. En este caso se requerirá un número mucho mayor de parcelas que si se usa el tipo de estratificación, más efectivo, descrito anteriormente.

### 22.3 Tamaño de las PMP

En general el tamaño de las parcelas de muestreo permanente está determinado por el tipo de bosque, la homogeneidad de la masa forestal y la distribución de las especies.

En bosques mixtos tropicales, un tamaño de 1 ha es usualmente apropiado. Puede ser conveniente dividir la parcela en 100 cuadrados de 10 x 10 m. En bosques uniformes se usan normalmente parcelas de unas 0.05 ha.

Estas cifras pueden sufrir grandes variaciones por diversas circunstancias. Para experimentos son más comunes parcelas de mayor tamaño. La siguiente tabla suministra algunas indicaciones al respecto, aunque las cifras indicadas no deben ser tomadas muy rígidamente:

#### Tamaño de las parcelas permanentes

Tipo de bosque	Mixto	Uniforme
Parcelas de muestreo	1 - 2 ha	0.04 - 0.08 ha
Experimentos (excluyendo aislamiento)	1 - 5 ha	0.08 - 0.12 ha
Estudios de operaciones de cortas reales*	5 - 10 ha	0.1 - 0.5 ha

\* Como contraposición a operaciones simuladas, las cuales se clasifican en la categoría de experimentos.

### 22.4 Forma de las PMP

Generalmente las parcelas de muestreo permanentes pueden ser rectangulares o circulares. En inventarios se han utilizados otras formas, por ejemplo cruces y conglomerados de parcelas circulares, que tienen ventajas específicas para

muestreo de bosques, pero que no son particularmente útiles como PMP. Las parcelas circulares son más rápidas de ubicar que las rectangulares para tamaños inferiores a 0.1 ha en rodales poco densos y 0.05 ha en rodales densos. También se recomienda su uso en plantaciones como superficie efectiva no dependiente de las líneas de plantación.

Las parcelas rectangulares son más adecuadas para tamaños mayores de 0.1 ha. La relación entre la longitud y la anchura de las parcelas rectangulares puede ser variable. En terrenos pendientes, es preferible una relación alta, hasta de 5 a 1, con la longitud siguiendo la pendiente y la anchura las curvas de nivel. Para terrenos planos, una parcela cuadrada tendrá menor perímetro y por lo tanto será más fácil de demarcar y medir.

#### 222.5 Frecuencia y época de las mediciones

La frecuencia de las mediciones de las PMP dependerá de la tasa de crecimiento de los árboles. En las parcelas nuevas es provechoso efectuar la segunda medición después de un lapso de tiempo más corto que el normal, con el fin de utilizar lo más rápidamente posible los datos de crecimiento que suministren.

En líneas generales puede decirse que mientras mayor sea el lapso entre las mediciones con mayor precisión podrá determinarse el incremento de los árboles.

En una organización responsable de un gran número de PMP es una buena idea alternar las mediciones de manera que quizás sólo un tercio de las parcelas se midan en un año cualquiera.

A continuación se indican intervalos aproximados entre dos mediciones sucesivas:

<u>Tipo de bosque</u>	<u>Intervalo entre mediciones (años)</u>
Plantaciones jóvenes en los trópicos	1
Plantaciones viejas u otro tipo de bosque uniforme en los trópicos	2 - 4
Bosques mixtos tropicales	3 - 5
Bosques templados uniformes	3 - 5

La época de las mediciones debe tomar en cuenta los efectos estacionales. Si existe una estación de crecimiento definida, las mediciones deben efectuarse después de dicha estación. En cualquier caso, una parcela determinada debe medirse siempre en el mismo mes, cuando las mediciones son anuales, para permitir comparaciones y estimaciones de crecimiento anuales. Con lapsos mayores y climas menos estacionales, la época de medición es menos crítica.

En algunos casos la época de medición puede estar restringida por consideraciones de accesibilidad o posibilidad de trabajar sólo en determinadas fechas.

#### 222.6 Muestreo con reemplazamiento parcial

Estrictamente hablando, el muestreo con reemplazamiento parcial es un diseño de inventario donde se utilizan parcelas semipermanentes para complementar la información de las parcelas temporales. Sin embargo, el mismo contexto general puede aplicarse a las parcelas de muestreo permanente.

Mientras más veces se mida una PMP, menor será la información que suministra, comparada con las mediciones previas, a menos que se encuentre en un estrato de densidad-edad-sitio de un rodal que no haya sido suficientemente muestreado. Para bosques con edades uniformes surgen dos estrategias básicas de muestreo en relación a las PMP:

- (i) Las parcelas están establecidas en todas las clases de edad. En este caso el muestreo es más eficiente si una proporción de las parcelas se reemplaza después de la tercera o cuarta medición.
- (ii) Las parcelas se establecen sólo en plantaciones jóvenes (porque no existen clases de edad mayores). En este caso, una proporción de las parcelas, un 30%, debe mantenerse durante la rotación. El restante 70% se reemplazará después de 3 ó 4 mediciones.

En bosques mixtos se presenta una situación análoga, excepto que en lugar de la edad, se toma el número de años transcurridos desde la última operación de extracción.

### 23 DISEÑOS EXPERIMENTALES

Los experimentos son la fuente de datos más eficiente y útil para la construcción de modelos de crecimiento y rendimiento. Sin embargo, la utilidad de muchos experimentos llevados a cabo en investigaciones forestales está limitada por falta de una clara representación del modelo matemático que va a comprobar el experimento.

Los estudios de crecimiento y rendimiento no tratan fundamentalmente con la determinación de diferencias significativas entre tratamientos, sino con la construcción de superficies de respuesta. Por esto, es un error común, asumir que los experimentos forestales de larga duración puedan proveer soluciones útiles a problemas originados por causas económicas actuales.

Casi siempre ocurre que cuando el experimento comienza a suministrar información útil, las condiciones económicas han cambiado de tal manera, que los resultados son irrelevantes.

La solución de este problema es concebir el experimento con intención de definir principios generales a través de modelos matemáticos, más bien que con el fin de seleccionar el 'mejor' de una serie de tratamientos.

Similarmente, los parámetros a medir nunca deben definirse en términos económicos, sino siempre en términos silviculturales o ecológicos.

Los experimentos de poca duración que se definen en términos de parámetros económicos son necesarios para conocer el costo de los tratamientos silviculturales y la determinación del rendimiento utilizable, en relación a métodos específicos de explotación, pero estas materias están fuera del alcance del presente manual.

Los principales diseños experimentales que son relevantes para las investigaciones de crecimiento y rendimiento pueden dividirse en aleatorios y sistemáticos. Los primeros pueden estar sujetos al análisis de varianzas convencional, mientras que los últimos son normalmente satisfactorios cuando la regresión es el principal método de análisis y pueden ser más económicos en su ejecución que los diseños aleatorios. Los diseños aleatorios también pueden analizarse por regresión, y por lo tanto, preferirse probablemente en todos los casos, excepto en los experimentos de espaciamientos en plantaciones.

#### 231 Diseños aleatorios

La principal característica de los diseños aleatorios es la asignación de los tratamientos a las parcelas del experimento por algún proceso aleatorio,

usualmente una tabla de números aleatorios.

Otra característica es el principio de replicación. Cualquier tratamiento de be replicarse como mínimo dos veces, en dos parcelas diferentes.

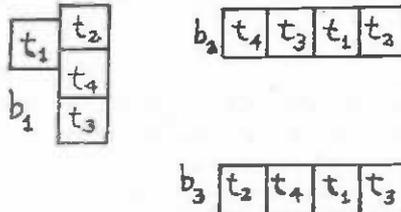
Estas dos características son el común denominador de una amplia diversidad de diseños experimentales que, incluyen experimentos irrestrictamente aleatorios, látices, cuadrados latinos, bloques incompletos, parcelas divididas.

Los libros de textos más comunes, tales como Snedecor (ver bibliografía), cu bren el análisis y el uso apropiado de tales diseños. Dawkins, en su bien cono cido libro de formatos, suministra planillas para el cálculo de muchos de estos diseños.

En estudio de crecimiento y rendimiento probablemente sólo dos diseños aleatorios son comúnmente apropiados: los bloques aleatorios y los experimentos factoriales

### 231.1 Experimentos en bloques aleatorios

La estructura de un experimento típico en bloques aleatorios completos, se ilustra a continuación:



Los tratamientos, de los cuales puede haber cualquier número (como mínimo 2), se designan como  $t_1$ ,  $t_2$ , etc. Se agrupan en bloques denominados  $b_1$ ,  $b_2$ , etc. Puede haber cualquier número de bloques. Cada bloque contiene una réplica de cada tratamiento.

Los bloques están dispuestos de tal manera, que las variaciones de sitio o de condiciones forestales, son pequeñas dentro de los mismos, comparadas con las variaciones entre ellos.

Las parcelas de un bloque no necesariamente tienen que ser adyacente físicamente, como se muestra arriba, pero usualmente deben estar relativamente cercanas comparado con la distancia entre los bloques.

Los tratamientos se asignan a cada parcela dentro de un bloque usando una tabla de números aleatorios.

Un bloque aleatorio incompleto surge cuando uno o más tratamientos no se replican en uno o más bloques. Esto puede ser un aspecto deliberado del diseño, especialmente cuando hay un gran número de tratamientos, o puede ser el resultado de la pérdida de una o más parcelas por accidentes. El análisis de varianza de un experimento de bloques aleatorios incompletos es más complejo que en el caso de bloques completos, pero en lo relativo a estudios de regresión, no existe una gran diferencia entre ambos.

En los experimentos de crecimiento y rendimiento, los bloques aleatorios son adecuados para situaciones donde los tratamientos no forman un continuo dimensional claramente definido. Por ejemplo, si los tratamientos comprenden espaciamientos iniciales en una plantación, estos pueden variarse continuamente en cuyo caso los diseños factoriales o clinales son más apropiados. Pero si los tratamientos son especificaciones de tratamientos de explotación en bosques húmedos expresados en función de grupos de especies y diferentes límites de corta para diferentes grupos, entonces no está clara la continuidad entre los tratamientos y no pueden usarse diseños factoriales o clinales. En este caso, un diseño de bloques aleatorios es más apropiado.

### 231.2 Experimentos Factoriales

Los experimentos factoriales se utilizan en situaciones donde el tratamiento consiste de dos o más factores interactuantes. Por ejemplo, en un experimento de clareo de una plantación, uno de los factores puede representar la edad y el otro la intensidad del clareo como dos factores separados. Cada nivel de un factor se combina con cada nivel de cada uno de los otros factores, así si hay tres niveles de un factor y dos niveles de un segundo factor, habrá en total seis tratamientos.

Todos los tratamientos deben ser replicados al menos dos veces. Es eficiente agrupar las replicaciones en bloques, pues ello permite tener en cuenta la variación entre bloques.

Los tratamientos cualitativos, tales como por ejemplo, poda o no poda, pueden ser incluidos en un experimento factorial, como un tratamiento con dos niveles: presencia o ausencia.

Los experimentos factoriales son muy apropiados para estudios en bosques uniformes, que abarquen época e intensidad de clareos, espaciamiento inicial, podas, uso de fertilizantes y control de maleza. Existe más dificultad para aplicarlos extensivamente en bosques mixtos a causa de la compleja naturaleza de la definición de los tratamientos y de sus efectos.

### 232 Diseños sistemáticos

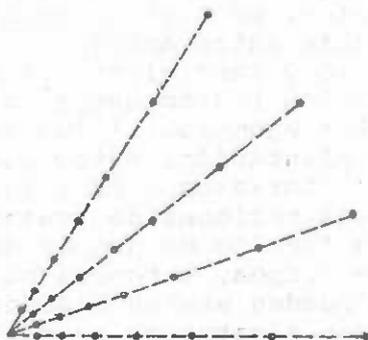
Los diseños sistemáticos son aquellos, en los cuales la asignación de los tratamientos no es aleatorio, sino consecuencia de algún esquema, para economizar en el tamaño y costo del experimento. Los experimentos sistemáticos no pueden ser analizados por análisis de varianza, pero son muy eficiente como medios para proveer datos en la estimación de los parámetros de regresión.

La aplicación principal de los diseños sistemáticos se orienta hacia experimentos de espaciamiento en bosques uniformes. En aquellas situaciones donde hayan algunas dudas sobre los resultados del experimento, por ejemplo en experimentos de fertilización debe usarse un diseño aleatorio.

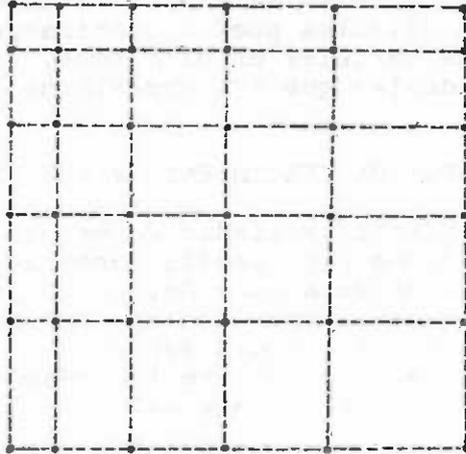
En los experimentos de espaciamiento existen dos enfoques básicos de diseños.

#### 232.1 Experimentos de árboles individuales

En el diseño de espaciamiento sistemático de árboles individuales, el espaciamiento entre cada árbol varía en una forma continua. Un ejemplo muy conocido es el abanico de Nelder, en el cual los árboles se plantan en los radios que salen de un punto central, incrementándose la distancia entre árboles a lo largo de los radios en la misma proporción que la distancia entre los radios. La apariencia general se ilustra a continuación:



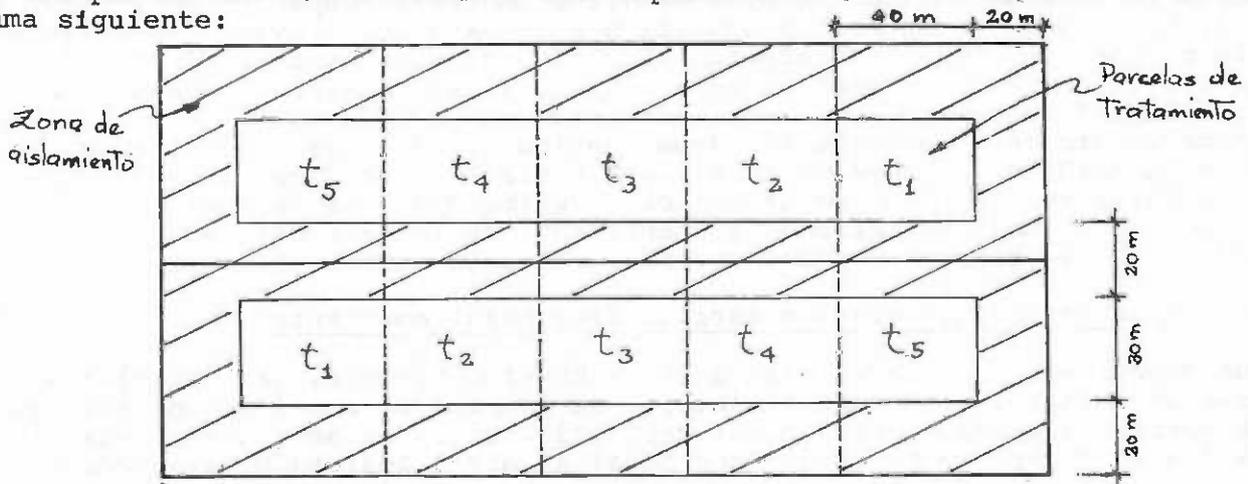
Los abanicos de Nelder son algo difíciles de planificar y ejecutar en el campo, pero es posible sustituirlos por algunos diseños rectangulares igualmente efectivos. En el diagrama siguiente se muestra un diseño en el cual el espaciamiento entre árboles se incrementa en medio metro para cada árbol, tanto en dirección vertical como en la horizontal



Este plan tiene la ventaja de comprobar todas las combinaciones de espaciamiento cuadrados y rectangulares y de replicar dos veces cada combinación. Si se usa un incremento menor de medio metro se obtiene un experimento mayor el cual se verá menos afectado por la pérdida de árboles individuales. Los experimentos de espaciamiento de árboles individuales suministran datos muy útiles sobre la respuesta del diámetro del fuste y del diámetro de la copa para bosques uniformes, pero estos datos no son fácilmente compatibles con los provenientes de parcelas convencionales, a menos que haya adoptado una estrategia de modelos de árboles individuales. Los experimentos de árboles individuales son muy sensitivos a la pérdida de árboles, la cual destruye sus arreglos y diseño.

### 232.2 Parcelas clinales

Las parcelas clinales son aquellas, en las cuales los tratamientos se disponen de manera que los niveles sucesivos sean adyacentes. La ventaja principal de estas parcelas es la posibilidad de eliminar las zonas de aislamiento, excepto en los lados externos del experimento. Esto se ilustra en el diagrama siguiente:



Para los experimentos de espaciamiento, usualmente es deseable tener de 5 a 8 tratamientos. El espaciamiento más cercano debe ser de 2 x 2 m ó de 2.5 x 2.5 m, dependiendo si son especies de copa reducida (por ejemplo, eucaliptos o pinos) o de copa ancha (por ejemplo, Gmelina arborea). El espaciamiento mayor será de 7 x 7 m ó de 8 x 8 m. Es muy importante incorporar siempre estos dos tratamientos extremos, como se señala en la sección 21.

Los datos de las parcelas clinales pueden combinarse sin dificultad con datos de otras parcelas. Las parcelas en sí mismas, son menos sensitivas a la pérdida de árboles individuales que los experimentos de árboles individuales.

## 24 EJEMPLOS DE EXPERIMENTOS DE CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO

Existe literalmente una infinita variedad de maneras de diseñar y ejecutar experimentos que provean datos para predicciones de crecimiento y rendimiento. El propósito principal de esta sección, es presentar ejemplos sintetizados de los tipos más comunes de experimentos, con alguna discusión de su utilidad y de los problemas especiales que surgen en su ejecución y análisis. Existe una divergencia de técnicas, entre los métodos para bosques uniformes coetáneos y los métodos para bosques mixtos.

### 241 Bosques Uniformes

Los estudios de crecimiento y rendimiento de bosques uniformes han tendido a concentrarse sobre los efectos de densidad del rodal, fertilización y podas. Los experimentos de fertilización y poda no pueden ser considerados directamente en este manual, ya que raramente son relevantes al problema directo de la predicción del rendimiento. La densidad de los rodales es de importancia primaria como la variable principal con la cual el forestal es capaz de controlar un bosque uniforme durante su rotación. Existe 4 formas básicas en las cuales, la interacción entre la densidad de los rodales y el crecimiento, puede estudiarse experimentalmente.

#### 241.1 Experimentos de espaciamiento

Los experimentos de espaciamiento pueden catalogarse como experimentos de árboles individuales ó como parcelas clinales. Las últimas son probablemente un tipo de experimentación más útil. Pueden usarse entre 5 y 8 espaciamientos diferentes.

Es mejor, clarear las parcelas a su espaciamiento final en el segundo ó tercer año de crecimiento que plantar directamente al espaciamiento final. Este último enfoque es demasiado sensitivo a la baja sobrevivencia que sigue a la plantación. Cuando se efectúa el clareo al espaciamiento final, éste debe ser un clareo no selectivo para lograr el espaciamiento deseado, no un clareo bajo ó de copas.

Un experimento de espaciamiento debe continuarse durante todo el turno normal de rotación de la cosecha. Una vez establecido, no debe clarearse más. Es muy fácil analizar los datos de los experimentos de espaciamiento para que provean un modelo flexible de crecimiento de las especies en cuestión. Los detalles se discuten en la sección 5 de este manual.

#### 241.2 Experimentos de clareos para un área basal constante

En un experimento de clareo para un área basal constante, las parcelas se ubican sistemática o aleatoriamente, y se permite el crecimiento hasta que cada parcela alcance el área basal designada. Entonces se clarean cada año o cada dos años para mantener el área basal al nivel designado para cada parcela.

Deben llevarse anotaciones muy cuidadosas del número de árboles removidos y del área basal removida en cada parcela, si se desea que este tipo de experimentos sea útil.

El análisis es más difícil que en los experimentos de espaciamiento e involucra el ajuste de un modelo predictivo del incremento del área basal, en función del área basal y de otras variables, por ejemplo la edad y la densidad (número de árboles/ha). Como una estrategia para construir un experimento dinámico de clareo, este enfoque tienen la ventaja de la simplicidad del diseño, aunque la ejecución puede que no sea tan sencilla, ya que se requieren registros continuos y cuidadosos para que los resultados sean plenamente útiles.

#### 241.3 Experimentos de clareos usando tratamientos de clareos graduales

En este tipo de experimento se define un número de clareos (típicamente cuatro), que difieren entre sí, en función de la época e intensidad de los clareos y posiblemente también en función del espaciamiento inicial. Estos tratamientos pueden ser clasificados a grosso modo de clareos ligeros a clareos severos. Este tipo de experimento es muy similar al del área basal constante, en cuanto al análisis y registro de la información se refiere. Deben llevarse registros del número de árboles y área basal removidos en cada clareo. El análisis puede hacerse de diferentes maneras, la mejor de las cuales es el ajuste de un modelo predictivo del incremento del diámetro o del área basal como función del número de árboles, área basal, edad, etc. La principal ventaja sobre los experimentos de área basal constante, es que los clareos usados son tratamientos, que pueden ser usados en la realidad, permitiendo que los costos y daños de los clareos, riesgos por el viento y efectos sobre la calidad de la madera, puedan ser estimados en el experimento. Además, los clareos, no necesitan ser llevados a cabo tan frecuentemente como en el experimento anterior, simplificando por lo tanto la administración.

#### 241.4 Experimentos factoriales con diferentes componentes de tratamiento de clareos.

Un tratamiento de clareo en un bosque uniforme, puede dividirse en un número de componentes, tales como:

- espaciamiento inicial
- edad del primer clareo
- proporción de la masa removida en cada clareo
- tiempo transcurrido entre cada clareo

También son posibles otras variaciones, como por ejemplo el área basal al primer clareo y en los clareos subsiguientes, o el uso de la altura en lugar de la edad.

Cuando el experimento se diseña de esta manera puede ser considerado como un experimento factorial, asignándose un número de niveles a cada componente del clareo.

El resultado puede ser un experimento muy grande, con un considerable número de parcelas de tratamiento, pero en el análisis es posible separar los diferentes efectos de edad del clareo, de la intensidad del mismo, etc. Obviamente el elevado número de tratamientos significa que se requiere una administración muy cuidadosa, mientras que la naturaleza factorial del experimento,

puede ser destruída fácilmente por causas accidentales, tales como fuego o un brote infeccioso.

#### 242 Bosques mixtos

La principal función de los experimentos en bosques mixtos es provocar un grado controlado de perturbación en el bosque, de modo que finalmente pueda ajustarse un modelo que relacione el incremento de los árboles con los diferentes parámetros del rodal, al cual se le está aplicando el tratamiento. Un problema muy común con los experimentos en bosques mixtos radica en que los tratamientos se especifican en términos irrelevantes a los parámetros principales del rodal que controla el crecimiento. Esto se discute con mayor profundidad y con numerosos ejemplos en Synott (ver bibliografía). Sin embargo, un caso típico puede implicar la definición de cuatro tratamientos, como por ejemplo:

- 1 - Madera de todas las especies comerciales mayores de 30 cm de diámetro.
- 2 - Como en 1, pero envenenando o anillando todas las especies no comerciales de más de 30 cm.
- 3 - Como en 2, pero eliminando todos los árboles no comerciales mayores de 10 cm.
- 4 - Como en 3, pero extrayendo las especies comerciales mayores de 20 cm.

El efecto de los tratamientos, definidos de esta manera, sobre el rodal dependerá por completo de las condiciones del rodal antes de la explotación: de la distribución por clases de grosor y de especies. Es posible que para el tratamiento más severo (por ejemplo 4) se tenga el menor efecto. Surgen otros problemas, cuando se seleccionan sólo un subconjunto de árboles para la medición del incremento, basándose en criterios comerciales, los cuales muestran una infortunada tendencia a cambiar durante los intervalos entre las mediciones de las parcelas. El método de medir los incrementos ha sido frecuentemente incapaz de enfrentar el problema del desarrollo de los aletones.

En los momentos actuales, las investigaciones de crecimiento y rendimiento en bosques tropicales están desarrollándose rápidamente. Las recomendaciones siguientes se hace simplemente para ayudar a evitar los errores del pasado y no con el fin de imponer reglamentaciones innecesarias a los trabajos actuales.

##### 242.1 Diseño de bloques aleatorios

Se sugiere que en los experimentos en bosque mixtos se adopte siempre un diseño aleatorio, con replicación. Las réplicas deben estar en bloques de acuerdo a los patrones de distribución de sitios y especies, así como también a las explotaciones pasadas. Las réplicas dentro de los bloques deben ser lo más uniforme posible. Esto implica un estudio preliminar muy cuidadoso del área de experimentación.

##### 242.2 Definición de tratamiento

Los tratamientos deben definirse en función del área basal total a dejar en pie, después de la explotación y/o envenenamiento, referida a los árboles con

diámetros superiores a 10 cm.

Los tratamientos pueden definirse de otra manera, pero siempre en función de la masa que va a permanecer y no del material a ser removido y deben ser independientes de consideraciones económicas.

Los tratamientos adoptados, deben incluir siempre dos extremos, uno el de un rodal no alterado, y el otro un tratamiento extremadamente severo, quizás re moviendo todo el material sobre 10 cm de diámetro.

### 242.3 Diseño y dimensiones de las parcelas

Para experimentos que involucren tratamientos de corta se requieren grandes parcelas. Regularmente son necesarias parcelas de 200 m x 200 m (4 ha) con una zona de aislamiento de 100 m.

Todos los árboles gruesos (sobre 30 cm) deben ser dibujado en un mapa de la parcela. Es deseable establecer subdivisiones de la parcela, en cuadrados de 20 m x 20 m, lo cual permitirá incluir en los modelos de crecimiento efectos competitivos locales, regeneración y mortalidad.

Puede efectuarse un conteo detallado de brinzales en un submuestreo sistemático de los cuadrados.

Los métodos para medir el incremento se discuten en la sección 3.

### 3 PROCEDIMIENTO PARA LA RECOLECCION DE DATOS Y ANALISIS PRELIMINAR

#### 31 Delimitación de las parcelas de muestreo

##### 311 Ubicación

Las parcelas de muestreo permanentes necesitan localizarse con exactitud en los mapas forestales y determinar su posición precisa en el bosque con el uso de brújula y cinta. Además, es útil dejar hitos de referencia de piedra o de concreto en los caminos forestales cercanos, mostrando la distancia y rumbo a la parcela.

Las parcelas temporales también necesitan ser localizadas en los mapas de trabajo, pero el grado de precisión requerido usualmente es menor.

Los principios del diseño relacionados con la ubicación de parcelas se discute en la sección 22.

##### 312 Identificación en el terreno de las parcelas de muestreo permanentes

Las parcelas de muestreo permanentes deben demarcarse permanentemente en el terreno. Las parcelas circulares se marcarán en el centro con un poste de madera durable, de concreto o de metal, indicando el número de identificación de la parcela. Este punto central también se señalará por medio de dos zanjas perpendiculares de 50 cm de profundidad y aproximadamente 2.5 m de largo. Con esto se tiene una marca permanente en el suelo, en caso de que el poste central sea destruído.

Las parcelas rectangulares se demarcarán en forma similar en las 4 esquinas con postes, uno de los cuales llevará el número de identificación. También se recomienda hacer zanjas que se intercepten en las esquinas de las parcelas.

La identificación de la parcela también debe pintarse en forma visible en un árbol cercano al poste central o al poste esquinero con la identificación.

Las parcelas rectangulares subdivididas en cuadrados pueden tener también postes en la intersección de los cuadrados. Estos postes deben ser de menor tamaño que los esquineros para evitar confusiones. Un método alternativo es replantar los cuadrados en cada medición.

##### 313 Determinación de los árboles del borde

La mayoría de los árboles se hallaran claramente dentro o fuera de la parcela. Algunos sin embargo se hallarán interceptando los límites de la parcela. Estos serán incluidos en la parcela si el centro estimado del árbol se halla dentro de la línea de demarcación y serán excluidos en caso contrario.

Los bordes de una parcela circular se determinan usando una cuerda extendida desde el poste central; debe tenerse cuidado de que dicha cuerda no sea elástica (muchas cuerdas de nylon son muy elásticas), ni que se enrolle en el poste central mientras se está limitando la parcela.

La siguiente tabla muestra los radios (distancias del centro de la parcela al borde) para algunas áreas comunes de parcelas circulares.

<u>Area de las parcelas</u> (ha)	<u>Radio</u> (m)
0.04	11.28
0.05	12.62
0.08	15.96
0.10	17.84

Para parcelas rectangulares pequeñas, el borde puede determinarse por medio de visuales entre dos postes. Con parcelas de mayores dimensiones, será necesario materializarlo por medio de algunas marcas adicionales. La vegetación pequeña en el borde puede ser removida, siempre que no se destruya la regeneración que forma parte de la masa forestal a estudiar

#### 314 Marqueo de los árboles

Los árboles de las parcelas permanentes deben ser identificados de forma permanentemente. Hay dos maneras de hacerlo:

1. Pintando el número de identificación en el árbol.
2. Utilizando placas de aluminio que se clavan al árbol

Si el número del árbol se pinta, el sitio de medición para el diámetro debe marcarse también, pintando un anillo alrededor del árbol. Si se utiliza una placa de aluminio, ésta se clavará a una distancia fija sobre el punto de medición del diámetro, usualmente 50 cm más arriba, de manera que pueda ser localizado exactamente en las mediciones futuras. El punto de referencia para la medición del diámetro normalmente es 1.3 m, a excepción de los árboles con aletones. Esta altura inicial puede cambiar con el tiempo si se altera el nivel del suelo.

Una segunda placa de aluminio deben clavarse en el tronco del árbol, cerca del nivel del suelo. Esto ayuda en la identificación de los tocones cuando se cortan los árboles y añade seguridad contra la pérdida de la otra placa. Las marcas de pintura no debe ser usadas como medio único de identificación cuando las especies pierden sus corteza (por ejemplo, muchas especies de eucaliptos).

Las marcas debe ser renovadas en cada medición si se han vuelto borrosas o si se han perdido.

#### 315 Mapeo de los árboles de la parcela

Cuando sea posible, los árboles debe ser mapeados, durante el levantamiento inicial. En parcelas circulares se anotará la distancia y el rumbo de cada árbol al centro de la parcela. Las parcelas rectangulares se subdividirán en cuadrados, cada uno de los cuales no será mayor de 10 m x 10 m, y se medirá la distancia del árbol a los límites del cuadrado respectivo. Estas distancias se anotarán como las coordenadas de los árboles dentro del cuadrado. El mapeo de los árboles es útil tanto para resolver las frecuentes confusiones que ocurre con la identificación de los árboles, como en el análisis de los fenómenos de crecimiento en las parcelas.

#### 316 Identificación de los árboles de ingreso

En los bosques naturales es necesario identificar los árboles que ingresan en cada medición, asignándoles un número de identificación, el número del cuadrado y coordenadas sobre el croquis de la parcela. Se requiere mucha atención para asegurarse de que el número asignado, no ha sido asignado previamente en esa parcela, incluyendo árboles ya muertos o extraídos en las etapas iniciales. De otra manera resulta una gran confusión cuando se procesan los datos.

#### 32 Formatos para las mediciones de las parcelas de muestreo y análisis preliminar

321 Bosque uniforme

En las parcelas de muestreo de bosques coetáneos monoespecíficos (normalmente plantaciones) se requiere la medición de:

1. Diámetro sobre corteza a 1.30 m, de cada árbol, usando una cinta diamétrica.
2. Altura de los árboles, de una muestra sistemática de 8 árboles, conjuntamente con la altura de los árboles dominantes no incluidos en la muestra.

La altura dominante se define como la altura promedio de los 100 árboles más gruesos por ha. Así, el número de árboles requerido para la estimación de la altura dominante será la superficie de la parcela expresada en ha, multiplicada por 100. Por ejemplo, en una parcela de 0.04 ha, se requerirán 4 árboles. Los árboles con copas dañadas, no se usan en el muestreo de la altura. Pueden anotarse algunas características adicionales de cada árbol, tales como problemas de enfermedad, árboles con manchas, daños por el viento o insectos y árboles marcados para los clareos. Estas anotaciones adicionales deben ser codificadas de una manera uniforme y rígida. La siguiente sugerencia de codificación podría ser adoptada:

<u>Código</u>	<u>Descripción</u>
Ninguno	Arboles saludables, sin daños, sin marcas de clareo y con tallo único sin defecto.
A	Daños por animales
B	Arboles dañados por el viento
D	Problemas de enfermedades
L	Tallo doble o múltiple
M	Arboles marcados para clareo (pero todavía en pie)
S	Arboles manchados para supresión
T	Arboles derribados (puede ser medido en el suelo)
W	Arboles inclinados ó tumbados por daños del viento
X	Arboles muertos

A continuación de las letras pueden añadirse códigos numéricos que indican el grado de severidad del problema. Se sugiere la escala siguiente:

- 1 - Daños/enfermedades presentes, pero muy ligeras
- 2 - Daños más severos - parecen significativos para reducir el crecimiento o impedir su utilización.

- 3 - Daños/enfermedades muy severas. Posiblemente el árbol morirá o será inservible.

Para problemas específicos pueden utilizarse otros códigos. Para que un sistema de esta naturaleza puede ser de utilidad, el punto más importante es que debe ser completamente rígido y sin alteraciones ni omisiones a través de muchos años.

El formato 3.1, página siguiente, se presenta como una planilla de registro de datos para este tipo de parcelas. Está diseñado especialmente para facilitar el procesamiento automático de los datos. Las anotaciones en el campo deben hacerse con un lápiz suave de manera que puedan borrarse los errores que se comentan.

Los variables preliminares a calcular de una parcela son:

1. Densidad o número de árboles por ha (N). Se divide el número total de árboles vivos en la parcela entre su superficie. Del ejemplo, con tenido en el formato 3.1:

$$N = 9/0.04 = 225 \text{ árboles/ha}$$

2. Diámetro del árbol con área basal promedio (D). Suma de los cuadrados de los diámetros dividido entre el número de árboles en la parcela. A este resultado se le extrae la raíz cuadrada. Para el ejemplo:

$$\sum d^2 = 16237$$

$$D_g = \sqrt{16237/9} = 42.5 \text{ cm}$$

3. Altura dominante del rodal ( $H_0$ ). Es la altura promedio del número especificado de árboles dominantes de la parcela. Para el ejemplo:

$$H_0 = (32.1 + 29.6 + 30.8 + 33.1)/4 = 31.4 \text{ m}$$

4. Altura promedio del rodal (H). Promedio de la altura de los árboles de una muestra sistemática, o bien como en el ejemplo del formato 3.1, el promedio de todas las alturas. En el ejemplo:

$$H = 31.7 \text{ m}$$

5. Volumen del rodal (V). Se calcula usualmente de una tarifa para árboles individuales entrando con el diámetro y la altura. Hay dos métodos:

(i) Cálculo del volumen del árbol de diámetro  $D_g$  y altura  $H$  y multiplicar por la densidad  $N$  para obtener el volumen en  $m^3/ha$ .

(ii) Cálculo de los volúmenes individuales de los árboles  $v$  con los diámetros  $d$ , alturas  $h$ . Suma de estos volúmenes y división entre la superficie de la parcela para obtener el volumen por ha. En este caso, si  $h$  no es conocida para todos los árboles se puede estimar de una regresión altura/diámetro (vea sección 3) o se usa en su lugar  $H$ .

Ambos métodos introducen un error en la estimación del volumen. El primero tiene un error resultante de la distribución de los diámetros y el segundo, de la estimación de las alturas. El segundo método es generalmente preferible por su precisión, especialmente si el volumen va a ser estimado hasta un diámetro límite.

Formato 3.1 Evaluación parcelas de muestreo - Plantaciones

Hoja  de

Bosque  Distrito  Compartimiento  N° parcela  Especie

Area parcela  Pendiente  Fecha evaluación  N° de oficina

mes

año

Número tarjetas

Arbol N°	DAP c/cort	Altura	----- Códigos -----		
<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Observaciones... *Arbol 13... partido y muerto... ¿Por un rayo?*

Levantado por... *Dennis Alder* ... Fecha... *7./7./79*

USE EL RESPALDO PARA CALCULAR LAS ALTURAS

Cuadro 3.1 Símbolos de las variables primarias del rodal

<u>Símbolo</u>	<u>Descripción</u>	<u>Unidades</u>
A	Edad de la plantación del rodal	años
$D_g$	Diámetro del árbol de área basal promedio	cm
G	Area basal del rodal	m <sup>2</sup> /ha
H	Altura promedio del rodal	m
$H_0$	Altura dominante del rodal, definida como la altura promedio de los 100 árboles con mayor diámetro por hectárea	m
N	Densidad - número de árboles vivos/ha	árboles/ha
V	Volumen del rodal. El tipo de volumen se designa con un índice, por ejemplo:	m <sup>3</sup> /ha
	$V_{sc}$ - volumen sin corteza	
	$V_7$ - volumen con corteza hasta 7 cm	

Las mediciones efectuadas inmediatamente después de los clareos pueden ser designadas con un apóstrofe ('). Por ejemplo: N' densidad después del clareo. Las extracciones de los clareos deben designarse con el índice e. Por ejemplo:  $G_e$  será el área basal removida en el clareo.

Diferentes volúmenes pueden ser calculados, usando diferentes ecuaciones de volumen. Por ejemplo:

- $V_{cc}$  Volumen total con corteza (es decir hasta el tope del árbol).
- $V_{sc}$  Volumen total sin corteza
- $V_7$  Volumen hasta un diámetro límite de 7 cm
- $V_{15}$  Volumen hasta un diámetro límite de 15 cm

Los diferentes símbolos y unidades usadas para estas variables primarias se listan en el cuadro 3.1.

### 322 Bosque mixto

Los análisis primarios en bosques mixtos tienen como propósito principal la construcción de una tabla de rodal que suministre el número de árboles, agrupados por categorías de grosor, para cada especie o grupo de especies. Una vez que la tabla de rodal haya sido construída, se presentan varias alternativas para medir el crecimiento de la masa forestal, usando diferentes criterios. Por ejemplo, a veces se deseará obtener el área basal total de los árboles para una determinada combinación de grupos de especies sobre un cierto grosor; otras veces se podrá repetir el procedimiento anterior usando diferentes grupos de especies o límites de grosor.

Una tabla de rodal puede construirse directamente, a medida que se mide la parcela, contando y anotando los árboles por clases de tamaños y de especies. Este procedimiento no es recomendable con ningún tipo de inventario, a excepción del levantamiento de recursos más preliminar. Las dimensiones de los árboles individuales y la especie de los mismos, deben anotarse siempre, aun que la intención posterior sea de sumarizar los datos. Esto es particularmente importante en parcelas permanentes, puesto que permitirá estimar incrementos de árboles individuales.

Los formatos para anotar las mediciones de parcelas de bosques mixtos pueden variar considerablemente, dependiendo de las características a anotar. Comúnmente se encuentran los siguientes tipos de situación:

- (a) Bosque mixto tropical de montaña (unas pocas especies heliófitas de varias edades). Puede usarse el formato 3.1, reservando las primeras dos columnas del 'código' para codificar las especies por dos dígitos o dos letras. Debe medirse siempre una muestra sistemática de alturas con el fin de construir una curva altura/diámetro.
- (b) Bosque húmedo tropical (gran número de especies mezcladas, lianas, epífitas, aletones). Normalmente se usan parcelas grandes, de una o más hectáreas subdivididas en cuadrados de 10 x 10 m. Las alturas generalmente no se pueden medir, clasificando los árboles por la forma y posición de sus copas. En los árboles con aletones deben medirse dos diámetros de referencia. Normalmente pueden haber algunos cientos de especies distintas en una parcela.
- (c) Bosques semi-húmedos (Bosque Miombo en África Oriental). Aquí la forma y longitud de los tallos comerciales son características de importancia. La altura es fácilmente medible por la apertura del dosel, pero únicamente al metro más cercano a causa de la forma difusa de la copa. Pueden haber hasta más de 100 especies presentes.
- (d) Bosques de zona árida, los árboles son generalmente muy ramificados siendo la altura y la especie las únicas características de importancia. Las alturas deben medirse al decímetro más cercano.

La figura 3.1, muestra formatos alternativos de registro de datos para estos cuatro casos, conjuntamente con el formato de registro de plantaciones (formato 3.1). Se asume que un registro es la cantidad de datos que puede contener una tarjeta perforada de 80 columnas, la cual representa el medio más común de entrada de datos para un computador electrónico.

### 323 Levantamiento inicial de parcelas permanentes

Cuando se levanta una parcela permanente por primera vez, se requiere la siguiente información adicional:

- (1) El área o superficie exacta de la parcela, como proyección horizontal, es decir corregida por la pendiente.
- (2) Información básica del lugar, incluyendo latitud, longitud, aspecto, altitud, pendiente, exposición de la pendiente, historia del bosque y uso anterior de la tierra.
- (3) Información meteorológica de la estación más cercana, consistente en precipitaciones mensuales y temperaturas promedio, máxima y mínima.

Figura 3.1 Formatos de registros de mediciones de árboles en diferentes tipos de bosques.

Plantaciones y otros bosques monoespecíficos

1. Columnas				6			
1er árbol				5er árbol			
Nº	DAP con Cortaza	H	Códigos	Nº	DAP con Cortaza	H	Códigos

Igual para árboles 2º, 3er y 4º

Bosques húmedos con árboles con aletones

1 Cuadrado						2						5						7					
1er árbol						2º árbol						3er árbol											
Nº		Código Especie		Diámetros referencia inferior		superior		altura		Copa forma		Nº		Código Especie		Diámetros referencia inferior		superior		altura		Copa forma	
				H D		H D		altura		forma						H D		H D		altura		forma	

Bosques semihúmedos (Parcelas temporales, árboles sin numerar)

1						6						8											
1er árbol						5º árbol																	
Código Especie		DAP con Cortaza		H Total		H Comer		forma		Defectos		Código Especie		DAP con Cortaza		H Total		H Comer		forma		Defectos	

Igual para árboles 2º, 3er y 4º

Bosques de zonas áridas Árboles bifurcados (Parcelas temporales, árboles sin numerar)

1			8			7			8		
1er árbol			10º árbol								
Código Especie		H	# Postes		Código Especie		H	# Postes			

Igual para árboles 2º al 9º

- (4) La posición de todos los árboles en la parcela. En parcelas circulares esta posición se indicará por rumbos y distancias al centro de las parcelas. En parcelas rectangulares podrá darse, como coordenadas X,Y en dm, de la esquina suroeste de la parcela.
- (5) Información del perfil del suelo incluyendo:
  - Color
  - Textura
  - pH
  - Análisis de N, P, K, Ca, Mg.
  - Profundidad
  - Densidad

para cada horizonte distinguible del suelo. Las muestras del suelo deben replicarse en cada parcela. Dos muestras serán suficiente, exceptuando aquellas parcelas muy grandes y variadas. Las técnicas analíticas podrán variar de acuerdo a los métodos usuales de cada país y a la condiciones especiales que se encuentran y deberán ser determinadas en colaboración con los especialistas en suelos. Sin embargo cuando un sistema de análisis del suelo haya sido establecido, solamente se modificará por razones muy contundentes y en el momento de la modificación se analizarán una serie de muestras (20 ó 30) por ambos métodos, el viejo y el nuevo, con el fin de determinar una regresión que permita comparar resultados del método viejo con los del nuevo.

### 33 Procedimiento de análisis del fuste

Los análisis del fuste permiten la reconstrucción de la historia del crecimiento de un árbol por:

- (a) Tumba o apeo del árbol;
- (b) Corte de discos a intervalos de unos 2 m a lo largo del fuste.
- (c) Conteo cuidadoso y medición de los anillos de crecimiento, en los discos.

Una gran cantidad de información sobre la dinámica de un rodal, puede ser obtenida del análisis del fuste, pero en este manual, el principal interés radica en la reconstrucción histórica del crecimiento de la altura dominante de un rodal.

El procedimiento solamente es posible en climas estacionales y con especies que produzcan anillos claramente definidos.

Para la reconstrucción del crecimiento de la altura, solamente se necesita anotar la altura de la medición y contar los anillos. Con especies y climas que produzcan anillos muy diferenciados esto puede hacerse en el campo con poca dificultad.

Cuando los anillos no son tan claros, deben cortarse discos, y marcar claramente en el campo tanto su punto de origen en el árbol, como su orientación y llevarlos al laboratorio para su evaluación por uno de los 2 métodos

siguientes:

- (1) Pulitura del disco, seguido de un conteo de anillos a lo largo de dos ejes, utilizando un microscopio.
- (2) Corte de 2 muestras en cruz, con un análisis subsiguiente por densiometría con rayos X.

Tanto en el caso (1) como en el (2), debe comprobarse la presencia de anillos falsos o muy difusos por confrontación con registros climáticos. En el caso (2), el cual produce una estimación numérica de la anchura del anillo y densidad, es posible obtener correlaciones directas con variables climáticas.

La edad a la cual el árbol alcanza una altura determinada, está dada por el número de anillos en la base del árbol menos el número de anillos a dicha altura. Así la altura puede plotearse directamente en relación con la edad del árbol.

Si el árbol de muestra es un árbol dominante, la curva altura-edad, puede ser considerada esencialmente igual a la curva altura-edad obtenida de una parcela de muestreo permanente y puede analizarse de la misma manera.

#### 34 Métodos especiales de estimación del incremento de los árboles

##### 341 Mediciones simples

En parcelas permanentes, el incremento de los árboles se estima por la diferencia entre dos mediciones sucesivas del diámetro dividida entre el intervalo de tiempo transcurrido.

Para que este procedimiento sea preciso, se requiere:

- (1) Los árboles individuales deben estar clara e inequívocamente identificados en la parcela.
- (2) El punto de medición en el árbol debe ser relocalizable con mucha precisión. Dos métodos alternativos son posibles:
  - (i) Pintando un anillo en el punto de medición a la altura del pecho. Esto puede ser en algunas ocasiones un método relativamente complicado.
  - (ii) Insertando un clavo a una distancia precisa sobre el punto de medición (se sugiere 50 cm) y localizando el punto con referencia al clavo. El clavo también puede tener una placa con la identificación del árbol.

##### 342 Mediciones sucesivas en árboles con aletones.

Cuando los árboles desarrollan aletones, es costumbre medir el diámetro en un punto de referencia de aproximadamente un metro sobre los aletones. Puesto que los aletones pueden extenderse entre las mediciones, obviamente será necesario mover el diámetro de referencia de vez en cuando.

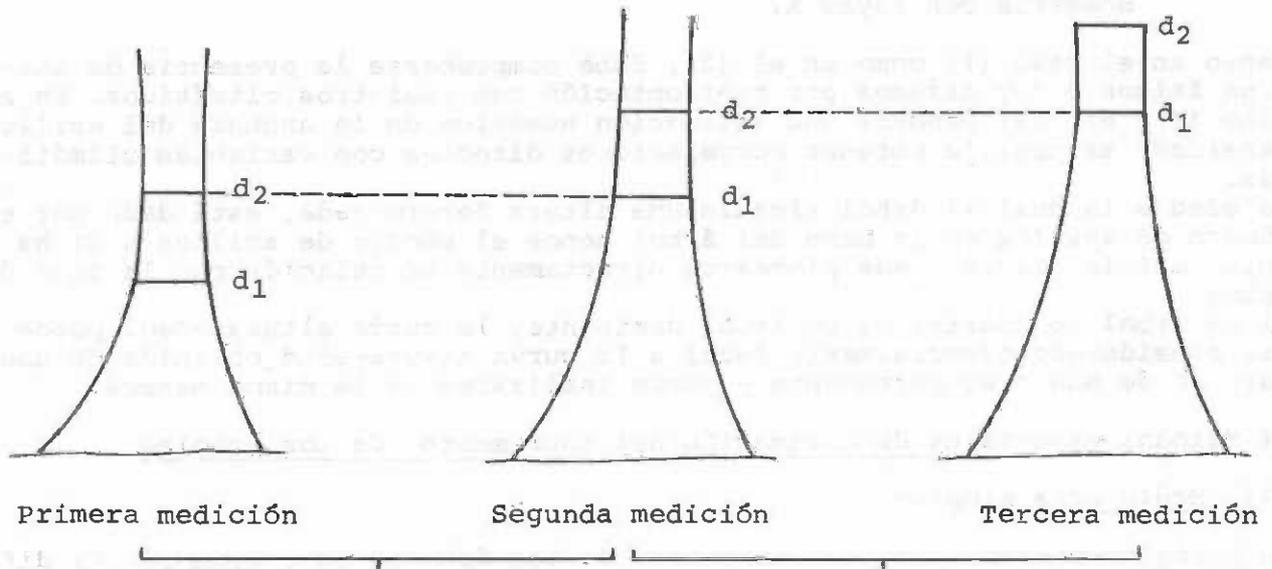
Este procedimiento hace imposible la determinación del incremento por diferencia de dos mediciones sucesivas.

Dos métodos pueden adoptarse para obviar este problema:

1. Usar dos diámetros de referencia en cada medición. Así, si es necesario mover el diámetro de referencia inferior, se reemplazará por el superior y se tomará un nuevo diámetro de referencia más arriba

del original. De esta manera siempre será posible la estimación directa del incremento.

Se recomienda que los dos diámetros estén separados 1.5 m entre sí, con el diámetro inferior a 1 metro sobre el extremo de los aletones. El procedimiento se ilustra en el siguiente dibujo:



incremento =  $(d_1 \text{ de } 2^{\text{da}} \text{ medición} - d_2 \text{ de la } 1^{\text{ra}} \text{ medición}) / \text{tiempo.}$

incremento =  $(d_1 \text{ en } 3^{\text{ra}} \text{ medición} - d_2 \text{ en la } 2^{\text{da}} \text{ medición}) / \text{tiempo}$

Los diámetros de referencia deben marcarse con pintura o clavos. Será necesario trepar los árboles con escaleras y medir los diámetros con cinta. Los instrumentos ópticos, tales como el relascopio, no son suficiente precisos para estimaciones de incrementos.

2. El otro método consiste en usar bandas perimetrales como se describe a continuación y obtener las estimaciones del incremento en periodos cortos (1 a 2 años), antes que los aletones puedan influir significativamente el diámetro de referencia.

### 343 Bandas perimetrales

Las bandas perimetrales pueden ser construídas localmente resultando muy económicas y son particularmente útiles para investigaciones intensivas, por ejemplo, experimentos de clareos. Si no tienen una escala vernier, su precisión es de aproximadamente 0.5 mm, la cual es muy apropiada para estimaciones de incrementos anuales de especies tropicales. Con la adición de una escala vernier, la precisión se incrementa hasta 0.05 mm en la medición del diámetro. A este nivel, pueden indicar respuestas fisiológicas y fluctuaciones estacionales de crecimiento. (Las mediciones con cintas convencionales por el contrario no puedan dar incrementos con más precisión de 5 mm en el diámetro en los árboles pequeños, disminuyendo la precisión si se trata de árboles grandes).

Los requerimientos básicos para la construcción de las bandas son los siguientes:

- (1) Los materiales básicos necesarios son: un rollo de banda o fleje de acero inoxidable de 1 cm de ancho, un resorte de alambre suficientemente largo de 1/3 cm de grosor, plantillas para marcar las escalas, pintura de cerámica de color negro mate, una perforadora para abrir huecos en acero y un horno de gas o eléctrico.
- (2) Un pedazo de fleje de longitud adecuada se enrolla alrededor de una lata cilíndrica vacía y se pinta de negro. La lata con el fleje enrollado se coloca en el horno para curar la pintura.
- (3) En un extremo del fleje pintado se hace una marca cero con un punzón. Si se va a añadir la escala vernier se toma esta marca como inicio de la misma, y con la plantilla del vernier se definen las graduaciones de éste.
- (4) Debe conocerse aproximadamente la circunferencia del árbol antes de fijar la escala mayor que tendrá aproximadamente 10 cm de longitud (equivalente a 3 cm de diámetro). Esto permite cortar el fleje a la longitud adecuada y fijar la escala en el punto correcto. La escala se marca en el fleje usando la plantilla correspondiente.
- (5) Se perforan dos ranuras en el fleje para retener el resorte: una más allá de la marca cero y la otra dentro de la escala mayor. El resorte se fija en un extremo, el fleje se coloca alrededor del árbol, teniendo cuidado en remover los pedazos de corteza sueltos y evitar que se formen flechas o pandeos en la parte posterior del árbol y después se fija el extremo libre del resorte en la otra ranura del fleje. El resorte se corta a una longitud tal que produzca una tensión apropiada al fleje.

El incremento se mide como el movimiento de la escala entre las lecturas inicial y final. Las escalas tienen normalmente graduaciones en unidades  $\pi$  cm, dando lecturas directas del diámetro. Si el punto de partida de la escala mayor ha sido colocado a un número exacto de cm de la marca cero, la banda da también una lectura absoluta del diámetro. Si la escala mayor comienza en un punto arbitrario, el diámetro absoluto (como opuesto al incremento) debe ser medido con una cinta justamente arriba o debajo de la banda.

Las plantillas para marcar y cortar las bandas pueden obtenerse de un distribuidor de instrumentos forestales o manufacturadas localmente en un taller bien equipado.

Pueden comprarse directamente varios tipos de bandas perimetrales sofisticadas, algunas equipadas para telemetría. A causa de sus costos, sólo deben utilizarse en trabajos de investigación muy intensivos y bajo una supervisión continua en las áreas experimentales a causa de los daños humanos o de animales que pueden sufrir.

#### 344 Medición de anillos de crecimiento

Cuando existan anillos de crecimiento, pueden utilizarse para estimar el incremento. El método más práctico, es usar secciones de árboles apeados tomadas a la altura del pecho. La anchura de los últimos tres o cuatro anillos anuales debe ser medidas en dos diámetros perpendiculares de la sección. Los diámetros deben ubicarse a lo largo de los eje mayor y menor, si la sección es elíptica. Esto da el incremento periódico bajo corteza. Es necesario cons

truir una regresión que relacione las mediciones directas del diámetro bajo corteza, con las mediciones del diámetro sobre corteza medido con cinta, para hacer compatible los incrementos bajo corteza con las mediciones normales del diámetro a la altura del pecho.

El incremento puede estimarse también por medio de muestras barrenadas en los árboles, pero esto está propenso a numerosos errores, especialmente en los árboles de madera blanda. La muestra barrenada puede estar dilatada o espiralmente comprimida. Puede también que no sea radial.

A causa de las dificultades en contar los anillos de crecimiento de maderas tropicales frecuentemente se requiere utilizar microscopios calibrados o densímetros de rayos X y utilizar secciones completas. El uso de aparatos barrenadores no es usualmente conveniente.

### 35 Estimación indirecta de la altura de los árboles y de la altura dominante

Como el procedimiento de medir las alturas de los árboles es relativamente lento, usualmente no se miden más de 8 a 10 árboles por parcela. Si se requiere la altura de todos los árboles de la parcela, puede construirse una curva altura-diámetro de la forma siguiente:

$$h = b_0 + b_1d + b_2d^2$$

Deben señalarse algunos puntos especiales:

- (1) Los métodos de cálculo para esta regresión se explican en el apéndice A.2, conjuntamente con un ejemplo.
- (2) Si hay más de una parcela en un rodal, los árboles de muestra de las diferentes parcelas deben ser tomados en conjunto para ajustar la regresión altura/diámetro.
- (3) Muestras de rodales de densidades o edades diferentes nunca deben tomarse en conjunto para la determinación de la regresión, a menos que las comparaciones de las diferentes regresiones (apéndice A.2.8) muestren diferencias no significativas.
- (4) La regresión ajustada no debe utilizarse para predecir alturas si no se satisfacen las tres condiciones siguientes:
  - (i) El valor de F de la regresión es significativo al nivel del 95%.
  - (ii) El coeficiente  $b_1$  es positivo.
  - (iii) El coeficiente  $b_2$  es negativo.
- (5) Una vez que se ha calculado la regresión y se ha comprobado que es utilizable, la altura promedio H puede estimarse como la altura que se obtiene cuando en la regresión, se sustituye d por  $D_g$ .
- (6) De forma similar, la altura dominante  $H_0$  se predice cuando el diámetro promedio de los árboles dominantes (los 100 árboles con los mayores diámetros por hectárea) simbolizado por  $D_0$  entra en la regresión en lugar de d.

Respecto al punto (4), debe observarse que cuando esas condiciones no se sa-

tisfacen es más seguro asumir que las alturas de los árboles individuales  $h$  usadas para la estimación del volumen son iguales a la altura promedio del rodal  $H$ . Esta situación surge con muchas especies tropicales, porque las variaciones en las alturas de los árboles no están relacionadas con las diferencias de diámetro y los errores de los instrumentos utilizados en las mediciones son mayores que los efectos del diámetro sobre la altura. Regresiones significativas y relaciones bien desarrolladas entre diámetros y alturas de los árboles parecen ocurrir más frecuentemente entre especies esciófitas y en rodales de densidades altas.

En rodales no coetáneos, la regresión será siempre significativa y podrá usarse para la determinación de las alturas de árboles individuales. Sin embargo, hay que tener cuidado de no mezclar regresiones de rodales diferentes, sin haber hecho las pruebas estadísticas apropiadas sobre la homogeneidad de los datos.

Si una regresión altura-diámetro se ajusta a una serie de plantaciones de diferente edad será también significativa. Debe señalarse sin embargo, que éste es un modelo diferente al que se obtiene cuando se ajustan rodales coetáneos y no será apropiado para predecir alturas individuales dentro de un rodal uniforme (a menos que se prediga la altura promedio  $H$  como una función del diámetro promedio  $D_g$ , en el supuesto de que la densidad del rodal sea constante). Dentro de un rodal de edad única, la regresión refleja diferencias de dominancia. Entre rodales de diferente edad, refleja relaciones de crecimiento dependientes del tiempo.

#### 4 SISTEMAS DE ALMACENAMIENTO DE DATOS.

##### 4.1 Ventajas de los sistemas de almacenamiento de datos computarizados

Un sistema de almacenamiento de datos computarizado almacenará los datos de las parcelas permanentes, experimentales y temporales en discos o cintas magnéticas. Los datos serán accesibles rápidamente para su análisis o sumaria- ción. El sistema podrá estar sujeto a procedimientos de comprobaciones auto- máticas de errores con el fin de corregir las mediciones dudosas. También po- drán ser puesto al día o corregirse de manera relativamente fácil.

Un almacenamiento de información computarizada todavía requiere del manteni- miento de un sistema convencional de archivos para cada parcela permanente o cada experimento en el cual se guardan las hojas originales del campo, notas, diagramas etc.

Hasta fecha reciente el costo de un sistema de computación y la falta del personal entrenado para manejarlo, hacían prohibitivo el uso de sistemas de almacenamiento de información computarizados. Con la llegada de los microcom- putadores, los costos cayeron drásticamente y actualmente son del mismo or- den del precio de un vehículo de motor. Los microcomputadores usualmente ope- ran en BASIC, el cual es un lenguaje de fácil aprendizaje. Cualquier perso- na puede aprender BASIC por sí misma y tener acceso a un microcomputador.

Adicionalmente algunas instituciones forestales ofrecen entrenamiento espe- cializado en el procesamiento de datos para personal graduado o técnico.\*

La falta de un almacenamiento de información computarizado es un factor sig- nificativo que inhibe tanto el desarrollo y validación de los modelos de rendimiento como una efectiva planificación y control del rendimiento. Con procesamiento manual de los datos de los archivos sólo pueden construirse los modelos más simples, mientras la validación por análisis de residuales es imposible a causa de la enorme carga de trabajo que ello implica. Tampoco es posible examinar estrategias alternativas con los mismos datos, ni actua- lizar las funciones de los modelos a medida que se recolectan nuevos datos. Además, la productividad del personal que utiliza procedimientos manuales de cálculo es extremadamente baja. La recolección de cantidades adecuadas de da- tos tiende a disminuir, sencillamente porque los procedimientos manuales son incapaces de analizarlos.

Se recomienda expresamente que todas las organizaciones forestales deben:

- (a) Tener acceso a las facilidades de un computador grande, con un plazo máximo de un día en la entrega de trabajos procesados. El plazo de entrega debe tomar en cuenta aquellos períodos del mes en los cuales el computador no es accesible (debido a prioridades de otros usuarios), dificultades de transporte hacia o desde el compu- tador, etc.

o bien:

- (b) Adquisición de un sistema de microcomputación con:

- 32 - 64 K bytes de memoria
- Sistema de discos o disquetes

---

\* Por ejemplo, el Instituto forestal para la Mancomunidad Británica, en Oxford, Inglaterra.

- Impresora

- Un teletipo que pueda establecer interfases entre el computador y lectoras y perforadoras de cintas de papel, para usarlo en la preparación de los datos fuera de línea.

- Un compilador BASIC o FORTRAN

Un sistema de este tipo podría costar a los precios de mediados de 1979, unos \$ 10.000 en Europa o Norte América.

La opción (b) da a la organización forestal un computador propio que probablemente será más productivo y facilitará el entrenamiento de personal más rápidamente que la opción (a).

#### 42 Validación de los datos.

Los errores en los datos magnéticamente almacenados provienen de las siguientes fuentes:

- (1) Errores en las mediciones de campo
- (2) Errores en la entrada de datos o en la perforación
- (3) Errores de programas

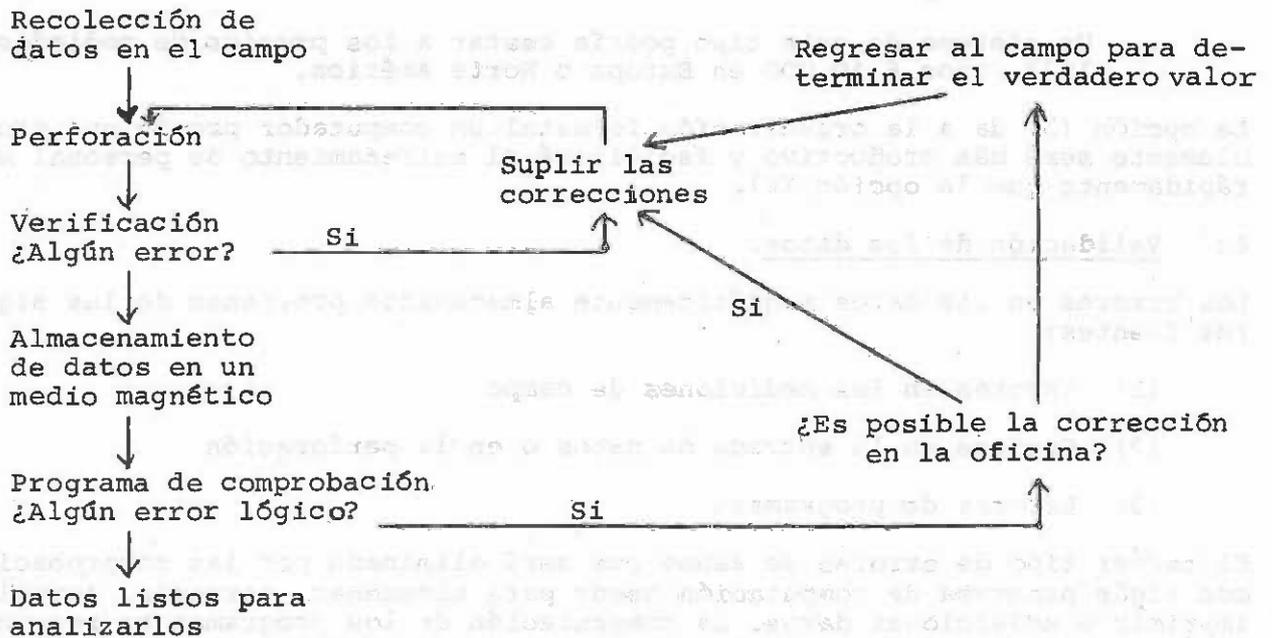
El tercer tipo de errores se asume que será eliminado por las comprobaciones con algún programa de computación usado para almacenar, corregir, actualizar imprimir o seleccionar datos. La comprobación de los programas es responsabilidad del programador, el cual es directamente responsable por los errores de sus programas así como lo es, el investigador de campo por los errores de los datos obtenidos.

Los errores de entrada de datos o de perforación se eliminan en gran parte por el proceso de verificación, el cual debe usarse siempre que exista un volumen apreciable de datos. La verificación supone comprobar dos veces cada dato, por dos operadores diferentes o en dos corridas de programas diferentes. Los dos conjuntos de datos se comprueban entre sí automáticamente y cualquier inconsistencia se reporta al operador, el cual podrá suministrar la corrección apropiada. Los detalles del proceso de verificación dependerán del sistema de entrada de datos usados. La mayoría de las organizaciones de preparación de datos, ofrecen la verificación como un servicio normal y esto deberá siempre estipularse explícitamente, cuando se envíen datos para perforar.

Los errores de mediciones de campo no podrán ser eliminados en su totalidad, pero pueden reducirse:

- (a) Prestando atención al entrenamiento y a la moral de los trabajadores de campo y proveyéndolos de los instrumentos adecuados para la toma de datos.
- (b) Corriendo programas de comprobación con los datos archivados magnéticamente. La comprobación de datos se basa en pruebas para detectar inconsistencias lógicas tales como mediciones muy grandes o muy pequeñas, incrementos negativos en diámetros o alturas, números perdidos de árboles, números de árboles que reaparecen después de haberse explotado, cambios de la identificación de especies, y así sucesivamente.

Inconsistencias lógicas como las anteriores son reportadas por los programas de comprobación de datos y deberán ser examinadas, para determinar la causa del error. Se suministrarán las correcciones necesarias y usando un programa de edición de datos se corrigen los datos almacenados magnéticamente. El proceso entero lo indica el diagrama siguiente:



#### 43 Contratos para la preparación de programas de computación

Los contratos para la preparación de programas de computación deben contener cláusulas que cubran las condiciones siguientes:

- (i) El contratista deberá entregar todos los listados originales de los programas que elabore (en BASIC, FORTRAN o cualquier otro lenguaje utilizado).
- (ii) Documentación completa de todos los programas, incluyendo:
  - (a) Un glosario del significado de los identificadores y variables usados en el programa.
  - (b) Diagrama de flujo indicando la secuencia de operaciones de los programas y subprogramas escritos por el contratista, y la secuencia y naturaleza de los datos transferidos de medios externos y de almacenamientos magnéticos.
  - (c) Definiciones explícitas de la estructura de los registros de todos los archivos magnéticos y de todos los medios de entrada y salida.
  - (d) Explicación de la teoría en la cual se basa el programa, conjuntamente con referencias a textos u otro material de apoyo.
- (iii) Responsabilidad del contratista por cualquier error en los pro-

gramas o por cualquier falla del programa cuando es operado de acuerdo con la documentación suministrada.

- (iv) Entrenamiento por el contratista para algún miembro del personal de la organización forestal en el uso de los programas, hasta el momento donde se demuestre que los programas operan a satisfacción de la organización forestal, sin ninguna supervisión por el contratista.
- (v) Derechos de autor sobre la documentación, programas y reportes a favor de la organización forestal.

Es posible reducir los costos de un contrato haciendo algún grado de concesiones en lo relacionado a los puntos (iii) y (v), pero debe insistirse en los otros puntos, si los programas escritos son para un uso continuo de la organización.

#### 44 Sistemas de almacenamiento de los datos de las parcelas

##### 441 Introducción

No es la intención dar descripciones detalladas de programas para almacenar y resumir los datos de parcelas permanentes, experimentales o temporales. Esos probablemente variarán bastante de acuerdo a las facilidades de computación existente.

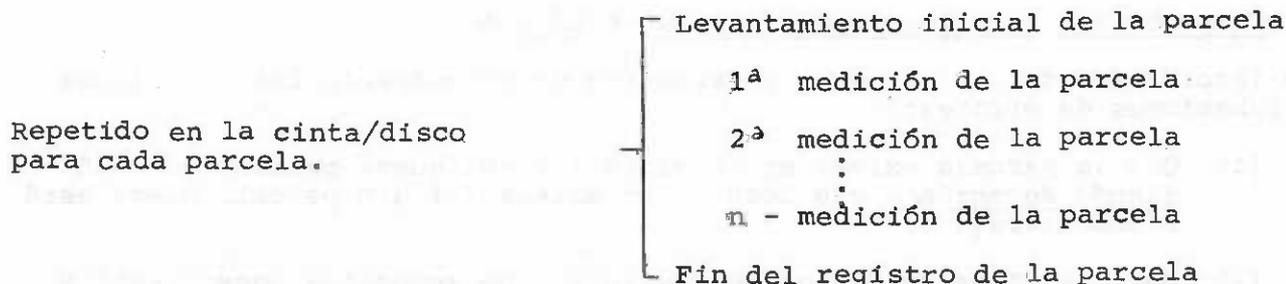
Aquí se va a describir solamente la estructura de los archivos de entrada y salida y los tipos de funciones que los programas pueden realizar.

##### 442 Estructura de los archivos

Un archivo, en terminología de computación, consiste de un conjunto de información asequible a la máquina que se halla en un medio magnético (cinta o disco) o en tarjetas perforadas o en cintas de papel perforadas. Los archivos de entrada suministran datos para un programa particular y pueden ser a su vez archivos de salida de otros programas.

La estructura de un archivo define, en el contexto presente, la organización de los diferentes tipos de información que debe ser agrupada, para representar una parcela individual.

Para parcelas permanentes la información básica de una parcela individual se define como sigue:



Para parcelas temporales la estructura de los registros es más simple, siendo únicamente:

Levantamiento de la parcela 1

Levantamiento de la parcela 2

⋮

Levantamiento de la parcela n

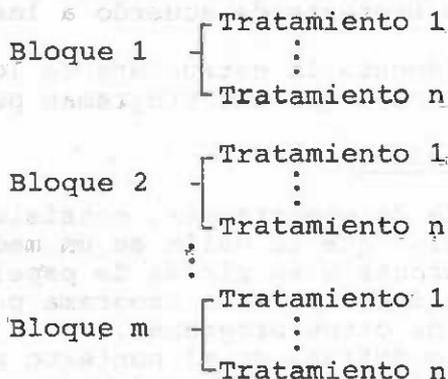
Esta estructura de registros se refiere a la base de datos permanentes, la cual debe estar en forma magnética en cinta o en disco. Para datos de entrada de parcelas permanentes son posible dos tipos diferentes de entrada:

(i) Levantamiento inicial

(ii) Datos de las mediciones

En el caso (i), se ha creado una nueva parcela en la base de datos, pero el programa necesitará comprobar que la identificación de la parcela no coincida con la otra ya existente. En el caso (ii), la parcela ya existe (de otro modo se reportará un error) y las nuevas mediciones se almacenarán en el lugar adecuado.

Las parcelas experimentales normalmente podrán tratarse del mismo modo que las parcelas permanentes. Sin embargo, las parcelas de tratamientos relacionados entre sí, se colocarán adyacentes unas a otras en la cinta, como por ejemplo:



Para obtener todos los datos del experimento grabados en la cinta, deben leerse  $n \times m$  parcelas desde la posición inicial de la cinta (o disco) o desde la primera parcela del experimento.

#### 443 Comprobación de errores y funciones de edición

A la información de las parcelas permanentes debe hacersele las siguientes comprobaciones de errores:

- (1) Que la parcela exista en la cinta (si una nueva parcela no está siendo agregada) o que todavía no exista (si una parcela nueva está siendo agregada)
- (2) Que los datos de mediciones están en una secuencia consistente y ascendente.
- (3) Que los árboles que han sido clareados (desaparecidos en mediciones pasadas) no reaparezcan en una medición futura.
- (4) Que los árboles no cambien de especie (sóloamente en parcelas de

bosques mixtos) o que las parcelas no cambien de especie (en parcelas de plantaciones).

- (5) Que los incrementos de los diámetros sean positivos y no excesivamente grandes.
- (6) Comprobación de todos los intervalos de tamaño de los parámetros tales como alturas, diámetros, códigos de especies etc. para valores excesivamente grandes o pequeños o códigos no reconocibles.

En parcelas temporales sólo son posibles las comprobaciones del punto 6.

Los datos deben ser añadidos a la base de datos, aún en el caso de contener errores; con un programa de edición se manipulan y corrigen los datos almacenados magnéticamente. Con cualquier volumen significativo de datos, este procedimiento es usualmente mucho más conveniente que pretender corregir las tarjetas perforadas originales.

#### 444 Sumarios de las parcelas

El programa de sumarios o resúmenes de las parcelas puede incorporar los procedimientos para comprobación de errores. Su principal función será la de producir una información resumida y relevante de cada tipo de bosque particular, para su uso en análisis posteriores. En plantaciones, el sumario puede incluir alturas promedio y dominante de la parcela, diámetro del árbol de área basal promedio, densidad y volumen.

Para bosques mixtos el sumario también incluirá normalmente tablas del rodal y características seleccionadas por clases de especies y categorías de grosor. El programa de sumarios debe producir salidas tanto en forma impresa, con los textos necesarios para hacerlo comprensible, como en forma accesible para la máquina, para utilizarlas como entrada directa de los programas de análisis de datos. Esta segunda forma puede almacenarse en discos o cintas magnéticas, o bien perforar cintas de papel o tarjetas, según sea más conveniente. Si la salida es en cinta magnética debe hacerse con 'formatos' y no utilizando la codificación binaria de la máquina.

Para bosques mixtos en particular, aunque también para plantaciones, es conveniente tener facilidades en el programa para que sólo partes seleccionadas de la salida se impriman o se graben en cinta.

#### 445 Programas-utilidades

Probablemente será necesario utilizar otros dos programas para la base de datos de las parcelas de muestreo:

- Un programa para sortear, que sea capaz de reordenar la secuencia de las parcelas en la cinta de modo tal que puedan ser agrupadas por bosques, distritos, especies, compartimientos, etc. Normalmente las parcelas entran en la base de datos en un orden arbitrario, mientras que en los sumarios probablemente se preferirá alguna secuencia lógica.
- Un programa para codificar caracteres y archivos, que transfiera la base de datos principal del disco o de la cinta en una forma apropiada para el archivo (ver abajo) o la transfiera a otro lugar del computador. Este programa implica codificar la base de datos por completo y grabarla en cinta magnética.

#### 446 Seguridad de la base de datos

Una base de datos de considerable tamaño, almacenada en disco o cinta magnética, puede ser rápidamente destruida por accidentes, programas o fallas del computador. Por lo tanto es esencial, que después de cada adición de un volumen significativo de información, se copie por completo la base en otra cinta o disco, para tener un duplicado. Estos duplicados pueden rotarse, de modo que en determinado momento se tenga una versión actualizada de trabajo, una versión actualizada de archivo, y dos o tres versiones de la base de datos.

#### 45 Transferencia de datos entre sistemas de computación

Frecuentemente existe la necesidad de transferir datos entre diferentes sistemas de computación, bien para una investigación cooperativa, o para permitir a los investigadores de una organización realizar estudios utilizando sus propios datos en cualquier lugar.

La mejor manera de transferir grandes cantidad de datos es con cintas magnéticas de marcas conocidas. Pueden ser cintas de 7 ó 9 pistas. Cuando se grabe una cinta, debe anotarse la siguiente información:

- El número de pistas (7 ó 9)
- La densidad (usualmente 800 ó 1600 bits por pulgada)
- La paridad (par o non)
- Los espacios (gap) entre bloques en mm (o a falta de esto, la marca exacta y el fabricante del mecanismo de control de la cinta).

Las cintas que se utilizan para transferir información entre computadores debe estar siempre grabadas con formato ó codificación de caracteres, y utilizar preferentemente registros de longitud fija de tamaño moderado, probablemente menos de 120 caracteres por registro, para facilitar la lectura de la cinta. El tipo de codificación de caracteres utilizado (EBCDIC, ASCII, BCD, etc.) debe especificarse si es posible, aunque esto no es crítico, ya que el pase de uno a otro tipo es un problema simple. Debe enviarse también con la cinta, un listado de los primeros cientos de líneas y de las últimas cientos de líneas, para ayudar a comprobar cuando se lee la cinta de que ningún registro o partes de registros se han perdido.

Etiquetas de encabezamiento y marcas de cinta constituyen generalmente problemas cuando se leen cintas extrañas por lo cual es mejor grabar las cintas como un único archivo sin ninguna etiqueta al principio. El final de la información normalmente se indica con una marca doble.

La información concerniente a las características de la cinta (pistas, densidad, paridad, codificación de caracteres), el contenido y la dirección de envío deben ser anotados en una etiqueta adherida a la cinta.

Las cintas pueden enviarse normalmente con facilidad por el correo. Sin embargo, los detectores de metal de alta frecuencia pueden borrar parcial o totalmente la información de una cinta.

El paquete donde se envíe debe por lo tanto marcarse claramente y ser fácil de abrir para una inspección ocular.

## 5 ANALISIS DE DATOS DE CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO DE BOSQUES UNIFORMES

Los bosques uniformes son aquellos en los cuales la cosecha principal de árboles es de edad conocida y uniforme.

Usualmente están compuestos de una sola especie o de pocas especies ecológicamente similares. Los bosques uniformes, por definición, se manejan bajo un sistema de corta total, con o sin clareos intermedios. La regeneración puede ser por plantación, por siembra artificial o natural o por brotes.

En esta clase de situación, los parámetros principales para la predicción del crecimiento y los rendimientos están bien definidos. Existe una amplia variedad de modelos posibles a utilizar. El principal factor limitante de la efectividad del modelo usualmente es la disponibilidad de datos de los bosques en cuestión, que cubran una amplia gama de sitios, edades y densidades de los rodales.

El crecimiento y rendimiento de un bosque puede ser modelado a tres niveles básicos: el rodal completo, la categoría de grosor y el árbol individual. En los bosques uniformes, los modelos de los rodales son usualmente apropiados para la mayor parte de los propósitos, y son también mucho más simples para construir y usar que los otros dos tipos de modelos. En consecuencia, ésta es la estrategia de modelaje que se tratará más ampliamente; los otros dos enfoques se discuten someramente en la sección 57.

Aun dentro del nivel más simple de modelos de rodales, existe una amplia variedad de elección en el conjunto particular de funciones a ser incorporadas en el modelo. En las secciones siguientes, se presentan algunas alternativas conjuntamente con un intento de definir las situaciones en las cuales, un método particular es el más apropiado. Se han omitido otras alternativas, simplemente por la necesidad de mantener este manual razonablemente conciso.

En resumen, se discuten las técnicas que se caracterizan por su simplicidad, precisión y flexibilidad.

Dentro de un aspecto particular del modelaje de rodales, como por ejemplo la producción de un conjunto de curvas de área basal/altura/densidad del rodal, se ha hecho un intento de incluir tanto métodos gráficos, como métodos estadísticos de diferentes grados de complejidad.

### 51 CLASIFICACION DE SITIOS

La relativamente alta precisión que es posible con los modelos de crecimiento y rendimiento para rodales uniformes, en parte proviene de la precisión con la cual es posible clasificar sitios. Esto es en sí mismo, una consecuencia del hecho de que la edad es normalmente conocida a través de los registros administrativos y de que la altura de los árboles dominantes puede ser normalmente medida con hipsómetros o instrumentos similares.

#### 511 Uso de la altura dominante como un indicador del sitio

La altura de un rodal uniforme a una edad dada, es un buen indicador del potencial productivo de ese tipo de bosque en ese sitio particular. Por eso, la construcción de curvas altura/edad para diferentes clases de sitio, es el primer paso en la construcción de modelos de crecimiento y rendimiento.

Sin embargo, la altura promedio de un rodal es usualmente sensitiva no sólo a la edad y a la clase de sitio, sino también a la densidad del rodal. Por consiguiente, se usa normalmente la altura dominante en la definición de la altura del rodal. La altura dominante es casi insensible a diferencias de densidad de los rodales.

La altura dominante puede definirse de varias maneras, pero la definición más ampliamente aceptada, es la de la altura promedio de los 100 árboles más gruesos por ha. La altura dominante se llama a veces también 'altura tope'.

Bajo algunas circunstancias encontradas en bosques uniformes de los trópicos, la altura dominante deja de ser un buen indicador de la clase de sitio. Esto ocurre en rodales jóvenes de especies de muy rápido crecimiento, y también con ciertas especies que varían notablemente en sus crecimientos de altura tales como Pinus caribaea.

Esta situación puede ser detectada ordenando los datos de parcelas permanentes por alturas dentro de cada clase de edad. Si la posición de las parcelas ordenadas en sucesivas ocasiones muestra una baja correlación, cualquier curva de clase de sitio que se construya debe considerarse de dudoso valor. El problema se presenta simplemente por la gran variabilidad del crecimiento de la altura, a causa de los efectos de sitio, en este tipo de rodales. Podría solucionarse parcialmente por una redefinición de la altura dominante que requiera una muestra mayor de árboles por parcela, por ejemplo equivalente a 200 ó 400 árboles/ha. Otra idea alternativa es correlacionar la productividad final con variables del medio ambiente, y usar una clasificación de sitio basada sólo en pendiente, altitud, tipo de suelo, u otros factores que aparenten ser significativos.

## 512 Construcción de curvas de índice de sitio

La relación altura-edad-índice de sitio es básica para la predicción del crecimiento en bosques uniformes. Esta relación usualmente se denomina más simplemente como curvas de índice de sitio para una especie en un medio ambiente dado.

La construcción de curvas de índice de sitio puede hacerse por métodos gráficos o por análisis de regresión.

### 512.1 Métodos gráficos de construcción

Los métodos gráficos de construcción proceden como sigue:

1. Ploteo de todos los datos disponibles de altura-edad de los rodales de la especie en consideración. Deben usarse alturas dominantes, y no alturas promedias, ya que las primeras son mucho más independientes de las variaciones de la densidad del rodal. En el gráfico pueden incluirse las parcelas permanentes y las temporales. Con las parcelas permanentes, los puntos de mediciones sucesivas deben unirse con líneas rectas. Esta etapa se ilustra en la figura 5.1 que muestra datos de rodales de Pinus patula en Uganda.
2. A continuación se dibujan 3 curvas a mano a través de los datos. Estas curvas deben de seguir las tendencias de:
  - (i) Las parcelas del borde inferior de la masa de datos;
  - (ii) La tendencia central de los datos;
  - (iii) El borde superior de los datos.

En cada caso, las curvas deben trazarse tan paralelas como sea posible a las tendencias de las parcelas de muestreo permanentes en aquella parte del gráfico. El dibujo de estas 3 curvas se muestra en la figura 5.2.

Cuando todos los datos son de parcelas temporales, puede aplicarse el mismo método, pero existe la posibilidad de cometer un error considerable debido a que las parcelas de edades diferentes pueden no ser igualmente representativas de diferentes sitios.

Figura 5.1 Datos de parcelas permanentes y temporales listos para la construcción de curvas de índice de sitio

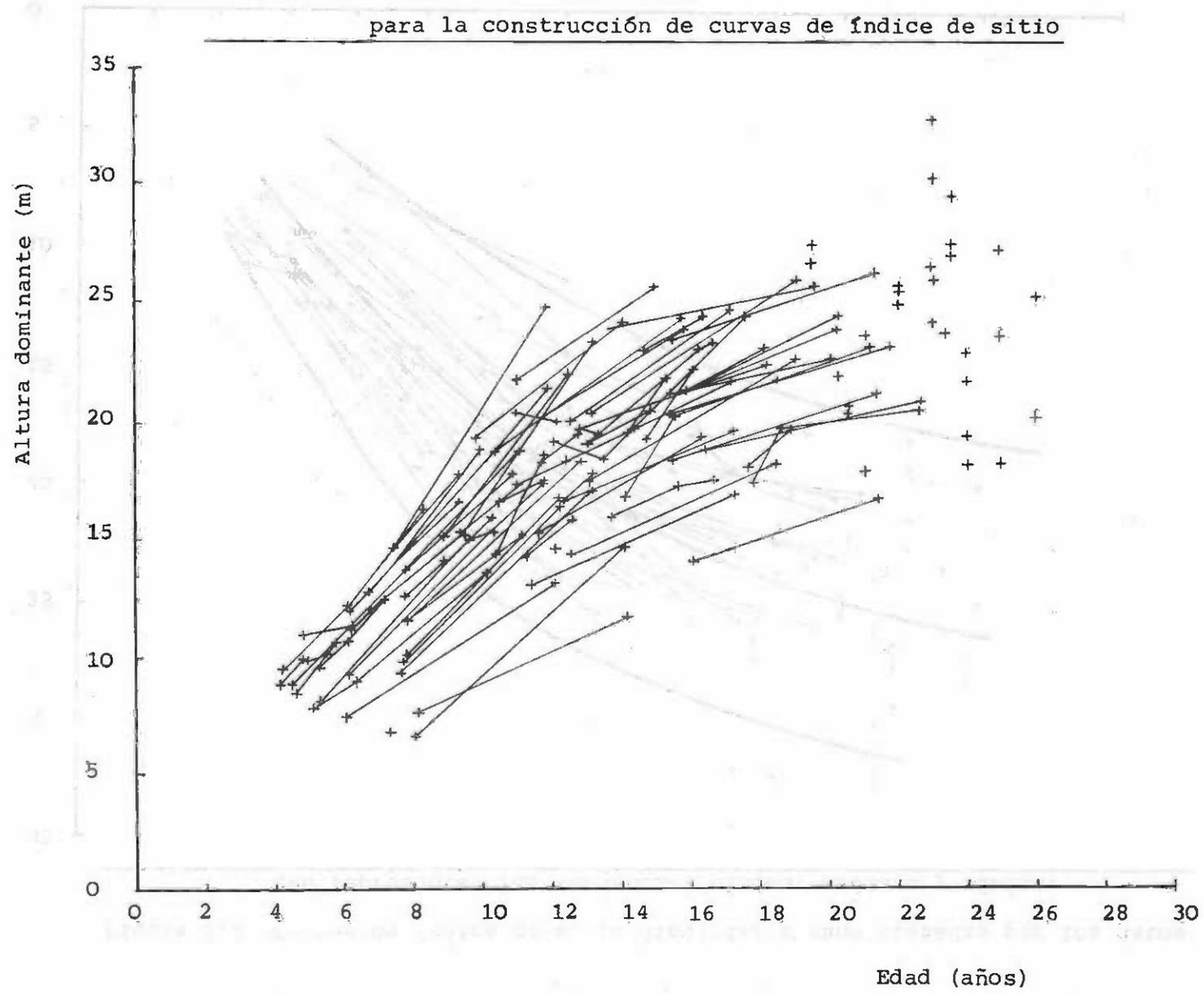


Figura 5.2 Curvas de índice de sitio dibujadas a mano trazadas por los datos que representan las tendencias mínima, mediana y máxima.

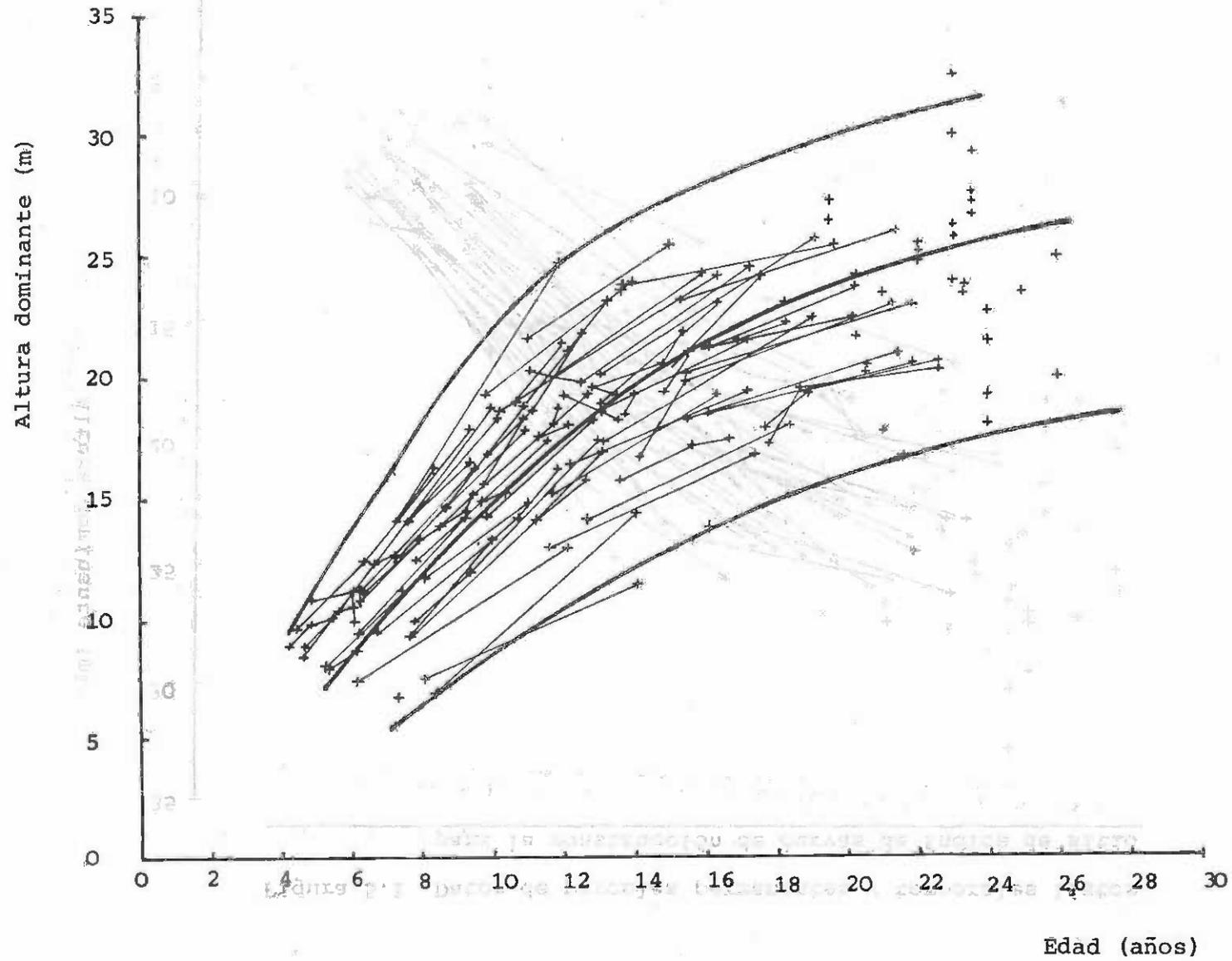
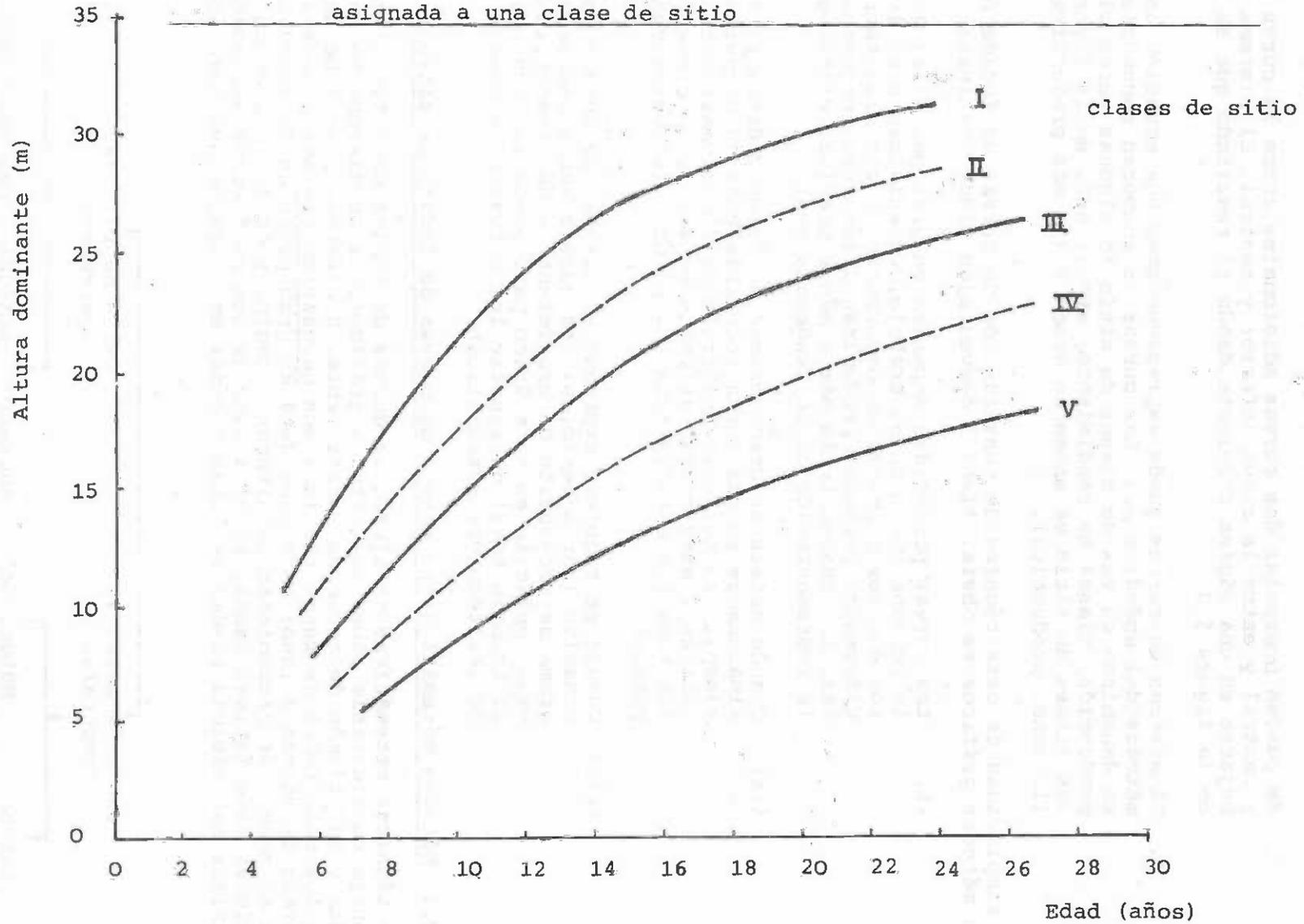


Figura 5.3 Trazado de las tres curvas principales de índice de sitio y dos curvas intermedias añadidas por interpolación, con cada curva asignada a una clase de sitio



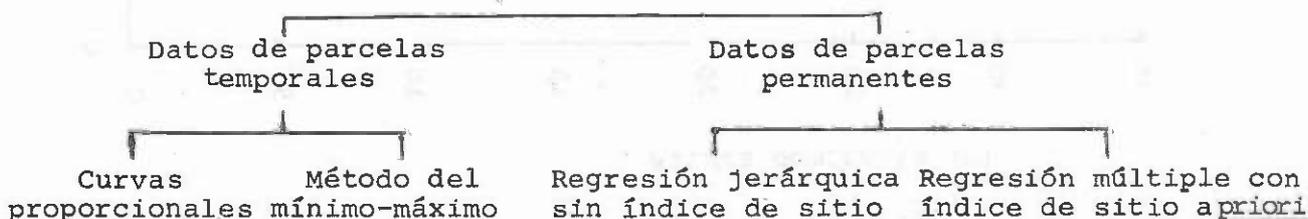
3. Se pueden interpolar dos curvas adicionales entre la curva superior y central y entre la curva inferior y central. El sistema puede dibujarse en una página diferente dando el resultado que se muestra en la figura 5.3
4. El sistema de curvas puede expresarse como una ecuación usando los métodos del apéndice A.1. Las curvas se enumeran secuencialmente y se denominan curvas de clases de sitio (o algunas veces clases de producción, clases de rendimiento, etc.). Así, en la figura 5.3, las clases de sitio se enumeran desde I (la más productiva) a V (la menos productiva).

La simplicidad de esta técnica de construcción de curvas de índice de sitio por métodos gráficos es obvia. Tiene 3 desventajas significativas:

- (i) Las curvas producidas dependen en gran parte del juicio de la persona que hace el trabajo, especialmente si los datos son escasos o provienen mayormente de parcelas temporales. Diferentes personas producirán diferentes conjuntos de curvas, las cuales serán más o menos precisas e inesgadas en la representación de la tendencia real.
- (ii) Cuando exista un gran volumen de datos y éstos ya se hallen almacenados en una forma accesible para un computador (por ejemplo, en tarjetas Hollerith de 80 columnas o cintas magnéticas), este método es entonces muy lento comparado con las técnicas estadísticas que pueden efectuarse con el computador.
- (iii) Cuando se requiera expresar el sistema de curvas como una ecuación (por ejemplo, si las curvas van a usarse en un programa de proyección de crecimiento o de inventario), el trabajo implícito en este único paso puede ser tan grande, como el trabajo total de ajustar las curvas directamente por una de las técnicas estadísticas.

#### 512.2 Métodos matemáticos de ajuste de curvas de índice de sitio

Las técnicas matemáticas de ajuste de curvas de índice de sitio tienen una ventaja considerable sobre los métodos gráficos, si se dispone de un computador y el volumen de datos es considerable. Sin embargo, no debe suponerse que los resultados de estas técnicas son necesariamente más precisos que el trazado de curvas a mano; esto dependerá en gran parte de lo adecuado que sea el modelo de crecimiento de alturas escogido y de la validez de las suposiciones estadísticas usadas en el ajuste de los parámetros del modelo. Las técnicas matemáticas pueden ser clasificadas en 4 grupos del modo siguiente:



De estos 4 métodos la regresión jerárquica (nested) es estadísticamente el apropiado y también es adecuado para cálculos manuales. Por consiguiente se examinará esta técnica con más detalle, discutiendo los otros métodos de manera más abreviada.

Los 4 métodos pueden referirse a un modelo simple de crecimiento de altura, como la ecuación de Schumacher:\*

$$H_0 = H_{\max} \exp (b/A^k) \quad (1)$$

donde,  $H_0$  es la altura dominante,  $H_{\max}$  es un parámetro a ser ajustado que representa la máxima altura que la especie podría alcanzar,  $\exp ( )$  es la anotación matemática para indicar que la expresión dentro del paréntesis es el exponente de la constante  $e = 2.71828$ ;  $b, k$  son parámetros a ser ajustados y  $A$  es la edad del rodal.

Las formas dadas por esta ecuación se ilustran en la figura 5.4. Utilizando logaritmos de base  $e$  ( $\ln$ ) en ambos lados de la ecuación (1) se consigue:

$$\ln H_0 = \ln H_{\max} + b/A^k \quad (2)$$

Si se hace  $a = \ln H_{\max}$ , entonces  $a$  y  $b$  pueden ajustarse por regresión lineal siempre que  $k$  sea conocido. Para la mayor parte de las especies los valores apropiados de  $k$  varían entre 0.2 y 2, y pueden ser estimados por técnicas descritas más adelante en esta sección, o por estimaciones no lineales como se describen en apéndice A.4. Para muchas especies, un valor asumido de  $k=1$  suministrará un ajuste satisfactorio. El parámetro  $b$  en la ecuación (2) debe ser siempre negativo; si no lo es, comprobar los cálculos en busca de errores.

El parámetro  $a$  normalmente se hallará entre 2 y 7; de nuevo comprobar para corrección de errores, si difiere ampliamente de dichos valores.

Para curvas proporcionales se ajusta la ecuación (2) al conjunto global de datos de las parcelas de muestreo temporales por regresión lineal, siendo la variable dependiente  $Y$ , el  $\ln H_0$ , y la variable predictora  $X$  la expresión  $1/A^k$ . Si  $k$  no es conocido, se siguen las indicaciones del apéndice A. 4 para determinarlo.

Esto da la tendencia de crecimiento de la altura promedio, asumiendo que en cada clase de edad, todos los sitios tienen igual probabilidad de estar representados. Si se conoce que, por ejemplo, las clases más viejas se hallan en sitios más pobres y las más jóvenes en los más ricos, no debe usarse este método. Se construyen entonces curvas dibujadas a mano, o si se dispone de datos de PMP se usa la regresión jerárquica.

Una vez que la curva de crecimiento de la altura promedio ha sido ajustada, pueden trazarse curvas de la misma forma que pasen por diferentes valores del índice de sitio. Si el índice de sitio  $S$  se define como la altura dominante del rodal a una edad índice  $A_i$ , el parámetro  $a$  de la curva que pase por este índice de sitio,  $a_i$  estará dado por:

$$a_i = \ln S - b/A_i^k \quad (3)$$

donde:  $b$  y  $k$  provienen de la curva promedio.

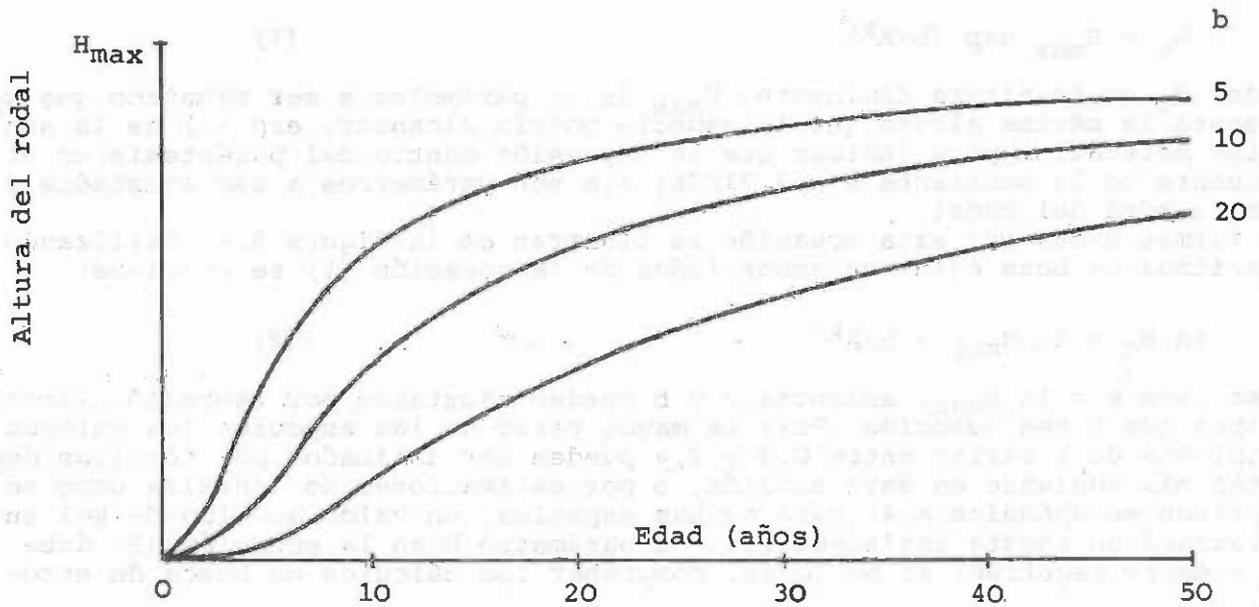
El método mínimo - máximo es más flexible en el tipo de la forma de la curva

---

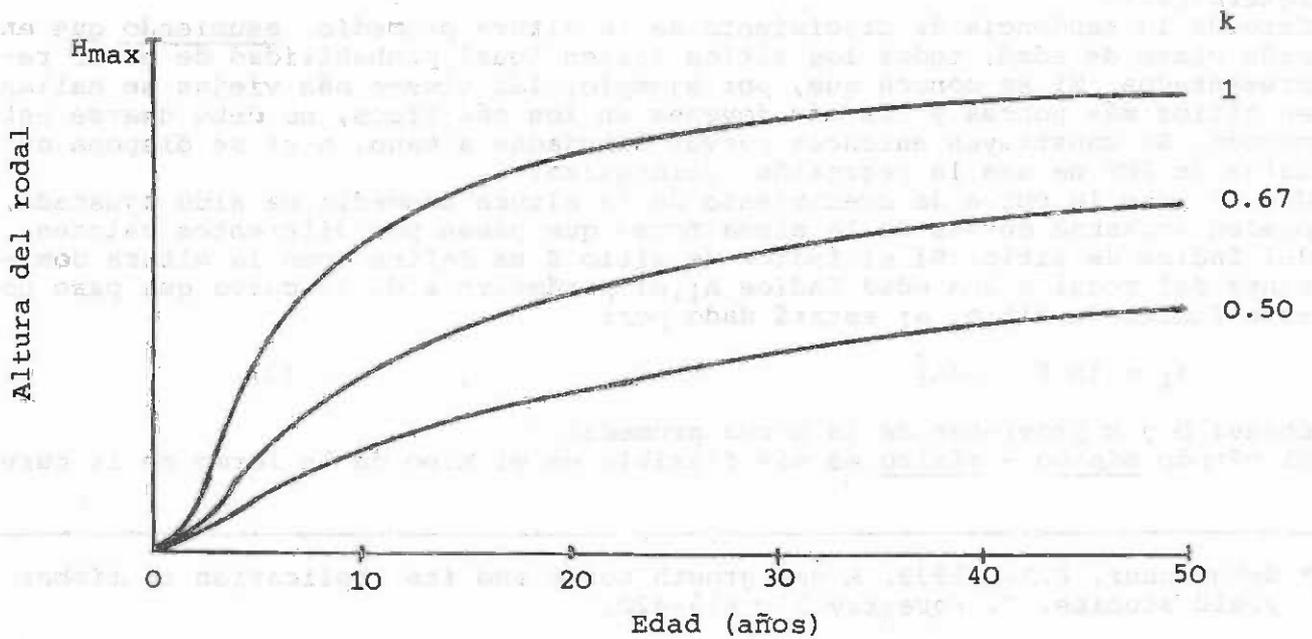
\* Schumacher, F.X., 1939. A new growth curve and its application to timber yield studies. J. Forestry 37: 819-820.

Figura 5.4

- (a) Gráfico de la ecuación de Schumacher con  $a = \log(H_{\max})$ ,  $k = 1$ , y diferentes valores de  $b$ .



- (b) Gráfico de la ecuación de Schumacher con  $a = \log(H_{\max})$ ,  $b = 5$ , y diferentes valores de  $k$ .



que el método de curvas proporcionales, pero requiere observaciones múltiples en cada clase de edad (como mínimo 3) por lo cual no puede usarse con una cantidad limitada de datos.

El procedimiento es el siguiente:

- (1) En cada clase de edad, se calcula el promedio de  $H_0$  para todas las parcelas, y los valores mínimo y máximo de  $H_0$ .
- (2) Se ajustan 3 regresiones diferentes, del tipo de la ecuación (2), al conjunto de observaciones de los máximos, mínimos y promedios. El parámetro no lineal  $k$  se asume como una constante para los 3 conjuntos, o se ajusta independientemente.
- (3) Como paso final, los coeficientes de cada una de las 3 líneas pueden ser armonizados para obtener una sola ecuación, utilizando los métodos descritos en el apéndice A.1.

Se justifica una variante más compleja de este método, si existe una gran cantidad de datos en cada clase de edad, como podrían obtenerse en un inventario forestal. Las observaciones de las alturas de cada clase se ordenan, de mayor a menor, y cada punto se asigna a una clase de sitio  $S$  de acuerdo a:

$$S = ( i - 1/2 ) / n$$

donde  $i$  es la posición de la parcela después del sorteo o arreglo, y  $n$  es la cantidad de parcelas en la clase de edad. Después de que las parcelas han sido asignadas a una clase de sitio, puede hacerse el análisis usando regresión múltiple, como en el último método que se describe más adelante.

Es conveniente observar que los métodos anteriores con datos provenientes de parcelas de muestreo temporales deben ser considerados como de utilidad provisional, ya que depende críticamente del supuesto de que todos los sitios tienen igual probabilidad de estar representados en cada clase de edad.

En la realidad este caso es raro, y de aquí que las curvas obtenidas son en mayor o menor grado defectuosas. La única solución es obtener datos periódicos de altura-edad de parcelas permanentes o de análisis de fustes, los cuales pueden ser analizados por uno de los métodos, que se explican a continuación.

Los métodos de regresión jerárquica ('nested regression') son de dos tipos. El primero usa variables condicionales (o variables 0-1) en regresión múltiple, como se describe en el ejemplo del apéndice A.2.10. Este método no ha sido utilizado, de acuerdo a los conocimientos del autor, en la construcción de curvas de índice de sitio, probablemente porque con cualquier número real de parcelas, el número de variables envueltas en la regresión sería enorme; pero el enfoque es realizable, con un programa especialmente adaptado para generar y manejar una gran cantidad de variables condicionales.

El segundo método, descrito por primera vez por Bailey y Clutter\*, implica el uso de estimadores de pendiente común y de término independiente común, del análisis de covarianza. Este método es apropiado para la construcción de curvas de índice de sitio y es lo suficientemente simple para hacer posible el cálculo manual de los parámetros.

---

\* Bailey, R.L. and Clutter, J.L., 1974. Base-Age Invariant Polymorphic Site Curves. Forest Science 20 : 155 - 159.

El modelo de regresión de pendiente común representado en la figura 5.5 (a) está dado por la ecuación:

$$Y = a_i + b X \quad (4)$$

donde  $a_i$  es diferente para cada parcela, pero  $b$  (la pendiente) es la misma para todas las parcelas.

El modelo del término independiente común mostrado en la figura 5.5 (b) se representa por la ecuación:

$$Y = a + b_i X \quad (5)$$

donde la intersección o término independiente  $a$  es el mismo para todas las parcelas, pero las pendientes  $b_i$  difieren.

De acuerdo a la ecuación de Schumacher, ambos modelos pueden ser usados, con  $Y$  como  $\ln H_0$ , y  $X$  como  $1/A^k$ . El modelo de pendiente común corresponde en su forma al conjunto de curvas proporcionales, pero hay una distinción importante entre este enfoque y el de las parcelas temporales, consistente en que la distribución de los sitios en las diferentes clases de edad no tiene influencia en este método.

Los estimadores estadísticos para los modelos de pendiente común y término independiente común son los siguientes:

Pendiente común  $b$ :

$$b = \frac{\sum_i^m \left( \sum_j^{n_i} X_{ij} \cdot Y_{ij} - \sum_j^{n_i} X_{ij} \cdot \sum_j^{n_i} Y_{ij} / n_i \right)}{\sum_i^m \left( \sum_j^{n_i} X_{ij}^2 - \left( \sum_j^{n_i} X_{ij} \right)^2 / n_i \right)} \quad (6)$$

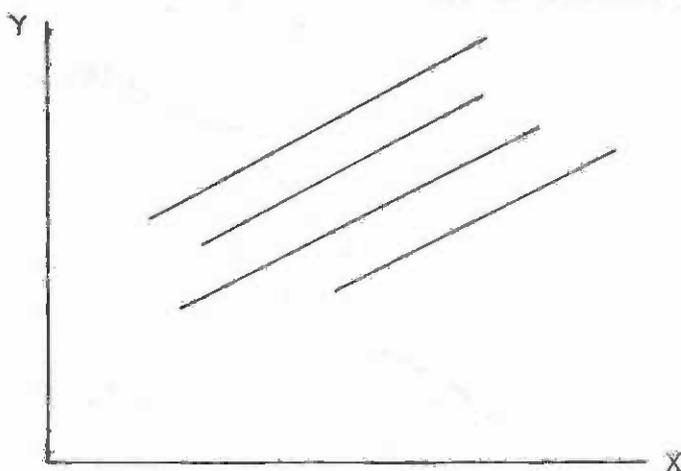
Término independiente común  $a$ :

$$a = \frac{\sum_i^m \sum_j^{n_i} Y_{ij} - \sum_i^m \left( \sum_j^{n_i} X_{ij} \sum_j^{n_i} X_{ij} \cdot Y_{ij} / \sum_j^{n_i} X_{ij}^2 \right)}{\sum_i^m n_i - \sum_i^m \left( \left( \sum_j^{n_i} X_{ij} \right)^2 / \sum_j^{n_i} X_{ij}^2 \right)} \quad (7)$$

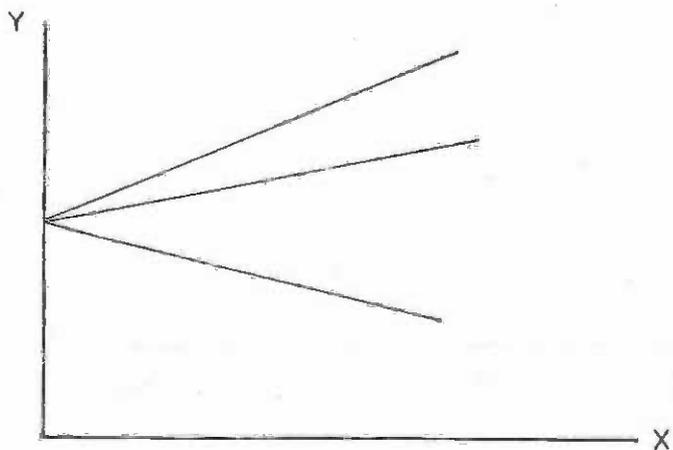
Como estas fórmulas parecen más bien complejas (aunque en el fondo son muy simples) se da un formato de cálculo con un ejemplo calculado, el formato 5.1, partes 1 y 2. La parte 1 contiene las sumatorias dentro de las parcelas correspondientes al índice  $j$  de las fórmulas anteriores entre 1 y  $n_i$ , mientras que la parte 2 contiene las sumatorias entre las parcelas correspondientes al índice  $i$  desde 1 hasta  $m$ .

El ejemplo utiliza los datos mostrados en la figura 5.6 de seis parcelas de muestreo permanentes en rodales de *Cupressus lusitanica* en Kenia. Para propósito de ilustración se ha asumido el valor del parámetro  $k$  como 1. Los datos altura-edad se transcriben en las dos primeras columnas de la parte 1 del formato 5.1. Se necesitan dos hojas de esta parte para las seis parcelas. Los valores transformados  $X$  e  $Y$  se hallan en las columnas 3 y 4,  $X^2$  está en la columna 5 y los productos  $XY$  en la columna 6. Los cálculos deben hacerse con un mínimo de cuatro dígitos significativos. Los totales para cada parcela (totales dentro de las parcelas) de las columnas 3 a 6 se hallan en la línea

Figura 5.5 Regresiones con pendientes comunes o términos independientes comunes.

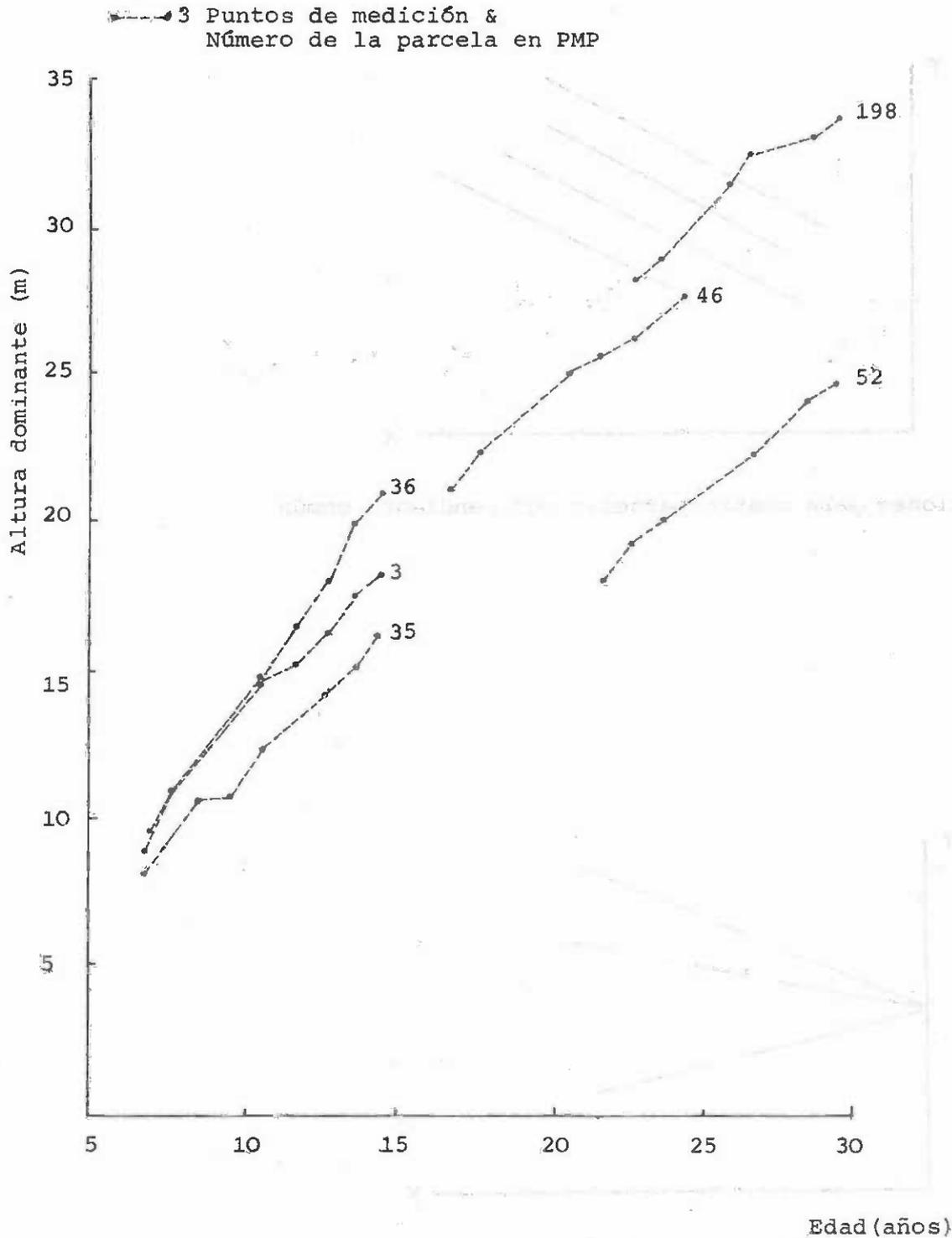


(a) Regresiones para cuatro parcelas con pendiente común



(b) Regresiones para tres parcelas con el término independiente común

Figura 5.6 Datos de seis parcelas de muestreo permanentes en rodales de Cupressus lusitanica en Kenia. Ejemplo usado en el texto para el ajuste de curvas de índice de sitio por regresión jerárquica



Formato 5.1 Modelos de regresión de pendiente común y término independiente común.

Parte 1 Resumen de los datos de la parcela. Usar tantas hojas de la parte 1 como sean necesarias para todas las parcelas.

Transformación de datos usada:	$X = \frac{1}{A}$	$A = \text{Edad}$
	$Y = \ln H$	$H = \text{Altura}$

Parcela 3					
Datos originales		Datos transformados			
A	H	X	Y	X <sup>2</sup>	XY
6.7	9.6	0.1493	2.2618	0.02228	0.3376
7.6	11.0	0.1316	2.3979	0.01731	0.3155
10.6	14.8	0.09434	2.6946	0.00890	0.2542
11.6	15.2	0.08621	2.7213	0.00743	0.2346
12.6	16.3	0.07937	2.7912	0.00630	0.2215
13.5	17.5	0.07407	2.8622	0.00549	0.2120
14.4	18.3	0.06944	2.9069	0.00482	0.2019
Totales n = 7		0.6843	18.6358	0.07253	1.7773

Parcela 35					
Datos originales		Datos transformados			
A	H	X	Y	X <sup>2</sup>	XY
6.7	8.1	0.1493	2.0919	0.02228	0.3122
8.5	10.7	0.1176	2.3702	0.01384	0.2789
9.5	10.8	0.1053	2.3795	0.01108	0.2505
10.6	12.5	0.09434	2.5257	0.00890	0.2383
12.6	14.3	0.07937	2.6603	0.00630	0.2114
13.5	15.2	0.07407	2.7213	0.00549	0.2016
14.4	16.5	0.06944	2.8034	0.00482	0.1947
Totales n = 7		0.6894	17.5523	0.07271	1.6872

Parcela 36					
Datos originales		Datos transformados			
A	H	X	Y	X <sup>2</sup>	XY
6.7	8.9	0.1493	2.1861	0.02228	0.3263
7.6	11.1	0.1316	2.4069	0.01731	0.3167
10.6	14.6	0.09434	2.6810	0.00890	0.2529
11.6	16.5	0.08621	2.8033	0.00743	0.2417
12.6	18.1	0.07937	2.8959	0.00630	0.2298
13.5	20.0	0.07407	2.9957	0.00549	0.2219
14.4	21.0	0.06944	3.0445	0.00482	0.2114
Totales n = 7		0.6843	19.0135	0.07253	1.8007

Formato 5.1 Modelos de regresión de pendiente común y término independiente común.

Parte 1 Resumen de los datos de la parcela. Usar tantas hojas de la parte 1 como sean necesarias para todas las parcelas.

Transformación de datos usada:  $X = 1/A$   $A = \text{Edad}$   
 $Y = \ln H$   $H = \text{Altura}$

Parcela 46					
Datos originales		Datos transformados			
A	H	X	Y	X <sup>2</sup>	XY
16.7	21.1	0.05988	3.0493	0.00359	0.1826
17.6	22.4	0.05682	3.1091	0.00323	0.1767
20.6	25.1	0.04854	3.2229	0.00236	0.1564
21.6	25.7	0.04630	3.2465	0.00214	0.1503
22.6	26.3	0.04425	3.2696	0.001959	0.1447
24.4	27.7	0.04098	3.3214	0.001680	0.1361
Totales n = 6		0.2968	19.2189	0.01495	0.9468

Parcela 52					
Datos originales		Datos transformados			
A	H	X	Y	X <sup>2</sup>	XY
21.7	18.1	0.04608	2.9959	0.00212	0.1334
22.6	19.4	0.04425	2.9653	0.00196	0.1312
23.5	20.0	0.04255	2.9957	0.00181	0.1275
26.6	22.3	0.03759	3.1046	0.00141	0.1167
27.6	23.3	0.03623	3.1485	0.00131	0.1141
28.5	24.2	0.03509	3.1864	0.00123	0.1118
29.4	24.7	0.03401	3.2068	0.00116	0.1091
Totales n = 7		0.2758	21.5031	0.01100	0.8438

Parcela 198					
Datos originales		Datos transformados			
A	H	X	Y	X <sup>2</sup>	XY
22.7	28.3	0.04405	3.3429	0.00194	0.1473
23.5	28.9	0.04255	3.3638	0.00181	0.1431
25.6	31.1	0.03906	3.4372	0.00153	0.1343
26.5	32.5	0.03774	3.4812	0.00142	0.1314
28.6	33.0	0.03497	3.4965	0.00122	0.1223
29.4	33.6	0.03401	3.5145	0.00116	0.1195
Totales n = 6		0.2324	20.6362	0.00908	0.7978

Formato 5.1 Modelos de regresión de pendiente común y término independiente común.

Parte 2 Totales entre las parcelas y cálculo de los coeficientes

Parcela	$\frac{\sum XY - \frac{\sum X \sum Y}{n}}{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}}$	$\frac{\sum X \sum XY}{\sum X^2}$	$\frac{(\sum X)^2}{\sum X^2}$	n	$\sum Y$	
3	-0.044483	0.00563479	16.7683	7	18.6358	
35	-0.041451	0.00481395	15.9972	7	17.5523	
36	-0.058005	0.0056348	16.9891	7	19.0135	
46	-0.0038949	0.00026829	18.7967	6	19.2189	
52	-0.0034221	0.00013348	21.15637	7	21.5031	
198	-0.0015088	0.00007837	20.4195	6	20.6362	
Totales	<sup>1</sup> -0.15276	<sup>2</sup> 0.016564	<sup>3</sup> 110.127	<sup>4</sup> 38.2045	<sup>5</sup> 40	<sup>6</sup> 116.560

Pendiente común  $b = (1)/(2) = \frac{-0.15276}{0.016565} = -9.222$

Término indep. común  $a = ((6)-(3))/((5)-(4)) = \frac{(116.56-110.127)}{(40-38.2045)} = \underline{\underline{3.583}}$

apropiada. También se anota el número de puntos en cada parcela. Los cálculos se continúan en la parte 2 del formato 5.1. Para cada parcela, los diferentes totales dentro de las parcelas ( $\sum X, \sum Y, \sum X^2, \sum XY$ ) y el número de puntos  $n$  se combinan de acuerdo a las fórmulas mostradas en el encabezamiento de las columnas de la parte 2. Al sumar estos números se obtienen los resultados en la línea de totales, señalados con los números (1) al (6). Finalmente se calcula la pendiente común y el término independiente común como se muestra en las últimas dos líneas de la parte 2.

Los resultados finales en este ejemplo numérico es de - 9.222 para el coeficiente de la pendiente común, mientras que el término independiente común tiene un valor de 3.583. Si estos modelos se plotean como un conjunto de curvas de índice de sitio se encontrará que tienden a curvarse mucho más abruptamente que lo indicado por los datos en la figura 5.6 Esto sucede porque el valor asumido de  $k$  es demasiado grande para este conjunto de datos. Bailey y Clutter, en el artículo mencionado anteriormente, muestran como es posible calcular el coeficiente no lineal  $k$  directamente, usando un modelo de regresión que contiene este coeficiente en forma lineal, asumiendo que se tienen datos de mediciones sucesivas, (de PMP o de análisis de fuste) de modo que se pueda estimar el incremento de la altura. El método es el siguiente:

1. Cálculo de un conjunto de valores transformados de  $Y$  para la 2a, 3a, etc., observaciones dentro de una parcela de acuerdo a la fórmula:

$$Y_{ij} = \ln \frac{H_{ij} - H_{ij-1}}{A_{ij} - A_{ij-1}} : \frac{1}{2} (H_{ij} + H_{ij-1})$$

No hay valor de  $Y$  correspondiente a la primera observación de la altura.

2. Cálculo del correspondiente conjunto de valores transformados de  $X$ , de acuerdo a la fórmula:

$$X_{ij} = \ln (2/(A_{ij} + A_{ij-1}))$$

3. Ajuste de un estimador de la pendiente común usando el formato 5.1 o la ecuación (6) con los valores transformados de  $X$  e  $Y$ . Nótese que si se utiliza el formato 5.1, solamente se necesitan las dos primeras columnas y los totales (1) y (2) de la parte 2.
4. Al estimador obtenido de la pendiente común se le resta la unidad. El resultado es la estimación requerida de  $k$ .

Si los cálculos se hacen manualmente, puede utilizarse el formato 5.2 para efectuar las transformaciones indicadas en los pasos 1 y 2. En el ejemplo que ilustra su uso, se ha hecho el cálculo completo para la primera parcela. Las fórmulas para los estimadores de la pendiente común y del término independiente común, así como las técnicas de transformación para estimar el parámetro  $k$ , pueden ser programadas con facilidad en computadores pequeños o calculadoras programables. Cualquier calculador con un mínimo de 15 registros para datos y 200 pasos de programación es apropiado.

Si el parámetro  $k$  se ajusta de este modo a los datos de la figura 5.6, se obtienen los siguientes valores:

Formato 5.2 Transformaciones a los datos de edad y altura de PMP para ajustar el parámetro k de la ecuación de Schumacher para estimar la pendiente común

i	j	A <sub>ij</sub>	a	b	c	X <sub>ij</sub>	H <sub>ij</sub>	d	e	f	g	h	Y <sub>ij</sub>	
Parcela	Punto	Edad	Suma	Diferencia	2/a	In c	Altura	Suma	Diferencia	e/b	d/2	f/g	In h	
PMP-46	1	1	16.7				21.1							
	1	2	17.6	34.3	0.9	0.05831	-2.842	22.4	43.5	1.3	1.444	21.75	0.06639	-2.712
	1	3	20.6	38.2	3.0	0.05236	-2.950	25.1	47.5	2.7	0.9000	23.75	0.03789	-3.273
	1	4	21.6	42.2	1.0	0.04739	-3.049	25.7	50.8	0.6	0.6000	25.40	0.02362	-3.746
	1	5	22.6	44.2	1.0	0.04525	-3.096	26.3	52.0	0.6	0.6000	26.00	0.02308	-3.769
	1	6	24.4	47.0	1.8	0.04255	-3.157	27.7	54.0	1.4	0.7778	27.00	0.05185	-2.959





Transferir a formato 5.1

$$k = 0.25$$

$$b = -6.638 \quad (\text{modelo de pendiente común})$$

$$a = 6,311 \quad (\text{modelo de término independiente común})$$

A continuación se examina la construcción de un conjunto de curvas de índice de sitio a partir de estos resultados, utilizando el modelo del término independiente común:

Se tiene

$$\ln H_0 = 6.311 + b_i / A^{0.25} \quad (8)$$

El parametro  $b_i$  depende del índice de sitio. Para un índice de sitio seleccionado, a la edad índice  $A_i$ :

$$\ln S = 6.311 + b_i / A_i^{0.25}$$

$$b_i = ( \ln S - 6.311 ) \cdot A_i^{0.25}$$

Si se desea obtener curvas para los índices de sitio 16, 18, 20, 22, 24, 26, usando una edad índice de 20 años, se tiene

S	$b_i$
16	-7.483
18	-7.234
20	-7.011
22	-6.809
24	-6.625
26	-6.456

Sustituyendo los  $b_i$  en la ecuación (8) para cada curva de índice de sitio, pueden calcularse valores de  $H_0$  para valores seleccionados de A. La curva resultante con los valores arriba indicados, se muestra en la figura 5.7 en la misma escala que la empleada para los datos de la figura 5.6.

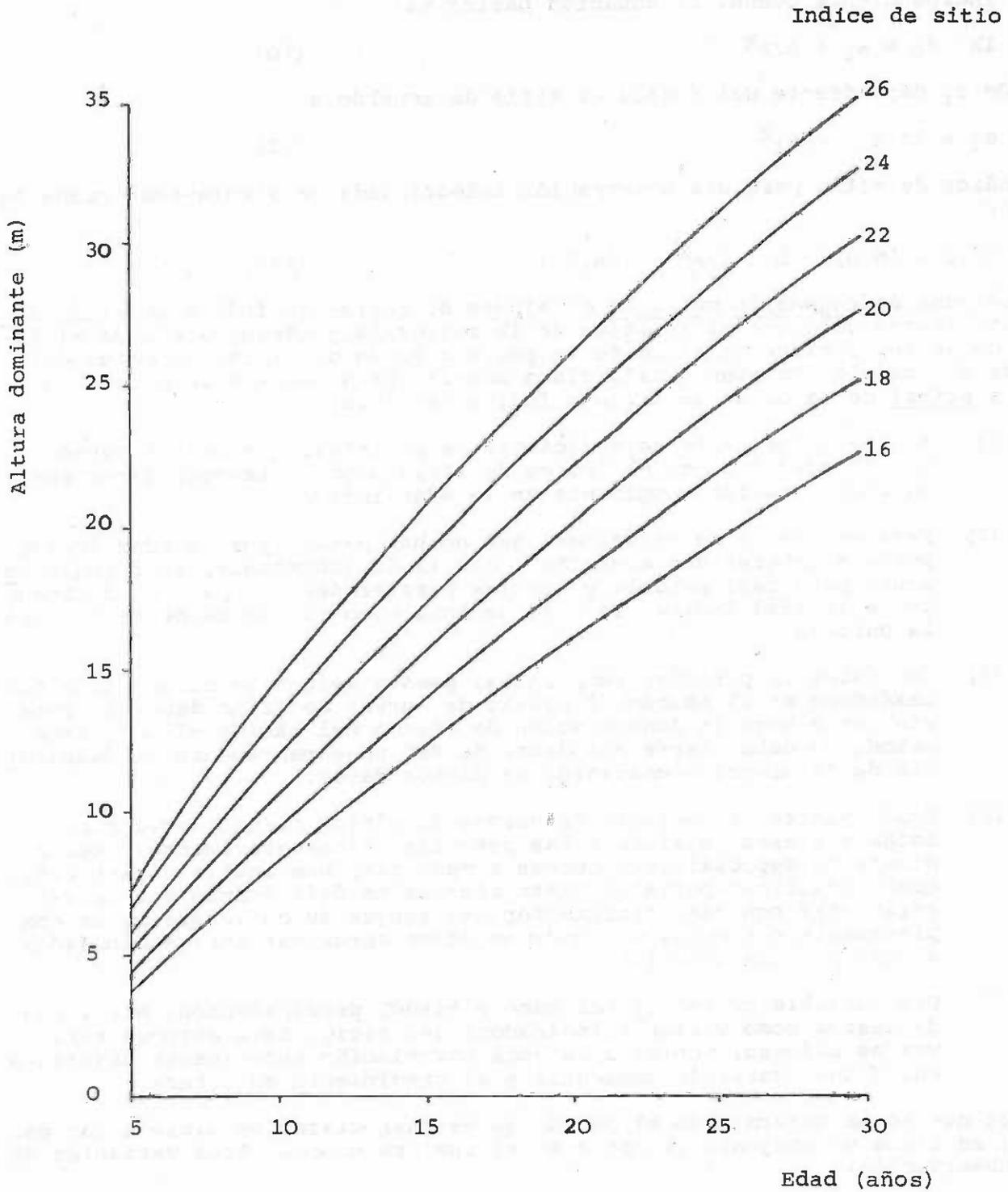
Si se desea calcular el índice de sitio de un rodal, dada su edad y altura dominante, se usa la fórmula:

$$\ln S = a + ( \ln H_0 - a ) \cdot ( A/A_i )^k \quad (9)$$

Por ejemplo, para los valores de los parámetros a y k dados anteriormente, su poniendo un rodal con 14.5 m a los 11.5 años, el estimado del índice de sitio está dado por:

$$\ln S = 6.311 + ( \ln 14.5 - 6.311 ) \cdot ( 11.5 / 20 )^{0.25}$$

Figura 5.7 Curvas de índice de sitio producidas con los datos de la figura 5.6 por el método de regresión jerárquica de Bailey & Clutter, usando la ecuación de Schumacher



$$\ln S = 3.144 \quad S = 23.2$$

Se puede decir que el índice de sitio de este rodal es 23 m. Si se utiliza el modelo de la pendiente común, en lugar del modelo del término independiente común, la ecuación básica es:

$$\ln H_0 = a_i + b/A^k \quad (10)$$

siendo  $a_i$  dependiente del índice de sitio de acuerdo a:

$$a_i = \ln S - b/A_i^k \quad (11)$$

El índice de sitio para una observación seleccionada de altura-edad viene dado por:

$$\ln S = \ln H_0 - b \left( 1/A^k - 1/A_i^k \right) \quad (12)$$

Los métodos de regresión múltiple de ajuste de curvas de índice de sitio pueden utilizarse como una alternativa de la regresión jerárquica cuando el índice de sitio, o clase de sitio de la parcela puede determinarse antes del ajuste del modelo. Existen quizás cinco maneras para hacer esta determinación a priori de la clase de sitio o índice de sitio:

- (1) En una larga serie de mediciones de parcelas, que ya han pasado por la edad índice, el índice de sitio puede obtenerse directamente como la altura dominante en la edad índice.
- (2) Para una serie de mediciones que no han pasado por la edad índice puede ajustarse una ecuación, como la de Schumacher, independientemente para cada parcela y usarlas para predecir la altura dominante a la edad índice, la cual se toma como el índice de sitio para la parcela.
- (3) Con datos de parcelas temporales, pueden asignarse clases de sitio basándose en el método de ajuste de curvas de sitio descrito anteriormente bajo la denominación de método del máximo-mínimo. Este método no debe usarse con datos de PMP pues representa un desperdicio de información contenida en dichos datos.
- (4) Puede usarse un conjunto de curvas de sitio ya existentes para asignar clases de sitio a las parcelas. Alternativamente, pueden dibujarse especialmente curvas a mano para un análisis particular, como clasificar parcelas. Esta técnica es útil cuando las curvas existentes son casi satisfactorias, aunque su curvatura no es completamente correcta, o cuando se desea aproximar curvas dibujadas a mano por una ecuación.
- (5) Una variable ambiental tal como altitud, precipitación, etc., puede usarse como variable indicadora del sitio. Este enfoque rara vez es exitoso, debido a la poca correlación normalmente existente entre una variable ambiental y el crecimiento en altura.

Una vez que se ha determinado el método de asignar clases de sitio a las parcelas, se tiene un conjunto de datos en el cual se conocen tres variables de cada observación:

Altura dominante	$H_0$
Edad	A
Clase o índice de sitio	S

La regresión múltiple puede usarse para ajustar un modelo que relacione  $H_0$  a A y S usando diferentes transformaciones. Se han utilizado dos tipos de modelos:

- (1) Modelos con restricciones, para usarlos con curvas de índice de sitio en las cuales la altura se expresa en relación al índice de sitio, y la edad en relación a la edad índice  $A_i$ . La regresión ajustada no tendrá término independiente. El modelo siguiente constituye un ejemplo:

$$(H_0 - S) = b_1 (A - A_i) + b_2 (A - A_i)^2$$

Este tipo de modelos está forzado a dar una altura dominante  $H_0$  igual al índice de sitio S cuando la edad es igual a la edad índice  $A_i$ .

- (2) Modelos irrestrictos, con término independiente. Cuando se usa el índice de sitio, más bien la clase de sitio, las curvas deben ser condicionadas después del ajuste para asegurar que la altura dominante corresponde al índice de sitio en la edad índice. Algunos ejemplos de los tipos de modelos irrestrictos que pueden ser ajustados son:

$$H_0 = b_0 + b_1A + b_2S + b_3AS + b_4A^2 \quad (13)$$

$$\log H_0 = b_0 + b_1/A + b_2S + b_3S/A \quad (14)$$

La ecuación (13) está basada en la ecuación cuadrática. Ver la figura A.2.1 (e) en el apéndice A para observar las formas que puede tomar la curva. Obviamente, para curvas de índice de sitio, solamente se desea una de las diversas formas posibles. La ecuación (14) está basada en la ecuación de Schumacher, o figura A.2.1 (c) del apéndice.

También son posibles una infinita variedad de otros modelos. En todo caso es esencial, dibujar las curvas después del ajuste, y sobreponerlas al gráfico de los datos para asegurarse que se mantienen las tendencias. A los parámetros (p.e.  $R^2$ , desviación standard residual) asociados con la regresión múltiple no debe dársele confianza en la determinación de la adaptabilidad de las curvas.

Si se usa índice de sitio, en vez de clase de sitio, podrá observarse al graficar las curvas, que la altura dominante que se estima  $H_0$  a la edad índice  $A_i$  generalmente no coincide con el índice de sitio S. Esto se debe a que no se establecen restricciones en el proceso de ajuste que obliguen esta coincidencia. Se dibujan curvas para un valor seleccionado verdadero de índice de sitio  $S^*$ , calculando el índice de sitio estadístico S requerido en el modelo para obtener una línea que pase por  $S^*$  a la edad  $A_i$ .

Así del modelo (13) se tiene:

$$S^* = b_0 + b_1A_i + b_2S + b_3A_iS + b_4A_i^2$$

de donde;

$$S = ( S^* - b_0 - b_1 A_i - b_4 A_i^2 ) / ( b_2 + b_3 A_i ) \quad (15)$$

Del modelo (14) se tiene:

$$\log S^* = b_0 + b_1 / A_i + b_2 S + b_3 S / A_i$$

de donde:

$$S = ( \log S^* - b_0 - b_1 / A_i ) / ( b_2 + b_3 / A_i ) \quad (16)$$

La necesidad de condicionar las curvas de índice de sitio y la misteriosa y confusa distinción entre índice de sitio estadístico  $S$  e índice de sitio real o verdadero  $S^*$  ha inducido a muchos investigadores a usar modelos del tipo restringido descritos anteriormente. Desafortunadamente, es común que muchos programas de regresión múltiple no ajustan ecuaciones sin término independiente, de modo que esta opción no siempre está disponible para los investigadores.

Con curvas de clase de sitio el problema no se presenta, ya que no existe ningún requerimiento para que las curvas pasen por un punto particular. Las técnicas de regresión múltiple tienen la ventaja de una gran flexibilidad en el tipo de modelo adoptado. Tienen la desventaja de requerir estimaciones a priori del índice de sitio, o de ser estadísticamente ineficientes al no hacer uso de la naturaleza jerárquica de los datos de las PMP. También es una desventaja, basarse en la premisa inválida de que la variable de sitio es conocida con un alto grado de precisión.

### 513 Modelos de estimación de sitio basados en factores ambientales

Las curvas de índice de sitio o clases de sitio sólo son útiles como instrumentos para predecir el potencial de producción, cuando se aplican a rodales existentes. Una gran cantidad de decisiones del manejo forestal requiere de alguna estimación del potencial de producción para una determinada especie antes de que haya sido establecida o al menos cuando los rodales son muy jóvenes.

Esto sólo es posible en dos tipos de situaciones:

- Predicciones muy generalizadas, como productividad máxima en una región determinada por comparación con productividad óptima de bosques similares establecidos bajo condiciones ambientales similares en algún otro lugar del mundo.
- Predicciones más detalladas de clase de sitio con referencia a un conjunto particular de curvas altura-edad de una especie determinada por medio de construcción de relaciones funcionales, para bosques ya establecidos en la región en cuestión, entre clases de sitios y factores ambientales tales como nutrientes, profundidad y textura del suelo, altitud, aspecto y precipitación.

El primer enfoque es particularmente relevante para bosques mixtos naturales. En lo concerniente a bosques uniformes creados por el hombre, esta materia corresponde más a la fase de selección de especies y proveniencias que a una detallada predicción de rendimiento, de lo cual trata este manual.

### 513.1 Modelos funcionales para predicción de clases de sitio

Los modelos para predicción de clases de sitio se construyen en las siguientes etapas:

- (1) Construcción de curvas de índice de sitio o clase de sitio para parcelas de muestreo permanentes en bosques existentes.
- (2) Recolección de datos ambientales de parcelas permanentes y/o temporales. Cada parcela se asigna a una clase de sitio basándose en la altura dominante y la edad obtenidas de las curvas de índice de sitio. Los datos ambientales colectados deben corresponder a las sugerencias señaladas en la sección 323.
- (3) Las diferentes variables ambientales se transforman y seleccionan como se describe en la siguiente sección para producir un modelo predictivo de la forma:

$$S = b_0 + b_1e_1 + b_2e_2 + \dots + b_n e_n$$

donde  $b_0$ ,  $b_1$ , etc. son coeficientes ajustados por regresión múltiple y  $e_1$  a  $e_n$  son transformaciones relevantes de las variables ambientales.

- (4) Los límites de confianza de las predicciones pueden definirse por los métodos dados para regresión múltiple en el apéndice A. En general, es deseable comprobar la función, comparando las clases de sitio reales y la de predicción, con un conjunto de datos independientes del que se utiliza en el ajuste de la función. Estos datos independientes deben ser preferiblemente de una región diferente de donde se obtuvieron los datos principales, con el fin de comprobar la estabilidad regional de la función predictora.

### 513.2 Construcción y selección de variables ambientales

El número total de variables ambientales medidas puede ser muy grande, posiblemente hasta cien por parcela, aun cuando un modelo utilizable deberá contener el menor número posible de las variables más fácilmente medibles. La reducción del número total de variables puede lograrse de diferentes maneras:

- Por síntesis de algunos elementos de información. Por ejemplo, los datos climáticos pueden sintetizarse para dar la duración de la estación húmeda o la estación de crecimiento con temperaturas sobre  $6^\circ\text{C}$ , o la temperatura promedio durante la estación húmeda, o por técnicas más complejas basadas en fórmulas de evapotranspiración.
- Selección estadística de las variables más significativas. El análisis de componentes principales puede utilizarse para esto, pero quizás es más simple usar un análisis de regresión múltiple paso a paso.
- Análisis gráficos de las variables consideradas como las más importantes como factores limitantes del crecimiento, seleccionando solamente aquellas que tienen una relación definida y obvia con las clases de sitio.

Las variables medidas deberán en lo posible ser transformadas, con el fin de obtener valores que puedan correlacionarse con el crecimiento. El ejemplo más obvio es la exposición topográfica del lugar, que puede medirse en grados, de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ , donde los valores cercanos al cero y al  $360^\circ$  corresponden a direcciones al norte. Tomando el seno de los ángulos dividido entre dos, se obtiene un código de exposición entre cero para direcciones septentrionales y uno para pendientes meridionales.

### 513.3 Problemas en la aplicación de funciones de estimación de sitio

Para que un modelo de estimación de sitio sea efectivo deberá expresarse en función de variables predictoras que sean de fácil medición. También deberá tener un coeficiente de correlación relativamente alto, preferiblemente sobre 0.8, con 20 ó más puntos. De otro modo, la relación puede ser significativa del punto de vista estadístico, pero no de uso práctico para propósitos de predicción, a causa de su baja precisión. La ecuación predictiva debe por lo tanto tener el menor número posible de variables predictoras, preferiblemente no más de tres o cuatro.

Las variables predictoras deben ser cantidades que pueden determinarse rápidamente utilizando los equipos convencionales disponibles. En la figura 5.8 se muestra un ejemplo de un modelo predictivo que satisface estos criterios. Está basado en una sola variable, que es el número de días en la estación de crecimiento con temperaturas superiores a  $6^\circ$  C. El índice de sitio se expresa en función del incremento volumétrico promedio anual y de su máximo. Mientras menor número de variables predictoras estén implicadas en un modelo, más apropiado es para ser usado en una extensa región. Con muchas variables predictoras, el modelo se vuelve muy sensible a las relaciones entre ellas, especialmente si algunas de dichas variables están altamente correlacionadas entre sí. Consecuentemente, cambios regionales en el balance entre variables predictoras, pueden fácilmente invalidar un modelo complejo

## 52 METODOS ESTATICOS DE PREDICCIÓN DE RENDIMIENTO.

Los métodos estáticos de predicción de rendimiento son aquellos en los cuales el rendimiento se predice directamente como una función de la edad, clase de sitio e historia de la densidad del rodal. Los métodos son estáticos en el sentido de que las funciones resultantes del rendimiento no permiten variación alguna en la historia de los tratamientos del rodal, excepto dentro de amplias clases de tratamientos alternativos de clareos, que ya están presentes en los datos.

Los componentes del rendimiento de mayor interés para el administrador forestal son el volumen y el diámetro promedio. Para determinar el volumen de los rodales se requiere conocer el número de árboles, la altura y el diámetro promedio. El número de árboles es usualmente la base para definir los tratamientos de clareo, mientras la altura es la medida más común para la clasificación de sitio.

En esta sección se consideran los métodos estáticos para predecir el diámetro promedio.

### 521 Metodos gráficos basados en la función diámetro/altura

Cuando se llevan a un gráfico los datos de un conjunto de parcelas temporales con el diámetro promedio en el eje vertical y la altura dominante en el horizontal, se obtiene un diagrama similar al de la figura 5.9 (a). Si los datos provienen de un experimento de clareos, se obtiene algo parecido a la figura 5.9 (b). El tratamiento A representa el clareo más ligero, es decir la mayor masa presente, y el tratamiento D es el clareo más severo, con la

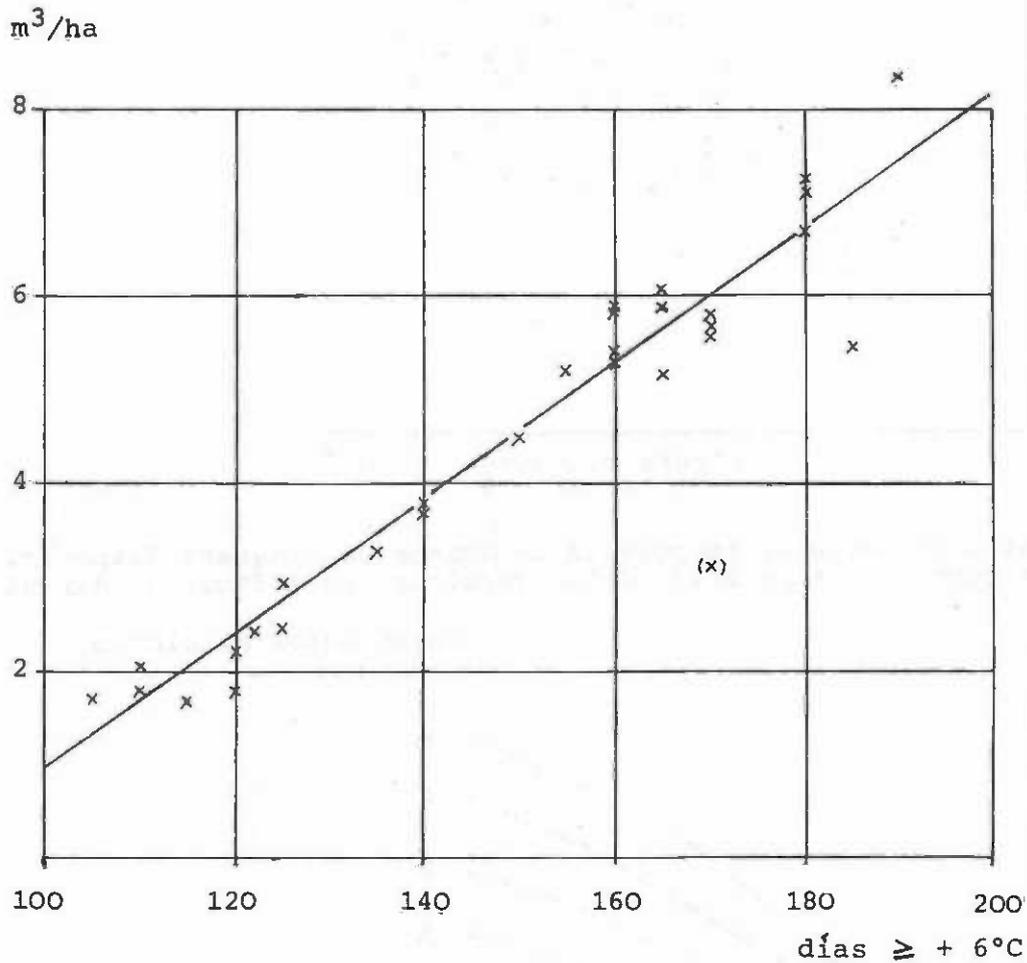
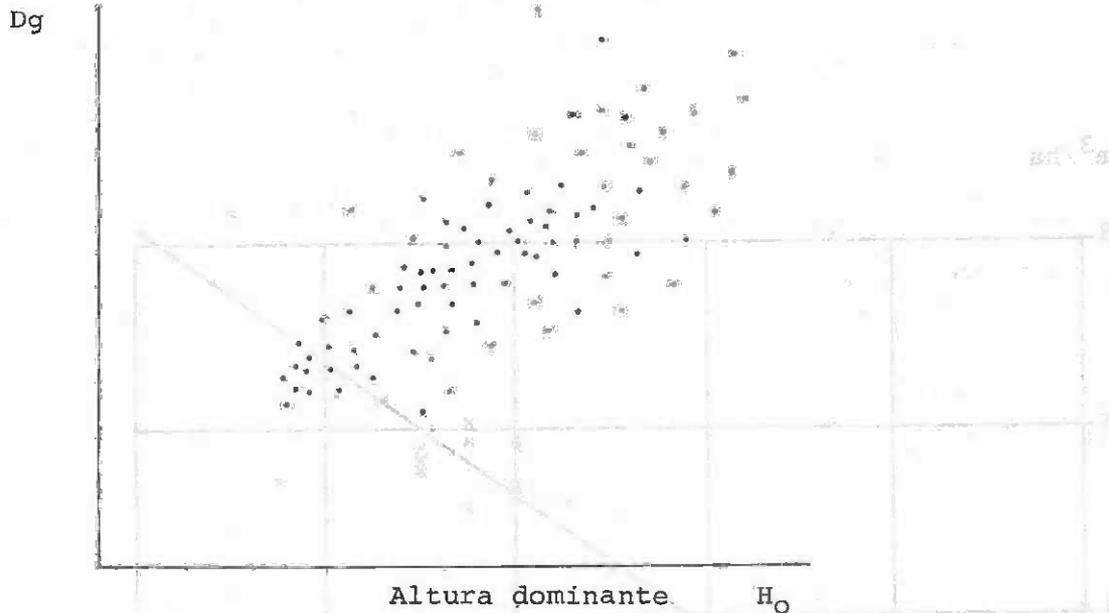


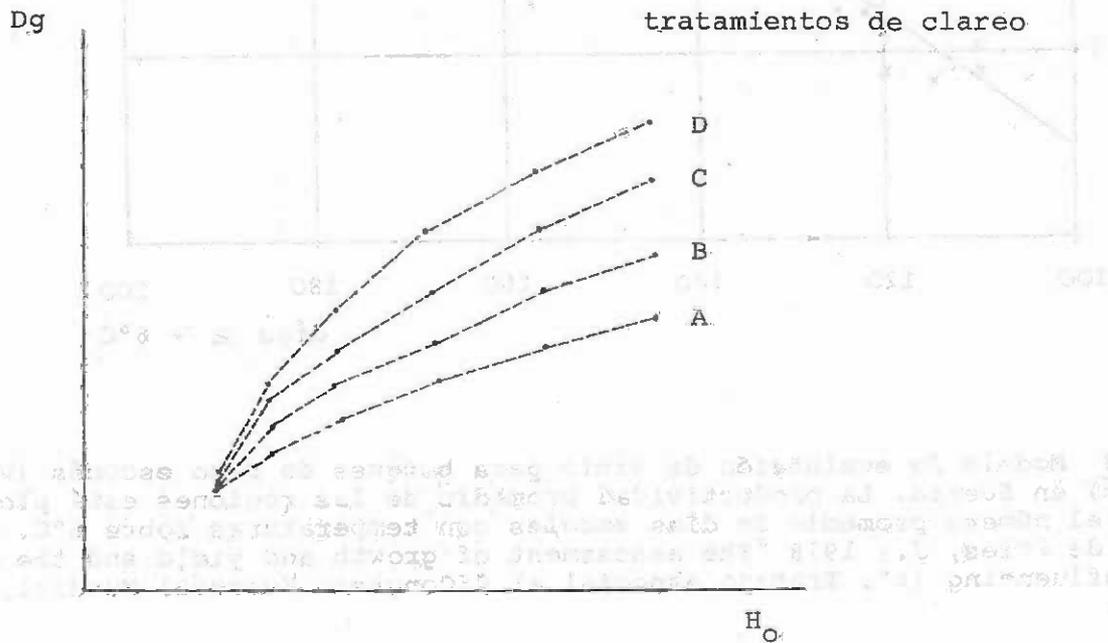
Figura 5.8 Modelo de evaluación de sitio para bosques de pino escocés (*P. sylvestris*) en Suecia. La productividad promedio de las regiones está ploteada contra el número promedio de días anuales con temperaturas sobre  $6^{\circ}\text{C}$ . (Reproducido de Fries, J., 1978 "The assessment of growth and yield and the factors influencing it". Trabajo especial al 8º Congreso Forestal Mundial, Djakarta).

Figura 5.9 Forma de la relación entre diámetro promedio y altura dominante

Diámetro del árbol de  
área basal promedio



(a) Con datos de parcelas temporales se obtiene un diagrama disperso. La verdadera forma de la relación diámetro/altura es difícil de definir.



(b) Con datos de experimentos de clareo, la forma de la relación y su dependencia de la densidad del rodal es muy clara. A representa el clareo más ligero y D el más severo.

menor masa presente.

Puede verse que las curvas son cóncavas con respecto al eje horizontal. Con datos de parcelas temporales o permanentes, puede construirse una serie de curvas dibujadas a mano de una manera análoga a la descrita en la sección 512.1 para curvas de índice de sitio, excepto que aquí las curvas señalan diferencias en la historia del rodal más bien que en clases de sitio.

Con datos de parcelas temporales, las formas de las curvas pueden definirse básicamente como envolventes, entre la parte superior y la parte inferior del diagrama de puntos, pero obviamente la forma de la curva puede alterarse fácilmente, como resultado de unos pocos puntos anómalos o excepcionales y es en gran parte un asunto de juicio subjetivo. Con datos de parcelas permanentes por otra parte, las tendencias principales de la curva son fácilmente visibles por las pendientes de las líneas que unen las mediciones de las mismas parcelas.

La altura se usa en el eje horizontal como un indicador de la edad dependiente del sitio. Los gráficos pueden construirse utilizando la edad, pero en dicho caso se necesitan conjuntos separados de curvas para cada clase de sitio.

Una vez que un conjunto de curvas han sido dibujado, debe determinarse la historia de la densidad de los rodales representada por cada clase de densidad. Esto se discute en la sección 523.

Las curvas dibujadas a mano pueden ser expresadas como ecuaciones, utilizando uno de los diferentes métodos de aproximación que se describen en el apéndice A.

#### 522 Estimación estadística directa de funciones de predicción del diámetro promedio

Pueden ajustarse funciones directamente a los datos de los diámetros promedios por métodos análogos a los utilizados para ajustar curvas de índice de sitio. Las variables predictoras pueden ser la altura dominante y la historia de los tratamientos del rodal (designada por T), o puede incluir edad e índice de sitio como variables separadas en lugar de la variable combinada altura dominante. Los métodos que pueden usarse para ajustar las funciones incluyen:

(1) Con datos de parcelas temporales:

- Se sorteán los datos de acuerdo a los diámetros dentro de las clases de altura y se les asigna un número de orden después del sorteo. Se llevan los números de orden dentro de cada clase de altura a una escala común por la transformación:

$$T = i/n$$

donde i es el número de orden dentro de una clase de altura y n es el número de puntos que contiene la clase. T es un índice de la historia de los tratamientos. Puede ajustarse una regresión múltiple de uno de los tipos discutidos anteriormente usando T como una variable predictora independiente.

- Ajuste de una línea de tendencia promedia por regresión simple entre el diámetro promedio y la altura dominante, y después construcción de un conjunto de curvas proporcionales o paralelas (anamórficas).

(ii) Con datos de parcelas permanentes.

- Regresión simple jerárquica, como se describe en la sección 512.2 para curvas de índice de sitio. Esto dependerá de la habilidad de encontrar una transformación de los datos que resulte en una figura como la 5.5 (a) ó 5.5 (b) para los modelos de pendiente común ó término independiente común respectivamente. La ecuación de Schumacher puede ser adecuada, o una transformación más simple del tipo:

$$Dg = a + b H_0^k$$

donde k es un exponente entre 0 y 1.

- Regresión multivariante jerárquica, usando la técnica de variable condicional descrita en el apéndice A.2.9 u otras técnicas más avanzadas de regresión.

- Regresión múltiple convencional, después de haber asignado un valor de la historia los tratamientos T a cada parcela. Esto puede hacerse de varias maneras, incluyendo una variante del método de sorteo descrito anteriormente para parcelas temporales en la cual, los valores promedios de T calculados para cada medición, se obtienen de parcelas manejadas de acuerdo a un plan consistente de clareos.

Con experimento de clareos, los valores T asignados a cada tratamiento pueden ser tan simples como 1, 2, 3, etc., si los tratamientos pueden ordenarse claramente de acuerdo a su grado de intensidad.

Un enfoque muy común para ajustar modelos de regresión múltiple a parcelas permanentes es usar el espaciamiento, relacionándolo con la altura o inclusive simplemente con la densidad, como índices de la historia de los tratamientos. Este método da la impresión de trabajar muy bien, pero introduce dificultades conceptuales especiales que se discuten más adelante en la sección 523.

La función matemática que se use como base de los modelos de ajuste no es muy importante, siempre que sea capaz de asumir una forma correcta. Esta será la de una curva levemente cóncava respecto al eje horizontal, como se muestra en la Fig. 5.9 (b). Modelos apropiados son:

$$(1) Dg = b_0 + b_1 H_0 + b_2 T + b_3 H_0 T + b_4 H_0^2$$

$$(2) Dg = b_0 + b_1 H_0^k + b_2 T + b_3 H_0^k T$$

El segundo modelo puede ser ajustado usando valores tentativos de k entre 0 y 1 con métodos de regresión lineal, seleccionando el valor que de el máximo coeficiente de correlación, o puede ajustarse también directamente por regresión no lineal.

Cualquiera que sea la función usada, el resultado debe ser examinado gráficamente y sobrepuesto a los datos para detectar comportamientos anómalos.

523 Definición de la historia de los tratamiento en función de la densidad y la edad

Las clases de historia de los tratamientos pueden ser definidas gráficamente,

o por un método numérico, como se discute en las secciones 521 y 522 respectivamente. Una vez que esto se ha hecho, la densidad real involucrada puede determinarse por un proceso de tabulación. Si la función o gráfico relaciona diámetro promedio a altura dominante, se construirá una tabla de clases de altura para cada clase de tratamiento, y se determinará la densidad promedio por hectárea en cada clase de tratamiento. Las clases de altura pueden convertirse posteriormente en clases de edad y clases de índice de sitio por referencia a las curvas relevantes de índice de sitio.

Cuando la función del diámetro promedio ha sido ajustada utilizando densidad o espaciamiento relativo como un índice de la historia de los tratamientos, no es necesario determinar la densidad correspondiente a un tratamiento histórico en particular. Sin embargo, los coeficientes determinados para una función de esta naturaleza dependen de la relación particular entre la edad y la densidad observada en los datos. Fallas en la realización de esto pueden significar que la función podría ser utilizada para combinaciones edad/densidad no representadas en los datos, dando resultados más o menos erróneos.

#### 524 Funciones estáticas de rendimiento predictivas de área basal o volumen

Así como se contruyen funciones estáticas de rendimiento para predecir el diámetro promedio, es posible usar técnicas idénticas para predecir el área basal o el volumen por hectárea. Las formas de estas funciones se muestran en las figuras 5.10 (a) y (b).

En general, el uso del diámetro promedio significa ciertas ventajas en términos de simplicidad de un modelo general. Si se predice área basal o volumen usualmente es necesario tener alguna función que permita obtener posteriormente el diámetro promedio.

También, con área basal o volumen por ha, un gran componente de la respuesta a las diferentes densidades de los rodales es simplemente el efecto multiplicativo de las diferentes densidades. Con la función del diámetro promedio, esta influencia desaparece, de manera que las relaciones resultantes reflejan los efectos reales de competencia.

#### 525 Limitaciones de los modelos estáticos de rendimiento

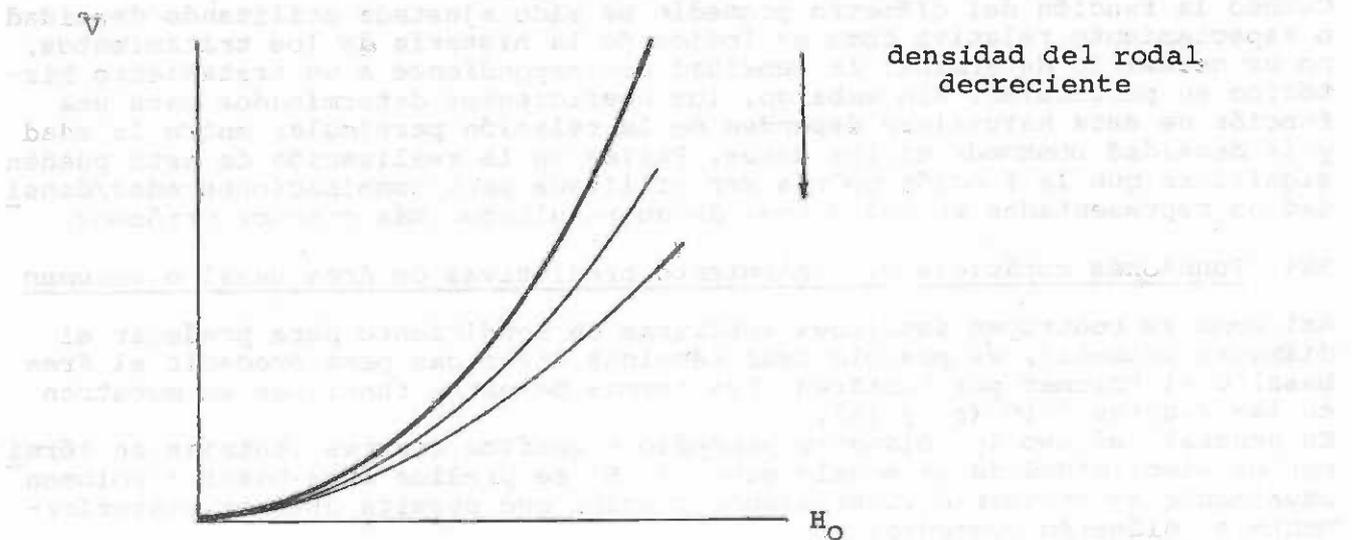
Los modelos estáticos de rendimiento tienen 3 desventajas significativas:

- (i) Es difícil combinar juntos datos de rodales con historias de tratamientos radicalmente diferentes o con historias de tratamientos variables y obtener una función de rendimiento efectiva y consistente.
- (ii) Una vez que el modelo ha sido construido, no puede ser usado para predecir rendimientos de tratamientos alternativos, aparte de aquellos representados por las historias de tratamientos incorporadas en el modelo.
- (iii) La determinación de los rendimientos de los clareos es difícil, a menos que se lleven registros exactos de los diámetros de los árboles removidos. Muy frecuentemente con PMP o inclusive con experimentos, tales datos no son obtenibles.

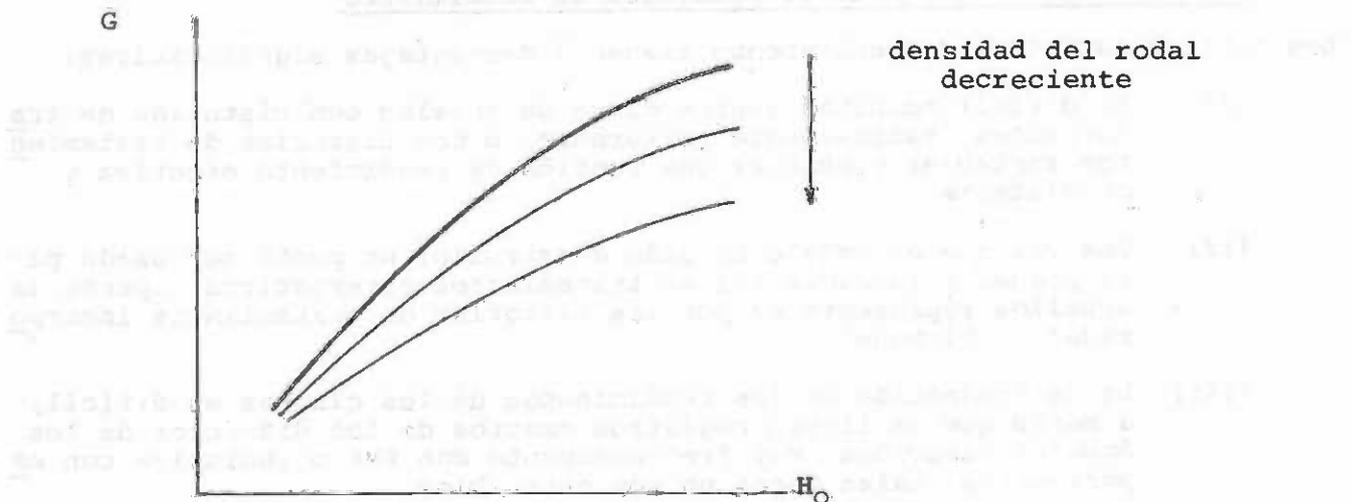
Por otra parte, los modelos estáticos son indiscutiblemente más sencillos de construir y usar que los dinámicos, y en situaciones apropiadas, al menos son confiables.

Figura 5.10 La forma de las curvas de volumen y área basal en función de la altura dominante

- (a) Volumen por hectárea en función de la altura dominante. Obsérvese que la línea más gruesa representa un límite no excedido por densidades de rodal muy altas. Si se utilizan escalas logarítmicas en ambos ejes, la relación aparece como una línea recta.



- (b) Area basal por hectárea en función de la altura dominante. La línea más gruesa es un límite no excedido por rodales con altas densidades.



### 53 METODOS DINAMICOS DE PREDICCIÓN DE CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO

Un modelo dinámico contempla tasas de cambio dentro de un sistema. En lo concerniente a estudios de rendimiento forestal, esto significa que la predicción básica es el incremento del diámetro, área basal o volumen.

Los modelos dinámicos tienen la ventaja de ser más representativos de la verdadera dependencia causa y efecto entre la densidad del rodal y su rendimiento que los modelos estáticos. No tienen la limitación de que los datos deben representar series consistentes de historias del rodal, y consecuentemente pueden ser utilizados como base para analizar y sintetizar datos de muy diversos tipos de parcelas de experimentos y parcelas de muestreo permanentes.

Los modelos de crecimiento se basan en funciones que predicen incrementos (del diámetro promedio, área basal o volumen) en cortos intervalos de tiempo, en función de la densidad del rodal (expresada en términos de área basal y/o edad), edad del rodal y clase de sitio. Las últimas dos variables pueden ser combinadas como altura dominante, similarmente al caso de los modelos estáticos de rendimiento.

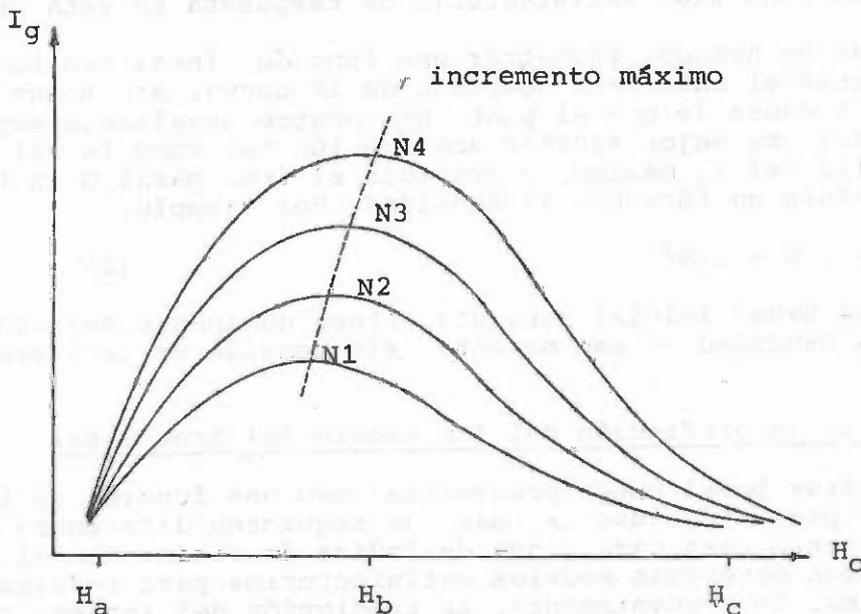
Para producir predicciones de rendimiento, la función de crecimiento debe integrarse matemáticamente o sumarse iterativamente sobre una sucesión de años. El último proceso se lleva usualmente a cabo escribiendo un programa para un computador pequeño, al cual se le denomina modelo de simulación por computador del crecimiento forestal.

En las secciones siguientes, se discuten estas técnicas con más detalles, con referencia particular a las funciones de incremento del área basal del rodal. Las técnicas no varían mayormente si se usan el diámetro promedio o el volumen como parámetros alternativos, pero el incremento del área basal es quizás el modelo más simple.

#### 531 La función de incremento del área basal

##### 531.1 Incremento del área basal como función de la altura dominante

El incremento del área basal de un rodal, para la mayor parte de las especies de las plantaciones, al plotearse contra la altura dominante muestra el siguiente tipo de tendencia:



donde  $I_g$  es el incremento corriente anual del área basal por ha,  $H_0$  es la altura dominante y  $N_1, N_2, \text{etc.}$ , son diferentes niveles de una densidad constante, siendo  $N_4$ , mayor que  $N_3$ , el cual a su vez es mayor que  $N_2$ , y así sucesivamente.

La curva tiene 3 regiones que pueden ser distinguidas para el propósito de un análisis práctico de los datos:

- (1) El intervalo  $H_a - H_b$  muestra un incremento que asciende rápidamente hasta un máximo y después empieza su descenso. Hay fuertes diferencias entre las clases de densidad. Esta parte de la curva es difícil de ajustar por modelos de regresión simple. En algunas especies esto ocurre a una edad tan temprana que no está representada en los datos de las parcelas de muestreo.
- (2) El intervalo  $H_b - H_c$  muestra una fuerte declinación en el incremento del área basal con el tiempo, y marcadas diferencias entre las clases de densidad. Esta parte de la curva puede modelarse fácilmente por varias funciones de regresión del tipo mostrado en la figura A.2.1 del apéndice A. El siguiente modelo incluye el efecto de la densidad:

$$\ln I_g = b_0 + b_1 H_0^{-k} + b_2 N H_0^{-k} \quad (1)$$

Al coeficiente  $k$  pueden dársele determinados valores (1, 2, etc.) o ajustarse por regresión no lineal.

Se usan logaritmos naturales (base  $e$ ) para transformar  $I_g$  ya que esto simplifica la integración matemática del modelo (ver sección 533).

- (3) Más allá de  $H_c$ , las diferencias entre las clases de densidad prácticamente desaparecen y el incremento del área basal será casi constante. Esta parte de la curva está después de la culminación del incremento volumétrico promedio anual en la mayoría de las especies, pero puede ser relevante para predicciones de rendimiento en rodales de madera de aserrío con largas rotaciones. El modelo (1) anterior produce un tipo satisfactorio de respuesta en esta región.

Es difícil, como se ha notado, encontrar una función lineal con buen comportamiento para ajustar el intervalo completo de la curva, sin sesgo en ninguna parte de ella. A causa de que el punto  $H_b$ , ocurre usualmente muy temprano en la vida del rodal, es mejor ajustar una función tal como la (1) sólo a los datos más allá del  $I_g$  máximo, y predecir el área basal  $G$  en  $H_b$ , de una función de rendimiento en términos de densidad. Por ejemplo:

$$G_0 = a + b_1 N + b_2 N^2 \quad (2)$$

donde  $G_0$  es el área basal inicial para una altura dominante definida  $H_b$ , que sólo depende de la densidad en ese momento, sin considerar la historia previa del rodal.

### 531.2 Otros métodos de predicción del incremento del área basal

El incremento del área basal puede predecirse como una función de la edad o del área basal en pie. Si se usa la edad, se requieren diferentes conjuntos de curvas de incremento para cada clase de índice de sitio. Con el área basal en pie, no pueden obtenerse modelos satisfactorios para rodales con historias muy variables. Consecuentemente, la predicción del incremento del área

basal en función de la altura dominante y de la densidad como se describe anteriormente es lo más recomendado.

### 531.3 Problemas prácticos en el análisis de datos de incremento

Los datos de incremento son siempre muy variables. Esto se debe al efecto combinado de:

1. Variaciones en el incremento de año a año, debido a fluctuaciones climáticas.
2. Errores instrumentales. Los sistemas simples de medición tales como las cintas diamétricas pueden tener el mismo orden de error que el incremento a medir.

Como consecuencia de esto se necesita una gran cantidad de datos para obtener estimadores satisfactorios de los coeficientes de regresión. Algo más, debido a que los efectos de las diferentes densidades del rodal se muestran sólo de manera muy débil a través de la variación general, es necesario tener datos de rodales con densidades extremas, si se va a construir un modelo dependiente de la densidad.

Las mejores funciones de incremento pueden tener coeficientes de determinación de sólo 0.7 y 0.8. Para comprobar la conveniencia de un modelo particular bajo estas circunstancias, debe usarse en su forma integral, en sentido matemático, (o como parte de un modelo de simulación) para predecir rendimientos finales. Pequeños sesgos en la función del incremento que no se detectan gráficamente o por un análisis directo de residuales, pueden producir grandes errores en la predicción del rendimiento, pues el error en las funciones de incremento es siempre acumulativo.

### 532 Construcción de un modelo de crecimiento con datos de un experimento de espaciamiento: Hipótesis de respuesta de Marsh

Es posible desarrollar modelos de crecimiento basados en experimentos de espaciamiento del tipo descrito en la sección 2, utilizando técnicas gráficas simplificadas, que pueden dar predicciones precisas para el crecimiento de rodales sujetos a una variedad de diferentes tratamientos de clareos. La base de este método es la hipótesis de Marsh:

"El incremento de rodales con clareos es equivalente a aquel de rodales no clareados de la misma masa (medida en número de árboles por unidad de superficie) y densidad (medida en área basal o volumen por unidad de superficie), pero de una edad más joven (esto es, la edad a la cual ellos tenían la misma área basal o volumen por unidad de superficie)."\*

Esta hipótesis ha sido validada con diferentes especies subtropicales y parece suministrar estimados precisos e insesgados del crecimiento que sigue a los clareos, siempre que el crecimiento se mida sobre un mínimo de 3 años.

---

\* Marsh, E.K. and Burgers, T.F. 1973. The Response of Even-Aged Pine Stands to Thinning. Forestry in S. Africa, 14 : 103-111.

El procedimiento es como sigue:

(1) Se grafican los resultados de los experimentos de espaciamiento usando promedios móviles para cada nivel de densidad, y el área basal en función de la edad (figura 5.11).

(2) Se define el método de clareos a usarse en función del área basal a la cual el clareo tiene lugar y del área basal y número de árboles a ser removidos.

Supóngase, por ejemplo, que se tiene un plan de clareos como sigue:

Plantación de 1.300 árboles por ha

Clareo n°	Clareo al área basal	G después del clareo	N después del clareo
1	28	22	900
2	35	28	500
3	35	30	300
corta final	35		

(3) Se dibuja el plan de los tratamientos en el gráfico (líneas discontinuas en la figura 5.11) y por la hipótesis de Marsh se determinan los intervalos de tiempo entre clareos:

Clareo n°	Edad aparente	Intervalo	Edad real al momento del clareo
1	0.0 - 8.0	8	8
2	8.5 - 13.5	5	13
3	14.5 - 18.5	4	17
corta final	20.0 - 23.0	3	20

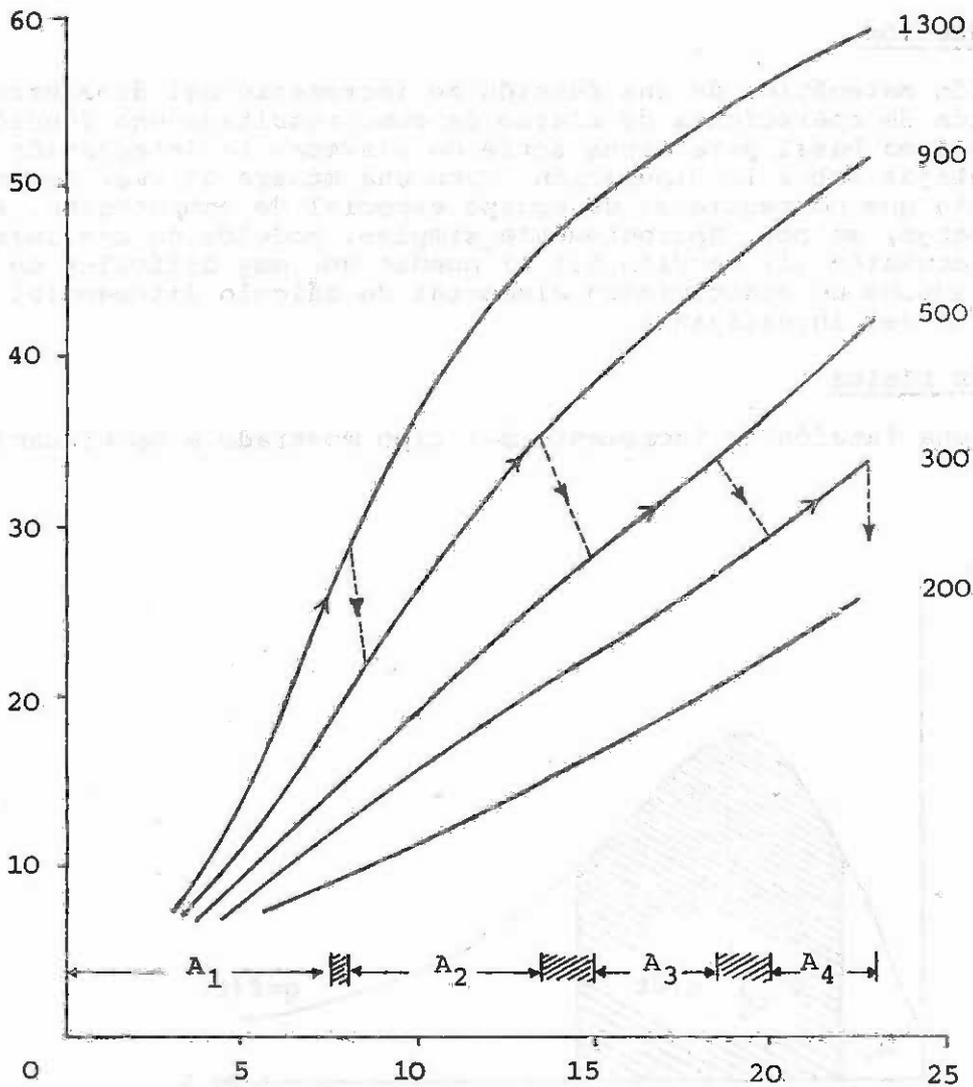
(4) Se reconstruye la relación área basal/edad usando el eje de edades corregidas para los rodales clareados. Entonces es posible obtener otras estadísticas de rendimiento para el rodal en relación con la edad.

Una variante de este método permite usar un diagrama único para construir curvas de rendimiento para diferentes clases de sitio. Esto implica el uso de altura dominante, en lugar de la edad, como abscisa del gráfico. La altura se usa entonces como una transformación de la edad dependiente del sitio con los intervalos de edad a determinarse por medio de curvas de índice de sitio. Este método también puede utilizarse cuando los datos de los experimentos de espaciamiento no cubren adecuadamente una gama de sitios, con el fin de proveer tablas hipotéticas de rendimiento para tales sitios. Nótese sin embargo, que la utilización de la altura dominante en lugar de combina-

Figura 5.11 Análisis de datos de un experimento de espaciamiento usando la hipótesis de Marsh

Area basal ( $m^2/ha$ )

árboles/ha.



Edad (años)

ciones separadas sitio-edad puede que no suministre siempre una representación suficientemente precisa de respuestas dependientes del sitio. Las funciones de incremento obtenidas de parcelas de muestreo permanentes de espaciamientos no controlados, o de muestras de incrementos de fustes, pueden usarse para construir curvas de área basal de los rodales no clareados a diferentes densidades, las cuales pueden ser analizadas gráficamente como se indica anteriormente. Esto es conveniente cuando el usuario de un modelo particular de crecimiento no tiene acceso a un equipo de computación.

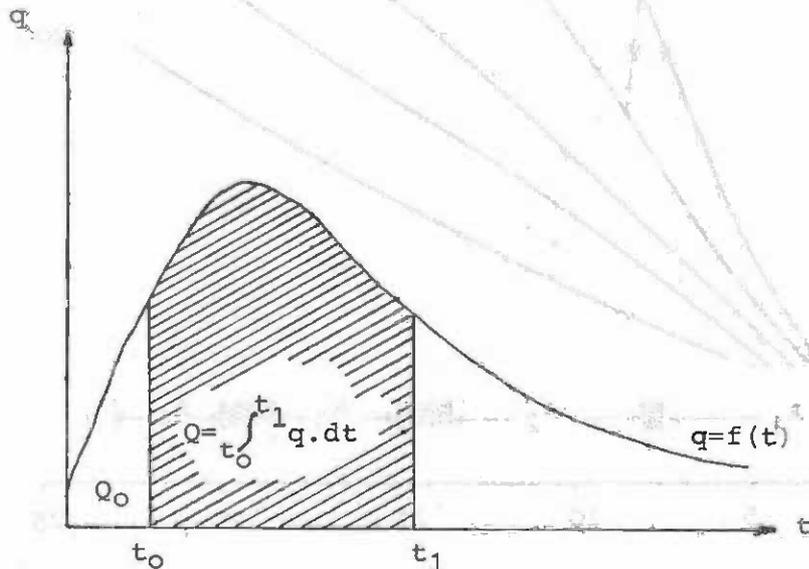
### 533. Conversión de modelos de crecimiento a modelos de rendimiento por integración

#### 533.1 Introducción

La integración matemática de una función de incremento del área basal para una serie dada de operaciones de clareo da como resultado una función de rendimiento del área basal para dicha serie de clareos. La integración matemática tiene ventajas sobre la simulación, como una manera de usar los modelos de crecimiento que no requieren de equipo especial de computación. Por otro lado sin embargo, muchos, aparentemente simples, modelos de crecimiento (por ejemplo, la ecuación (1) sección 531.1) pueden ser muy difíciles de integrar. Este método supone un conocimiento elemental de cálculo diferencial e integral por parte del investigador.

#### 533.2 Teoría básica

Si se tiene una función de incremento del tipo mostrado a continuación



donde  $q$  es alguna tasa de crecimiento (área basal, diámetro o volumen) y  $t$  es el eje del tiempo, la ecuación de la tasa de crecimiento puede ser representada en forma muy general por:

$$q = f(t)$$

(1)

a la vez, el área bajo esta curva de incremento es el rendimiento total acumulado. Así, el rendimiento acumulado hasta el tiempo  $t$ , está dado por:

$$Q = Q_0 + \int_{t_0}^t q \cdot dt \quad (2)$$

donde  $Q_0$  es el rendimiento acumulado al principio del período,  $t_0$ . Para un rodal no clareado, la curva área basal/edad representa la función integral equivalente a la ecuación (2) con  $Q_0 = 0$  y  $t_0 = 0$ . Por lo tanto cualquier función ajustada a los datos de rodales no clareados suministra una forma ya integrada de modelo de crecimiento. Consecuentemente, si se ajustan datos de un experimento de espaciamiento con una función de rendimiento dependiente de la densidad del rodal, esta función puede usarse para predecir con cierta precisión el crecimiento de rodales clareados. Esto es una generalización de la hipótesis de Marsh a cualquier tipo de función de crecimiento utilizando cualquier variable.\*

### 533.3 Aplicación de un modelo integral de rendimiento a diferentes tratamientos de clareo

Si un modelo integral de rendimiento se ha ajustado a datos de rodales no clareados para predecir el área basal como función de la altura dominante y del número de árboles, del modo siguiente:

$$G = f(H_0, N) \quad (1)$$

y si el rodal se clarea a una altura dominante  $H_t$  hasta una masa  $N_t$ , el rendimiento hasta el momento del clareo será:

$$G_t = f(H_t, N_0) \quad (2)$$

donde  $N_0$  es la masa inicial (después de que se haya tomado en cuenta la mortalidad temprana). Si la proporción de clareo (ver sección 54) es:

$$T_r = \frac{N'/N}{G'/G} \quad , \text{ de donde } G' = \frac{N'/N}{T_r/G}$$

entonces para este clareo particular, el área basal de la masa en pie después del clareo será:

$$G'_t = \frac{N_t/N_0}{T_r/G_t} \quad (3)$$

mientras que el rendimiento a un intervalo  $t + i$  después del clareo será:

$$G_{t+i} = G'_t + f(H_{t+i}, N_t) - f(H_t, N_t) \quad (4)$$

---

\* La hipótesis de Marsh como se discutió anteriormente es equivalente a la integración de una función de la forma:

$$I_g = f(G, N)$$

#### 533.4 Ejemplo de uso de un modelo integral de rendimiento

La figura 5.12 muestra los datos de un experimento de espaciamiento de rodales de Pinus patula en Kwira, Tanzania, designado como Experimento 345. En total habían 8 tratamientos ubicados sistemáticamente, con 2 replicaciones por tratamiento en parcelas rectangulares de 0.08 ha. En la figura 5.12 se muestran solamente los datos de 4 parcelas con masas de 173, 347, 694 y 1388 árboles/ha.

Para el conjunto total de datos (192 observaciones) se ajustó un modelo para predecir el área basal en pie, por regresión lineal múltiple ponderada, usando el modelo:

$$\ln G = b_0 + b_1 H^* + b_2 E + b_3 E H^* \quad (5)$$

$$\text{donde } H^* = 1/(H_0 - 1.3) \quad \text{y} \quad E = 100/\sqrt{N}$$

El modelo fué ponderado con G para evitar un excesivo sesgo hacia los valores más bajos que a menudo resulta cuando se usa una transformación logarítmica. Se obtuvo un valor de 0.95 para  $R^2$ , con los siguientes valores de los coeficientes:

$$b_0 = 4.0865$$

$$b_1 = 1.5991$$

$$b_2 = 0.047838$$

$$b_3 = -4.3063$$

El modelo se muestra en la figura 5.12 sobrepuesto a los datos de 4 tratamientos.

Se deseaba construir una tabla de rendimiento para rodales plantados a 1100 árboles/ha, clareados una vez a los 9 años, usando un clareo sistemático a 700 árboles/ha y corta total a los 16 años.

Para el promedio de los sitios, a 9 años le correspondió una altura dominante de 17 m, y a la edad de rotación de 16 años, 24 m. El área basal, anterior al clareo, a los 9 años puede ser calculada directamente de la ecuación (5):

$$H^* = 1/(17 - 1.3) = 0.0637$$

$$E = 100/\sqrt{1100} = 3.02$$

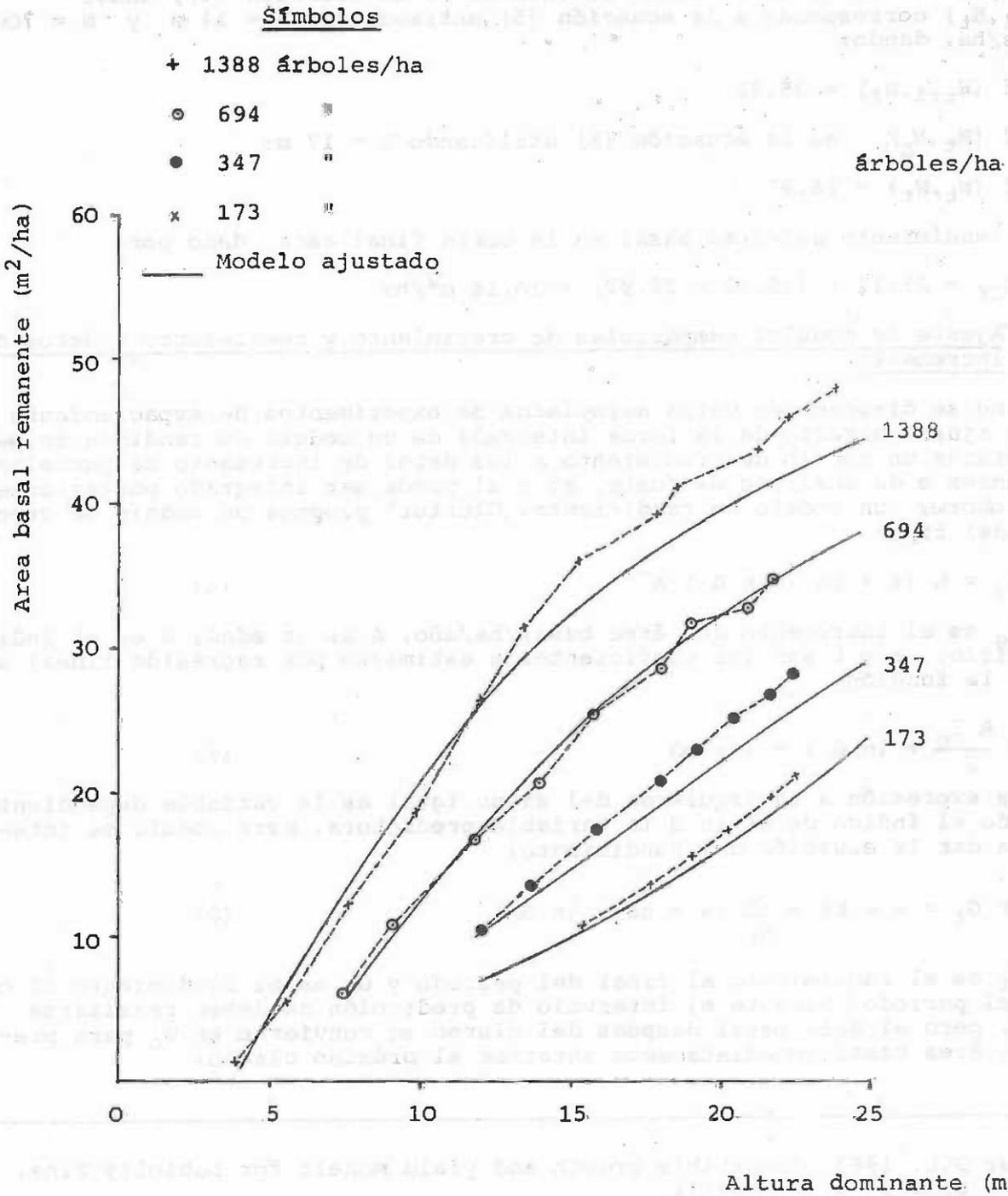
$$\begin{aligned} \ln G_9 &= 4.0865 + 1.5991 \times 0.0637 + 0.047838 \times 3.02 - 4.3063 \times 3.02 \times 0.0637 \\ &= 3.5043 \end{aligned}$$

$$G_9 = e^{3.5043} = 33.26 \text{ m}^2/\text{ha}$$

Puesto que el clareo de 1100 a 700 árboles/ha iba a ser sistemático, la proporción de área basal a remover debería ser la misma que la proporción del número de árboles removidos. De la ecuación (3), con  $T_r = 1.0$  por definición:

$$G'_9 = \frac{700/1100}{1/33.26} = 21.17 \text{ m}^2/\text{ha}$$

Figura 5.12 Experimento n°345 de espaciamiento en Kwira, Tanzania, en rodales de *Pinus patula*



Por lo tanto el área basal a extraer en el clareo era:

$$G_e = 33.26 - 21.17 = 12.1 \text{ m}^2/\text{ha}$$

El rendimiento en la corta final se obtiene de la ecuación (4), donde  $f(H_{t+i}, N_t)$  corresponde a la ecuación (5) entrando con  $H = 24 \text{ m}$  y  $N = 700$  árboles/ha, dando:

$$f(H_{t+i}, N_t) = 35.98$$

y  $f(H_t, N_t)$  es la ecuación (5) utilizando  $H = 17 \text{ m}$ :

$$f(H_t, N_t) = 26.97$$

así el rendimiento del área basal en la corta final está dado por:

$$G_{CF} = 21.17 + (35.98 - 26.97) = 30.18 \text{ m}^2/\text{ha}$$

### 533.5 Ajuste de modelos compatibles de crecimiento y rendimiento a datos de incremento

Cuando no se disponen de datos apropiados de experimentos de espaciamiento para un ajuste directo de la forma integrada de un modelo de rendimiento, puede ajustarse un modelo de crecimiento a los datos de incremento de parcelas permanentes o de análisis de fuste, el cual puede ser integrado posteriormente para obtener un modelo de rendimiento. Clutter\* propone un modelo de crecimiento del tipo:

$$I_g = G (a + bS - \ln G) A^{-1} \quad (6)$$

donde  $I_g$  es el incremento del área basal/ha/año,  $A$  es la edad,  $S$  es el índice de sitio,  $a$  y  $b$  son los coeficientes a estimarse por regresión lineal al ajustar la función:

$$\left( \frac{A I_g}{G} + \ln G \right) = a + bS \quad (7)$$

donde la expresión a la izquierda del signo igual es la variable dependiente  $Y$ , siendo el índice de sitio  $S$  la variable predictora. Este modelo se integra para dar la ecuación del rendimiento:

$$\ln G_t = a + bS - \frac{A_0}{A_t} (a + bS - \ln G_0) \quad (8)$$

donde  $G_t$  es el rendimiento al final del periodo y  $G_0$  es el rendimiento al comenzar el periodo. Durante el intervalo de predicción no deben realizarse clareos, pero el área basal después del clareo se convierte en  $G_0$  para predecir el área basal inmediatamente anterior al próximo clareo.

\* Clutter J.L. 1963. Compatible growth and yield models for Loblolly Pine. Forest Sci. 9 (3) : 354-371.



rirá datos que definan:

1. El índice de sitio y el espaciamiento inicial del rodal,
2. La frecuencia e intensidad de los clareos.

El programa generará salidas, en forma de tablas o gráficos de rodal, de acuerdo con lo que se estipule en el programa. La simulación puede dividirse en dos fases lógicamente distintas:

- (1) La fase de inicialización en la cual se definen los valores iniciales del rodal: área basal, altura y número de árboles, y se imprime los encabezamientos de las tablas.
- (2) La fase dinámica en la cual se calcula el crecimiento del rodal en un periodo de tiempo (usualmente de uno a cinco años) y se añade a la masa existente; cualquier operación de explotación requerida se lleva a cabo y la edad del rodal se incrementa en la duración del periodo, repitiéndose nuevamente el proceso. Durante la fase dinámica se imprimen los resúmenes de la masa forestal. La fase dinámica termina cuando se efectúa la corta total o cuando se alcanza un límite de tiempo previamente establecido.

### 534.3 Ejemplo de un modelo simple de simulación

En este ejemplo se construye un modelo simple de simulación en BASIC para rodales coetáneos de Pinus patula. Las funciones del modelo son las siguientes:

- (1) La función altura/edad, tomada de Alder\*:

$$\ln H = b_0 + b_1/A + ((\ln S - c_1)/c_2) (b_2 + b_3/A)$$

donde  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$  se obtienen por análisis de regresión de los datos de PMP de Pinus patula, y cuyos valores son:

$$b_0 = 3.6068$$

$$b_1 = -17.513$$

$$b_2 = 0.008057$$

$$b_3 = 0.3308$$

mientras que  $c_1$ ,  $c_2$  se definen como:

$$c_1 = b_0 + b_1/15$$

$$c_2 = b_2 + b_3/15$$

La edad índice para el índice de sitio es 15 años.

---

\* Alder, D. 1977. A Growth and Management Model for Coniferous Plantations in East Africa. D. Phil, thesis, Oxford University.

Cuadro 5.1 Tabulación de los valores del incremento del área basal por espaciamiento y altura. Experimento 345, Kwira, Tanzania

Altura dominante, m.	clases de espaciamiento, m.						
	2 - 3	3 - 4	4 - 5	5 - 6	6 - 7	7 - 8	8 - 9
3 - 5	3.89	2.87					
5 - 7	6.59	3.69					
7 - 9	7.22	4.49					
9 - 11	7.33	6.10	3.83				
11 - 13	5.90	5.39	4.55	3.56	3.17		
13 - 15	4.59	4.59	4.41	3.50	2.84	1.91	
15 - 17	2.82	3.30	4.35	2.93	2.34	2.18	1.51
17 - 19	2.24	2.22	3.34	2.50	2.00	2.11	1.54
19 - 21	2.09	2.03	2.40	1.73	1.42	1.72	1.43
21 - 23	2.01	1.57	1.99	1.32	1.28	1.37	1.27
23 - 25	1.86	1.93	1.59				

Los valores del cuadro son incrementos del área basal/ha/año. Ejemplo: para un espaciamiento de 4.5 m y una altura dominante de 12 m, el incremento es de 4.55 m<sup>2</sup>/ha/año.

- (2) La función del incremento del área basal se extrae del experimento 345, Kwira, Tanzania, por tabulación del incremento promedio del área basal por clases de densidad y altura dominante, obteniéndose los resultados del cuadro 5.1. Este cuadro se usa directamente en el programa sin mayor análisis.
- (3) Las proporciones de clareos se definen por los siguientes supuestos:
- (a) Clareo sistemático:  $T_r = 1.0$
  - (b) Clareo bajo selectivo: Primer clareo  $T_r = 0.7$   
Clareos posteriores  $T_r = 0.9$
- (4) La función de volumen es la ecuación para volúmenes de rodales de Pinus patula de Kenia:
- $$V_t = N(-0.0072 + 0.00002887 D_g^2 + 0.00002077 H D_g + 0.000032765 D_g^2 H)$$
- Esta ecuación da el volumen total. El volumen comercial hasta un diámetro tope de 20 cm se calcula por:
- $$V_m = V_t(0.97352 - 21.9737 \exp(-0.15407 D_g))$$
- (5) Para la inicialización se utiliza una área basal del rodal igual a cero a la edad de 3 años.

El listado del programa se halla en las dos páginas siguientes. La salida producida se muestra en la figura 5.13. El cuadro 5.2 contiene un listado de las definiciones de cada una de las variables usadas en el programa. Este programa de simulación intenta ser solamente un ejemplo de la flexibilidad de la técnica y no pretende sugerir que las funciones específicas utilizadas sean en ningún sentido las mejores.

#### 54 CLAREOS

El componente económico del crecimiento en rodales uniformes manejados para producir madera es parcialmente removido en forma de clareos comerciales. Adicionalmente, pueden efectuarse clareos no comerciales con el fin de reducir la densidad del rodal y obtener un diámetro promedio mayor para los siguientes clareos y en la cosecha final.

Obviamente, el modelaje de los clareos es un punto central para cualquier ejercicio en predicción del rendimiento. Una operación de clareo se caracteriza básicamente por el número de árboles por ha y área basal por ha a remover. En los modelos de árboles individuales, es necesario describir la distribución de los árboles removidos; pero esto no es necesario para los modelos de rodales, que son el tema principal de esta sección.

#### 541 La proporción de clareo

Una manera usual de caracterizar los clareos es en función de la proporción de clareo:

$$\text{Proporción de clareo} = \frac{N^\circ \text{ árboles dejados} / N^\circ \text{ árboles antes del clareo}}{\text{Área basal dejada} / \text{Área basal antes del clareo}}$$

Por medio de algunas transformaciones algebraicas, la proporción de clareo

```
5 SELECT PRINT 005(64)
10 REM EXAMPLE OF STAND GROWTH SIMULATION MODEL
20 REM INITIALIZATION PHASE
30 PRINT "SIMULATION MODEL FOR PINUS PATULA PLANTATIONS"
40 PRINT "GIVE INITIAL STOCKING AND SITE INDEX, PLEASE"
50 INPUT N,S
60 REM READ TABULATED INCREMENT VALUES
70 DIM T(7,11)
80 MAT READ T
90 DATA 3.89,6.59,7.22,7.33,5.90,4.59,2.82,2.24,2.09,2.01,1.86
100 DATA 2.87,3.69,4.49,6.10,5.39,4.59,3.30,2.22,2.03,1.57,1.93
110 DATA 0,0,0,3.83,4.55,4.41,4.35,3.34,2.40,1.99,1.59
120 DATA 0,0,0,0,3.56,3.50,2.93,2.50,1.73,1.32,0
130 DATA 0,0,0,0,3.17,2.84,2.34,2.00,1.42,1.28,0
140 DATA 0,0,0,0,0,1.91,2.18,2.11,1.72,1.37,0
150 DATA 0,0,0,0,0,0,1.51,1.54,1.43,1.27,0
152 REM READ SITE INDEX CURVE COEFFICIENTS
153 READ B0,B1,B2,B3
154 DATA 3.6068,-17.513,0.008057,0.3308
155 LET C1=B0+B1/15
156 LET C2=B2+B3/15
160 REM SET STAND BASAL AREA TO ZERO, AGE TO 3
170 LET G=0
180 LET A=5
190 REM READ DETAILS OF STAND TREATMENT
200 PRINT "HOW LONG IS THE ROTATION, PLEASE"
210 INPUT R
220 DIM A1(10),N1(10),T$(10)
230 PRINT "HOW MANY THINNINGS, PLEASE"
240 INPUT M
250 IF M = 0 THEN 300
260 FOR I=1 TO M
270 PRINT "GIVE AGE,STEMS/HA LEFT, AND TYPE(S/L) FOR THINNING ";I
280 INPUT A1(I),N1(I),T$(I)
290 NEXT I
300 LET M=1
305 SELECT PRINT 215(120)
310 REM PRINT TABLE HEADINGS
320 PRINT
330 PRINT TAB(20);"GROWING STOCK";TAB(80);"THINNINGS"
340 PRINT
350 PRINT USING 360
360 % AGE HDOM STEMS/HA DIAM(G) BA/HA VOL/HA VOL/HA(20CM)
VOL/HA VOL/HA(20CM)
370 REM DYNAMIC PHASE OF SIMULATION
380 REM CALCULATE DOMINANT HEIGHT
390 LET H=EXP(B0+B1/A+((LOG(S)-C1)/C2)*(B2+B3/A))
400 REM SELECT HEIGHT AND STOCKING CLASS FOR GROWTH INCREMENT
410 LET H1=(H-1)/2
411 IF H1<12 THEN 420
412 LET H1=11
420 LET E1=SQR(1/N)*100-1
430 IF T(E1,H1)=0 THEN 920
440 REM ADD INCREMENT TO CURRENT BASAL AREA
450 LET G=G+T(E1,H1)
460 REM TEST IF THINNING REQUIRED IN CURRENT YEAR
470 IF A=A1(M) THEN 670
480 REM CALCULATE MEAN BA DIAMETER, & VOLUMES
```

```
490 LET D =SQR(G/(N*0.00007854))
500 LET V=N*(-0.0072+0.00002887*D!2+0.00002077*H*D+0.00003276*D!2*H)
510 LET V1=V*(0.97352-21.9737*EXP(-0.15407*D))
515 IF V1 ) 0 THEN 520
516 LET V1 = 0
520 REM PRINT GROWING STOCK DETAILS
530 PRINT USING 540,A,H,N,D,G,V,V1;
540 % ### ##.# ##### ###.## ##.# ###.# ###.#
550 REM PRINT THINNING DETAILS IF A THINNING WAS PERFORMED
550 IF T2=0 THEN 600
570 PRINT TAB(64);
580 PRINT USING 590,N2,D1,G1,V2,V3;
590 % #### ##.# ###.# ###.# ###.#
600 REM INCREASE AGE BY 1 YEAR, & REPEAT DYNAMIC PHASE
605 PRINT
610 LET A = A+1
620 LET T2=0
630 IF A(= R THEN 370
640 PRINT
650 PRINT TAB(20);"END OF SIMULATION"
660 STOP
670 REM SECTION TO SIMULATE LOW OR SYSTEMATIC THINNING
680 REM DETERMINE THINNING RATIO FROM THINNING TYPE
690 IF T$(M)="L" THEN 720
700 LET T3=1
710 GOTO 760
720 IF M)1 THEN 750
730 LET T3=0.7
740 GOTO 760
750 LET T3=0.9
760 REM CALCULATE STOCKING REMOVED N2 & BA REMOVED G1
770 LET N2=N-N1(M)
780 LET G2=N1(M)/N/(T3/G)
790 LET G1=G-G2
800 REM ADJUST STOCKING & BA OF RESIDUAL STAND
810 LET G=G2
820 LET N=N1(M)
830 REM COMPUTE MEAN DIAMETER AND VOLUMES OF THINNINGS
840 LET D1=SQR(G1/(N2*0.00007854))
850 LET V2=N2*(-0.0072+0.00002887*D1!2+0.00002077*H*D1!2+0.00003276*D1!2*H)
850 LET V3=V2*(0.97352-21.9737*EXP(-0.15407*D1!2))
861 IF V3 ) 0 THEN 870
862 LET V3 = 0
870 REM INCREMENT THINNING NUMBER AND RETURN TO MAIN PART OF
880 REM SIMULATION
890 LET M=M+1
900 LET T2=1
910 GOTO 480
920 REM SECTION TO ABANDON PROGRAM WHEN SIMULATIONS GOES
930 REM OUTSIDE LIMITS OF AVAILABLE GROWTH DATA
940 PRINT TAB(20);"SIMULATION EXCEEDS RANGE OF GROWTH FUNCTION"
950 PRINT TAB(20);"RUN ABANDONED"
960 END
```

Figura 5.13 Salida producida por el computador para un modelo de simulación de crecimiento de un rodal

SIMULATION MODEL FOR PINUS PATULA PLANTATIONS  
 GIVE INITIAL STOCKING AND SITE INDEX, PLEASE  
 1700 23  
 HOW LONG IS THE ROTATION, PLEASE  
 16  
 HOW MANY THINNINGS, PLEASE  
 1  
 GIVE AGE,STEMS/HA LEFT, AND TYPE(S/L) FOR THINNING 1  
 8 700 S

GROWING STOCK							THINNINGS				
AGE	HDOM	STEMS/HA	DIAM(G)	BA/HA	VOL/HA	VOL/HA(20CM)	STEMS/HA	DIAM(G)	BA/HA	VOL/HA	VOL/HA(20CM)
5	6.1	1700	7.0	6.5	8.6	0.0					
6	8.5	1700	10.1	13.8	45.3	0.0					
7	10.8	1700	12.5	21.1	96.0	0.0					
8	12.9	700	14.2	11.1	61.8	0.0	1000	14.2	15.9	138.8	0.0
9	14.8	700	16.9	15.7	101.6	0.0					
10	16.5	700	18.6	19.0	137.7	0.0					
11	18.1	700	19.6	21.2	168.4	0.0					
12	19.5	700	20.5	23.2	198.7	10.0					
13	20.7	700	21.4	25.3	230.1	38.5					
14	21.9	700	22.1	26.8	257.8	63.1					
15	22.9	700	22.7	28.4	285.9	89.4					
16	23.9	700	23.5	30.3	317.9	122.6					

END OF SIMULATION

Cuadro 5.2 Definición de las variables utilizadas en el programa de simulación de crecimiento de un rodal

Variable	Dimensión	Descripción de uso
A		Edad del rodal, años
A1	10	Lista de edades de los clareos
B0	]	Coeficientes para la función de crecimiento de la altura, representados como $b_0, b_1, b_2, b_3$ en el texto
B1		
B2		
B3		
C1	]	Coeficientes para la función de crecimiento de la altura, representados como $c_1, c_2$ en el texto
C2		
D		Diámetro del área basal promedio, de la masa permanente
D1		Diámetro del área basal promedio, de los árboles removidos en los clareos
E1		Clase de densidad del rodal, desde 1 para espaciamiento de 2-3 m hasta 7 para espaciamiento de 8 y más m
G		Area basal/ha de la masa permanente
G1		Area basal/ha de los árboles removidos en clareos
G2		Area basal de la masa permanente inmediatamente después del clareo
H		Altura dominante del rodal
H1		Clase de altura dominante, desde 1 para alturas de 3-5 m hasta 11 para alturas sobre 23 m
I		Contador del número de clareos durante la lectura de los detalles de los clareos
M		Inicialmente el número de clareos. Durante la fase dinámica representa el próximo número de clareo
N		Número de árboles/ha del rodal
N1	10	Lista de la masa residual a ser dejada después de cada clareo
N2		Número de arboles/ha removidos en cada clareo
R		Edad de rotación del rodal, en años

Cuadro 5.2 (continuación...)

<u>Variable</u>	<u>Dimensión</u>	<u>Descripción de uso</u>
S		El índice de sitio del rodal, (altura dominante a los 15 años) en m
T	7,11	Cuadro de incrementos del área basal correspondiente a las clases de espaciamiento (1° dimensión) y clases de altura (2° dimensión). Los valores del cuadro 5.1
T2		Índice igual a 1 si el rodal ha sido clareado en el año actual del tiempo simulado, e igual a cero en los otros casos. Control para los formatos de impresión
T3		Proporción de clareo $T_r$ como se define en el texto para cada tipo de clareo. Valor 1 para clareo sistemático, 0.7 para el 1er clareo bajo y 0.9 para los otros clareos
T $\Phi$	10	Listado de los tipos de clareos, para cada clareo. "S" representa clareo sistemático y "L" clareo bajo
V		Volumen total con corteza por ha de la masa permanente
V1		Volumen con corteza/ha hasta un diámetro de 20 cm, de la masa permanente
V2		Volumen total/ha de los clareos
V3		Volumen/ha hasta 20 cm, de los clareos

\* \* \* \* \*

puede ser expresada también como:

$$\text{Proporción de clareo} = \frac{(\text{Diámetro promedio del área basal antes del clareo})^2}{(\text{Diámetro promedio del área basal después del clareo})^2}$$

Valores típicos de la proporción de clareo para varios tipos de clareos son:

<u>Tipos de clareo</u>	<u>Valores de la proporción de clareo</u>
Clareos bajos tempranos	0.6 - 0.8
Clareos bajos tardíos	0.8 - 1.0
Clareo no selectivo	1.0
Clareo de copas	1.1 - 1.3

La proporción de clareo puede determinarse empíricamente usando parcelas temporales en las cuales se efectúan los clareos por medio de contratistas, o en las cuales están marcados los árboles sin que hayan sido derribados todavía. La primera técnica da una estimación más real, pero puede no ser apropiada para tipos experimentales de clareo, los cuales simplemente se desean evaluar en un modelo dinámico.

Las estimaciones de la proporción de clareo obtenidas de parcelas de muestreo permanentes pueden no ser confiables, ya que normalmente, las PMP se de marcan claramente en el bosque, y por lo tanto probablemente no reciben un tratamiento típico.

#### 542 Estimación de los rendimientos de clareos en modelos estáticos

Para estimar los rendimientos de los clareos por medio de una función estática de rendimiento, deben conocerse la intensidad del clareo, definida en función del número de árboles o área basal removida y la proporción de clareo, definida anteriormente. También es necesario saber si la función de rendimiento está basada en mediciones hechas inmediatamente antes o después de los clareos, o como es el caso más normal, una mezcla incontrolada de mediciones antes, después y durante los clareos.

Asumiendo que la función de rendimiento predice el diámetro del área basal promedio, y que está basada en una mezcla no controlada de datos, el diámetro que se predice al tiempo del clareo puede asumirse que se será un promedio entre los diámetros anteriores y posteriores al clareo:

$$D_p = (D_a + D_d)/2 \tag{1}$$

donde  $D_p$  es el diámetro que predice la función estática de rendimiento, y  $D_a$  y  $D_d$  son los diámetros antes y después del clareo en algún momento que ha de ser determinado. La proporción de clareo también relaciona los diámetros desconocidos  $D_a$  y  $D_d$ , obteniéndose dos ecuaciones simultáneas:

$$T_r = D_a^2/D_d^2 \tag{2}$$

La solución del sistema de ecuaciones es:

$$D_d = 2.D_p / (1 + \sqrt{T_r}) \quad (3)$$

$$D_a = 2.D_p - D_d \quad (4)$$

Si se conocen los diámetros del área basal promedio antes y después del clareo, es posible calcular el área basal removida, conociendo el número de árboles removidos ó calcular el número de árboles removidos si se conoce el área basal extraída.

En el caso donde la intensidad de los aclareos se especifica en función del número de árboles, el diámetro del área basal promedio de los árboles removidos en el clareo está dado por:

$$D_t = D_d \sqrt{\frac{T_r N_a - N_d}{N_a - N_d}} \quad (5)$$

o bien:

$$D_t = D_a \sqrt{\frac{N_a - N_d/T_r}{N_a - N_d}} \quad (6)$$

Nótese que las ecuaciones (5) y (6) son independientes de la suposición (1) que predice los diámetros como promedios de los valores inmediatamente antes y después del clareo. Así, cualquiera de las dos ecuaciones (5) ó (6) puede usarse para determinar el diámetro promedio del clareo, según las funciones estén definidas para predecir diámetros después o antes del clareo respectivamente.

Todas las transformaciones algebraicas que han llevado a las fórmulas anteriores se basan en la relación simple:

$$G = N k D_g^2$$

donde G es el área basal, N la masa forestal, k la constante 0.00007854 (para diámetros en cm, área basal en m<sup>2</sup>/ha y masa forestal en árboles/ha) y D<sub>g</sub> es el diámetro del área basal promedio.

Una vez que se conoce el diámetro promedio del clareo, pueden calcularse los volúmenes total y comercial utilizando una ecuación de volumen apropiada.

#### 543 Estimación de los rendimientos de clareos en modelos dinámicos

Como en el caso de los modelos estáticos, es necesario conocer tanto la intensidad como la proporción de clareo. De estos dos valores pueden determinarse el área basal removida para una densidad dada o alternativamente el número de árboles removidos para un área basal dada, y ambos parámetros número de árboles y área basal de la masa permanente. En las secciones 533 y 534 ya se han discutido ejemplos sobre esto.

Un aspecto esencial de los clareos en los modelos dinámicos es que el crecimiento posterior está influenciado por la intensidad del clareo, así como la densidad del rodal modificará el tratamiento siguiente. En un modelo estático esto no sucede y he aquí el peligro de obtener resultados incorrectos con modelos estáticos por la aplicación de tratamientos de clareo que no corresponde a las funciones ajustadas.

## 55 MORTALIDAD

La mortalidad a menudo puede ser ignorada en muchos tipos de bosques uniformes intensamente manejados, una vez que se ha establecido la plantación. En algunos casos sin embargo, hay una marcada reducción del número de árboles con el paso del tiempo, que de alguna manera debe contemplarse en los modelos de crecimiento y rendimiento. Existen diversos tipos de mortalidad que deben ser considerados.

### 551 Mortalidad en el establecimiento

La mortalidad en el establecimiento define el porcentaje de plantas que no sobreviven al primer año. En el caso de plantaciones, obviamente esto es fácil de definir en el campo, pero en el caso de rodales establecidos por siembra artificial o natural, probablemente es preferible considerar el número absoluto de plántulas que se establecen, antes que considerar un porcentaje de sobrevivientes. La sobrevivencia puede definirse también en función del porcentaje del área que está completamente ocupada, tal como se discute en la sección 6.

Los factores que influyen más poderosamente en la sobrevivencia y que deben ser considerados en cualquier modelo predictivo son:

- El método e intensidad de preparación del sitio.
- El clima en el momento del establecimiento y en los meses siguientes.
- El aspecto del sitio.
- El grado de exposición del sitio.
- La naturaleza de los 10 cm superficiales del suelo, en particular y del suelo en general.

Para plantaciones también debe considerarse:

- La edad de las plántulas.
- Los procedimientos de manejo de las plántulas del vivero al bosque.
- La época de la plantación.

Por siembra a través de métodos artificiales o naturales debe considerarse:

- Revestimiento de pesticidas o tratamientos para reducir la predación de semillas.
- Pretratamiento de las semillas para estimular o mejorar la germinación.

Obviamente la determinación de todos estos parámetros y su inclusión en un modelo cuantitativo útil es virtualmente imposible. Es mejor construir modelos simples y robustos que pueden aplicarse fácilmente a las prácticas seguidas en un área particular o en un momento determinado.

El modelo será usualmente una regresión múltiple entre sobrevivencia (relativa o absoluta) y dos o tres de los parámetros arriba mencionados, codificados en un modo apropiado.

### 552 Mortalidad dependiente de la densidad

La mortalidad dependiente de la densidad puede ser un resultado directo de la supresión, pero más comúnmente es indirecto, en el sentido de que los árboles menos vigorosos, con copas bajo el dosel, se vuelven susceptibles a enfermedades o daños de animales en un grado mucho mayor que los árboles más vigorosos.

Este tipo de mortalidad usualmente puede ignorarse en modelos de rodales plantados con amplios espaciamientos y de rotaciones cortas, o sujetos a clareos adecuados. Sin embargo, muchas predicciones de crecimiento y rendimiento se refieren a rodales no clareados o a rodales en los cuales los clareos han sido postergados, en cuyo caso debe hacerse algún esfuerzo para incluir este tipo de mortalidad.

Un modelo útil es la línea de Reineke, en el cual la densidad se grafica contra la altura dominante, utilizando escalas logarítmicas en ambos ejes. Esto da un diagrama del tipo que se muestra en la figura 5.15. La línea de Reineke define la densidad máxima que puede sustentarse para cualquier altura dominante dada.

Si los rodales normalmente se clarean bien, puede ser difícil obtener los datos necesarios para construir esta línea. A veces resulta ventajoso, establecer en una plantación dada unas 10 parcelas de bosque a 1 x 1 ó 2 x 2 metros en una amplia variedad de sitios diferentes para proveerse de estos datos. Obviamente esto no es aplicable en casos donde existan extensos rodales sin clareos.

En los modelos estáticos de rendimiento, la mortalidad dependiente de la densidad, está implícitamente considerada en las funciones diámetro promedio/altura dominante, y no necesita definirse explícitamente.

En los modelos dinámicos de crecimiento, la reducción del número de árboles causada por la mortalidad puede simularse como un clareo bajo, con una proporción de clareo de aproximadamente 0.6, cada vez que la relación número de árboles/altura se mueve a un punto a la derecha de la línea de Reineke.

### 553 Mortalidad por enfermedades y plagas

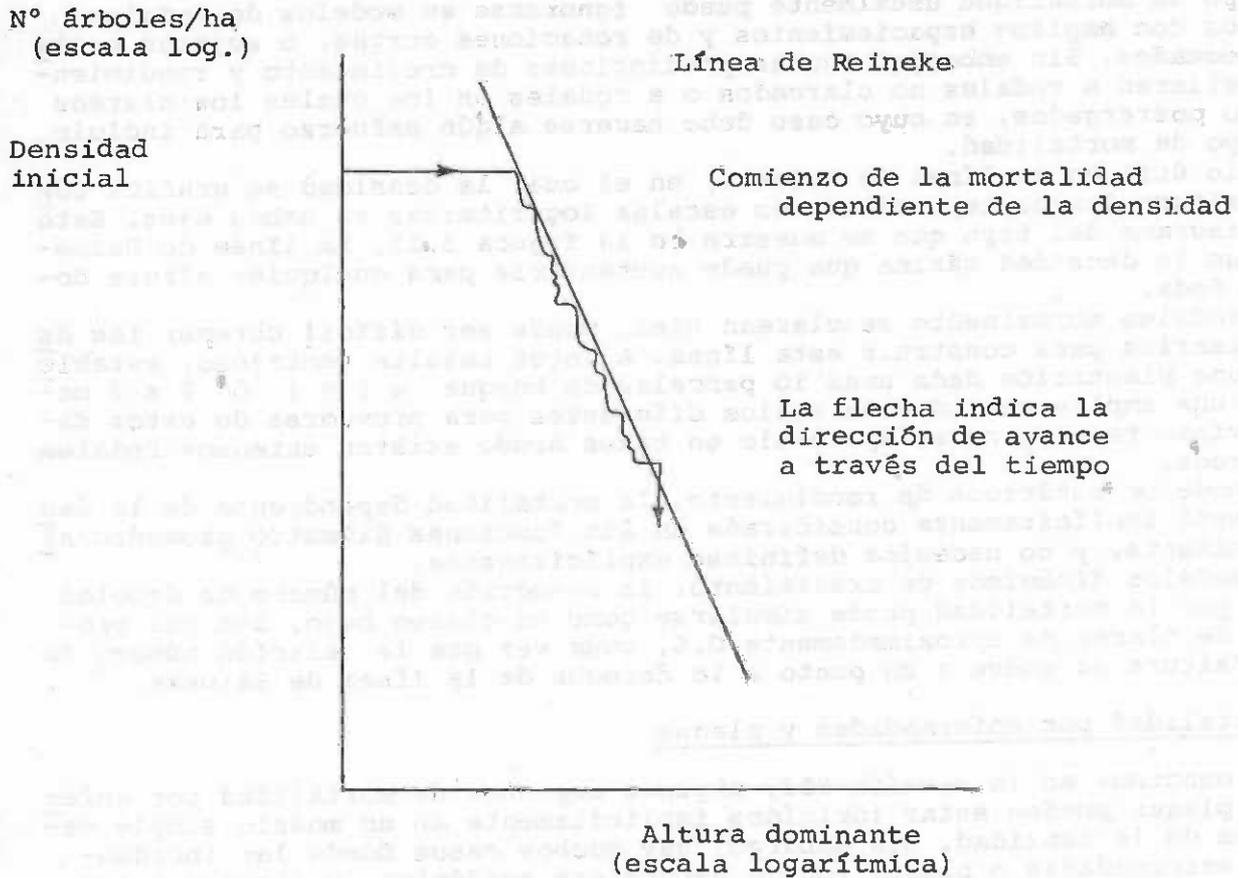
Como se menciona en la sección 552, algunos aspectos de mortalidad por enfermedad y plagas pueden estar incluidos implícitamente en un modelo simple dependiente de la densidad. Sin embargo, hay muchos casos donde las incidencias de enfermedades o plagas son de naturaleza epidémica y tienden a ocurrir como brotes siguiendo algunos patrones particulares del tiempo atmosférico, moviéndose de los epicentros de infección hacia afuera. Las técnicas para modelar tales problemas están fuera del alcance de este manual. Tales modelos son frecuentemente estocásticos, en la medida de que sólo puede predecirse la probabilidad de su ocurrencia.

La probabilidad de ocurrencia de un brote puede ser una función de patrones del tiempo, condiciones de la masa forestal, o de la distancia a otra área infectada. Desde un punto de vista administrativo, la probabilidad de ocurrencia de un brote puede usarse para estimar el valor esperado de la cosecha en algún tiempo futuro y por lo tanto los costos de oportunidad de cortas preventivas, o de efectuar o no mediciones de control.

### 554 Daños por vientos e incendios

Como en el caso de los problemas de plagas y enfermedades, los efectos de los daños de los vientos e incendios pueden ser dependientes o independientes de la densidad. Los dependientes de la densidad tienden a tener una naturaleza catastrófica, esto es la destrucción completa del rodal. De nuevo, el componente catastrófico sólo puede predecirse como la probabilidad

Figura 5.15 La relación entre la masa forestal y la altura dominante a través del tiempo en un bosque uniforme no clareado muy denso



Nótese que aun cuando la línea de Reineke esté bien definida para un rodal individual, su posición y pendiente puede depender del sitio. La parte inferior de la línea también tiende a curvarse ligeramente hacia abajo.

de su ocurrencia, dependiendo de factores climáticos y de sitio, así como de las condiciones de la masa forestal. En el caso de incendios, factores adicionales tales como el tiempo transcurrido desde la última quema controlada y el uso de una poda baja pueden ser variables importantes en la determinación de la probabilidad del daño catastrófico.

Una predicción exitosa de la probabilidad de un evento catstrófico es extremadamente difícil, pues tales eventos son raros.

Cuando los fuegos, daños del viento, o ciertas plagas o enfermedades son normales, pueden ser construídos tales modelos; pero todavía se requerirá un proceso cuidadoso de obtención y evaluación de datos por unos 20 años, antes de que puedan ser útiles. Debe señalarse también que los parámetros de tales modelos tienen que ser revisados continuamente, ya que aparentemente son muy sensibles a las fluctuaciones climáticas.

#### 56 PREDICCIÓN DEL VOLUMEN DEL RODAL

En las partes anteriores de la sección 5 se han discutido varios métodos para predecir altura dominante, área basal, densidad y diámetro del área basal promedio. La etapa final en un sistema de predicción del rendimiento para un rodal individual es usar estas variables para la predicción del volumen total y comercial.

La parte I de este manual trata exhaustivamente de las técnicas de medición y modelaje del volumen de los árboles individuales. Esta sección sólomente tratará de resumir los métodos particularmente apropiados para modelar el volumen de los rodales a partir de los parámetros calculados en un modelo de rendimiento.

#### 561 Ecuaciones de volumen del rodal basadas en altura dominante y área basal

El volumen total de un rodal, hasta la cima de los árboles ó hasta algún límite diamétrico pequeño como por ejemplo 10 cm, puede predecirse con precisión, por medio de una ecuación que contenga como variables el área basal y la altura dominante. Ecuaciones típicas son:

- (1)  $V = b_0 + b_1GH$  (lineal)
- (2)  $V/G = b_0 + b_1H$  (lineal, ponderada con G)
- (3)  $\log V = b_0 + b_1 \log G + b_2 \log H$  (logarítmica)
- (4)  $V/G = b_0 + b_1H + b_2H^2$  (cuadrática, ponderada con G)

Una amplia variedad de otros modelos son posibles. Como ya se ha discutido en la Parte I, en el ajuste de ecuaciones de volumen normalmente es deseable algún tipo de ponderación, pues los errores residuales tienden a ser aproximadamente proporcionales a los volúmenes. Las ecuaciones (2), (3) y (4) logran esto. El modelo (2) es muy simple para ajustarlo gráficamente.

La cantidad V/G es ampliamente conocida como el producto de la altura por el factor de forma y su dimensión es el metro.

El grado del ajuste obtenido cuando el volumen total del rodal se expresa en forma de un modelo de regresión en función del área basal y la altura dominante, tal como en las ecuaciones anteriores, es usualmente muy alto, a veces con coeficientes de correlación que exceden a 0.99.

562 Utilización de ecuaciones de volumen de los árboles para predecir el volumen del rodal

Es una práctica muy común usar una ecuación de volumen de árboles individuales para predecir el volumen del rodal, entrando en la ecuación con el diámetro del área basal promedio y altura promedio de Lorey. Esta última es el promedio de las alturas de una muestra sistemática de árboles ponderada por el área basal de dichos árboles. Alternativamente, también se usa la altura promedio aritmética o la altura dominante.

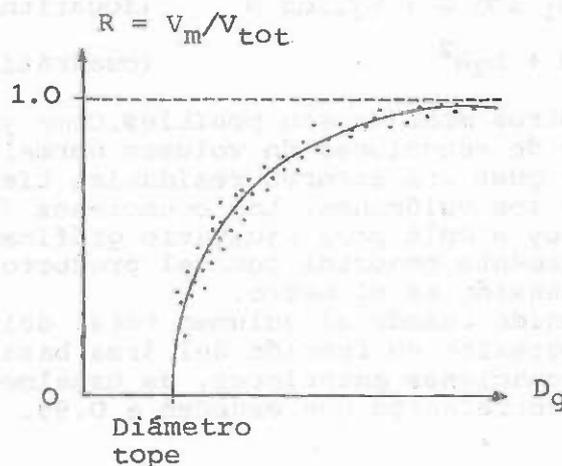
Este método da resultados sesgados la mayoría de las veces, porque los coeficientes de la ecuación no han sido influenciados por los cambios en la distribución diamétrica y en la forma de los árboles con los parámetros del rodal.

En muchos casos el sesgo, que normalmente tiende a subestimar el volumen del rodal, es lo suficientemente pequeño como para ser ignorado. El método tenderá sin embargo, a serias subestimaciones del volumen, si la ecuación es para predecir volúmenes hasta un diámetro de corte y el diámetro promedio está cercano a ese límite. Si es posible, resulta siempre más satisfactorio utilizar una ecuación verdadera de volumen de rodal.

563 Estimación del volumen hasta un diámetro límite tope

En bosques uniformes a menudo se requiere que el rendimiento del volumen se estime para dos o tres diámetros límites tope. Esto puede hacerse de la siguiente manera:

- (1) Ajustar una ecuación para el volumen del rodal como se ha descrito anteriormente (sección 561) con corteza o sin ella, de acuerdo a los requerimientos.
- (2) Para cada parcela de muestra, calcular la razón entre el volumen hasta el diámetro límite tope seleccionado ( $V_m$ ) y el volumen total ( $V_{tot}$ ).
- (3) Un gráfico de estas razones en función del diámetro promedio del rodal producirá un diagrama del tipo mostrado a continuación:



(4) Esta forma puede ser ajustada por la función:

$$R = 1 - a \cdot \exp(b \cdot D_g)$$

la cual puede ser transformada en:

$$\log(1 - R) = a^* + b D_g$$

y ajustada por regresión lineal. Nótese que  $a$  es  $\exp(a^*)$ . Con varias razones de este tipo puede intentarse armonizar los coeficientes de tal modo, que ellos mismos sean función del diámetro límite tope. Alternativamente puede intentarse construir una extensión multivariante del modelo anterior, incorporando diámetros comerciales.

Cuando se ajusta el modelo, es importante que los datos cuyas razones sean cero se excluyan. Cuando se use la función y se obtenga como predicción una razón negativa, el volumen comercial debe ser tomado como cero.

#### 564 Volumen de los clareos

Para calcular el volumen de los clareos pueden adaptarse varios métodos. Puede usarse la ecuación del volumen del rodal entrando con el área basal de los clareos. Alternativamente, puede emplearse una tabla de volúmenes de árboles con el diámetro promedio de los clareos y un estimado de la altura promedio (quizá de una regresión altura/diámetro). El método más inseguro, es construir una ecuación de volumen de rodal usando solamente clareos, por ejemplo una regresión del volumen clareado en función del área basal clareada y la altura dominante del rodal. Esta regresión puede comprobarse para ver si difiere significativamente de la ecuación general del volumen del rodal; en caso negativo puede usarse esta última.

Como el volumen de los clareos a menudo no se mide, puede ser imposible construir un modelo de esta naturaleza. Se sugiere entonces, que el volumen de los clareos se calcule como la diferencia entre los volúmenes del rodal inmediatamente antes y después del clareo. Esta técnica puede aplicarse tanto al volumen total como al comercial.

#### 57 TECNICAS AVANZADAS DE PREDICCIÓN DE CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO

Hay dos tipos de modelos que pueden aplicarse a rodales uniformes que no han sido referidos directamente en las secciones anteriores, a pesar de que son usados en algunas organizaciones forestales. Ellos son el modelo de clases de grosor y el modelo de posición del árbol.

#### 571 Modelos de clases de grosor

En un modelo de clases de grosor de un rodal uniforme, la masa forestal en un momento determinado se describe por una distribución de frecuencias del grosor de los árboles. El incremento en cada clase de grosor se calcula por separado, usualmente como una función del sitio, edad, densidad del rodal y de la relación entre el diámetro de la clase de grosor y la altura promedio ó dominante.

Los clareos y la mortalidad deben ser expresados también en función de la distribución de frecuencias, modificándose la distribución de la masa para cada clareo o mortalidad ocurrida.

La ventaja de este tipo de modelo para rodales uniformes es que suministran

mucha información detallada sobre la clasificación por tamaño de la producción, especialmente si se usa una función del perfil del fuste para el cálculo del volumen. La desventaja es que el análisis de los datos del crecimiento es más complejo que en los modelos totales de rodal y requiere la consideración de parámetros adicionales para la distribución de los diámetros; además para usar el modelo se necesita utilizar un computador electrónico. Los modelos de este tipo no son necesariamente más precisos en la predicción de parámetros del rodal completo, tales como área basal o diámetro promedio, pero si proveen más información detallada sobre el rodal.

#### 572 Modelos de posición del árbol

Los modelos de posición del árbol son aquellos en los cuales las relaciones espaciales entre todos los árboles de una parcela simulada están representadas en el modelo. La competencia entre árboles depende de sus tamaños relativos y de las posiciones de los árboles vecinos. Esta información se utiliza para proveer un índice competitivo a cada árbol, el cual se usa para reducir el crecimiento del árbol al relacionarlo con el que tendría si creciese sin competencia. Este último crecimiento es función de la edad y del sitio. Los modelos de posición requieren una extraordinaria cantidad de cálculos y exceden incluso los recursos de computadores relativamente grandes. Como técnica para modelar el crecimiento de rodales uniformes son innecesariamente complejos, pues aunque no suministran significativamente más información útil sobre el crecimiento de los rodales que un modelo de clase de grosor, requiere probablemente un número de cálculos muy superior. Las principales ventajas de los modelos de posición están relacionadas con investigaciones fisiológicas y con la predicción de crecimiento y rendimiento en rodales mixtos.

Para los lectores interesados en consultar la literatura de estos tipos de modelos más avanzados, se recomiendan la bibliografía publicada por el Commonwealth Agricultural Bureau titulada "Computerized Methods in Forest Planning and Forecasting". Los detalles están en el apéndice D.

## 6 ANALISIS DE DATOS DE CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO DE BOSQUES MIXTOS

Los bosques mixtos, en el contexto de este manual, comprenden cualquier bosque en el cual los rodales individuales que componen las unidades básicas de mediciones, contienen una mezcla de clases de edades. Típicamente, los bosques mixtos pueden contener también una variedad de especies, que pueden ser bastantes similares ecológicamente, o estar compuestas de diferentes grupos ecológicos, con cada grupo tendiente a ser dominante en un estrato particular del dosel, o en micrositios particulares, o en las diferentes fases de sucesión que siguen a la formación de claros o a las operaciones de explotación.

No hay una distinción absoluta entre bosques mixtos y uniformes. Existen casos en los cuales un rodal mixto consiste esencialmente de sólo dos clases de edad - una regeneración muy pequeña y un estrato dominante - y donde la explotación es esencialmente una operación de corta total. En estos casos, son aplicables en gran parte las técnicas de predicción del rendimiento de rodales uniformes. Similarmente, rodales de edad uniforme, pero con mezcla de especies, pueden necesitar para su análisis, el uso de métodos apropiados para rodales mixtos, con el fin de procesar las diferentes proporciones de mezcla de especies dentro de un modelo único.

Los bosques mixtos generalmente implican más problemas de muestreo y mediciones mucho más severas que los uniformes. El valor por unidad de área de un bosque mixto es normalmente inferior al de un bosque uniforme al tiempo de la madurez, y por esto no se puede justificar fácilmente intensidad de muestreo equivalente. Al mismo tiempo, la dispersión de las especies valiosas y la variabilidad del bosque, implica que la intensidad de muestreo requerida para obtener el mismo poder de predicción debe ser mucho mayor que para un modelo de rodal uniforme.

Los problemas de medición impuestos por la difícil accesibilidad, el denso sotobosque, los aletones, y la casi imposibilidad de medir en muchos casos la altura total de los árboles, significa que los costos de medición son mucho más elevados para un nivel dado de precisión. Esto tiende a reducir la cantidad de muestras que pueden levantarse con un presupuesto de costos fijos.

Consecuentemente la mayor parte de los intentos de predecir el rendimiento en bosques mixtos se han basado en un número relativamente pequeño de datos, por lo cual los modelos resultantes tienen mucha menos precisión que la que se considera adecuada en el manejo de bosques uniformes. Existen algunas excepciones a lo dicho anteriormente, como por ejemplo el trabajo de predicción del rendimiento en las islas Filipinas, reportado por Revilla\*, quien cita resultados de bosques de diptero-carpáceas basados en más de 240 parcelas de muestreo permanentes.

A causa de la variedad de composición de especies, estructura florística, situaciones ecológicas y prácticas silviculturales que son posibles en los bosques mixtos, existe una diversidad mayor de estrategias de modelaje disponibles que para los rodales uniformes. Muchos de los métodos publicados no han sido comprobados, excepto con un pequeño número de parcelas. Las técnicas seleccionadas para discutir en esta sección son quizás los métodos más robustos y se clasifican en tres grupos:

---

\* Revilla, A.R. 1979. Yield prediction in cut-over Dipterocarp stands in the Phillippines. Paper to Seminar on Management of Dipterocarp Forests, Manila 20 pp.

- Funciones de rendimiento aplicables a los tipos más simples de bosques mixtos.
- Modelos de matrices de transición.
- Modelos de árbol independiente de la distancia basados en ecuaciones diferenciales.

Es posible que a largo plazo, un cuarto grupo de modelos, los modelos de posición de árboles, sean las bases más efectivas para la predicción de rendimiento en bosques mixtos. Sin embargo, tales modelos requieren computadores más poderosos de los que normalmente están a disposición hoy en día y considerables inversiones en investigación de técnicas apropiadas de muestreo, antes de que se conviertan en una proposición real.

En este capítulo no se tratará de dar ninguna instrucción específica concerniente a la construcción de modelos de crecimiento y predicciones de rendimiento para bosques mixtos, sino más bien algunos ejemplos de posibles maneras de tratar con estos problemas.

Extensos trabajos están llevándose a cabo en el campo del modelaje de bosques mixtos y es de esperar que se desarrollen a corto plazo métodos viables.

#### 61 CLASIFICACION DE SITIO

Debido a que los bosques mixtos normalmente comprenden muchas especies, el concepto de índice de sitio debe referirse a una especie dentro de un modelo de árbol individual o a una asociación de especies en un modelo de rendimiento. Hay muchas técnicas específicas propuestas para determinar el índice de sitio, aunque todas son equivalentes en sus orígenes. Los indicadores de sitio son:

- Varias combinaciones de parámetros de mediciones (por ejemplo, altura dominante y edad en la curva convencional de índice de sitio de rodales uniformes).

ó bien:

- Factores ambientales tales como altitud, tipo de suelos, precipitación, etc.; o indicadores ambientales indirectos tales como indicadores de especies, o agrupamientos geográficos.

La primera clase de indicador de sitio representa de hecho los residuales observados en un modelo particular, en el cual no se incluye el sitio. Así, si se idea un modelo, como por ejemplo un modelo de matriz de transiciones, para un rodal mixto y se aplica a un número de parcelas, se encontrará un error residual diferente para cada parcela. Este error puede codificarse en una escala tal como 1, 2, 3, 4, 5, etc., con un valor de la mediana representado un error cero; de esta manera se obtiene un sistema mediable de clases de sitio aplicable a aquellas parcelas.

Para usar un sistema de clases de sitio de esta naturaleza en la práctica, los errores (es decir, los índice de sitio) deben determinarse en un momento dado en el tiempo, y ser usados como una entrada compensatoria al modelo para una predicción en un segundo momento del tiempo. Esto es precisamente lo que se hace con un conjunto convencional de curvas de índice de sitio para una plantación: de una entrada conocida de altura-edad, se determina una clase de sitio, la cual se introduce en el modelo en un segundo momento de tiempo, con el fin de obtener una predicción mucho más precisa de las alturas subsiguientes, que lo que sería posible de una curva altura promedio-

edad.

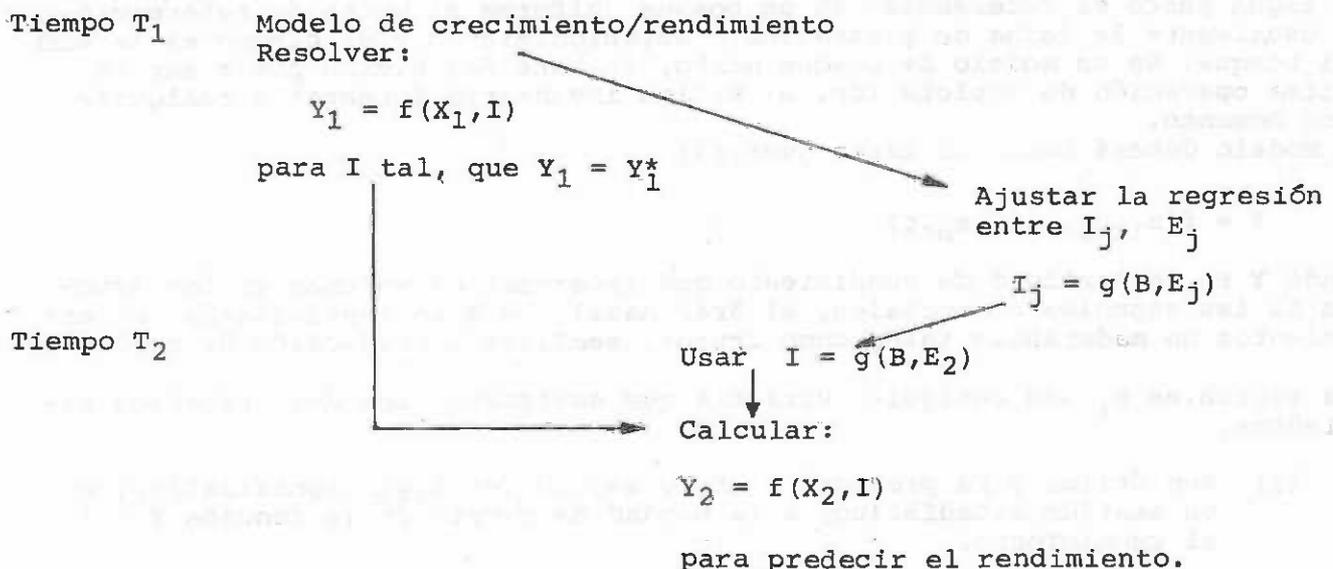
Una vez que un conjunto de valores de clases de sitio ha sido asignado por determinación de los residuales de un modelo independiente del sitio, los residuales pueden correlacionarse con factores ambientales, para determinar cual es el más efectivo para explicar la variación residual del modelo. Los indicadores de especies se incluyen como variables cero-uno para cada especie: cero para la ausencia de la parcela y uno para la presencia en la misma. Otros factores cualitativos, tales como tipos de suelo, pueden codificarse del mismo modo. En el apéndice A se discute el uso de variables cero-uno en regresión múltiple.

El uso de variables que provienen de mediciones como indicadores de sitio es más difícil en un rodal mixto que en rodales uniformes y puede hacerse efectivamente sólo con un modelo estático de rendimiento. Sin embargo, los factores ambientales pueden usarse como indicadores de sitio con cualquier tipo de modelo; en bosques mixtos, los indicadores de sitio ambientales serán por lo tanto más importantes que en rodales uniformes. En los bosques mixtos, los parámetros ambientales son una parte necesaria de un modelo efectivo, mientras que en rodales uniformes, usando la altura como base para la determinación del sitio, los parámetros ambientales son un extra opcional.

Podrá haberse apreciado de la discusión anterior, que los términos convencionales índice de sitio, etc., están siendo usados hasta cierto grado de manera errónea. Realmente son modelos que se autocalibran y usan un error estimado en un momento para reducir la predicción del error de un estimado posterior. No hay nada inherentemente monodimensional sobre el efecto del ambiente en un modelo de crecimiento forestal. Además, parte del error que la auto-calibración puede efectivamente compensar, puede no estar relacionado al ambiente y deberse a:

- factores históricos (tratamientos anteriores del rodal),
- densidad del rodal, si no está adecuadamente incorporada en modelo,
- efectos genéticos (variación de especies y proveniencias).

Estos puntos pueden resumirse simbólicamente como sigue:



Símbolos

B	Coefficientes en la regresión entre índice de sitio y parámetros ambientales.
$E_j$	Conjunto de parámetros ambientales de una serie de parcelas, usados en el ajuste de la regresión
$E_2$	Parámetros ambientales de una parcela al tiempo $T_2$
$f()$	Cualquier modelo matemático usado como modelo de crecimiento
$g()$	Cualquier función matemática (lineal o no lineal)-usada como regresión índice de sitio-ambiente.
I	Valor estimado del índice de sitio para una parcela
$I_j$	Conjunto de valores de índice de sitio en las mismas parcelas donde se determinó $E_j$
$X_1, X_2$	Variabes independientes usadas en el modelo de crecimiento o rendimiento en los tiempos 1 y 2.
$Y_1, Y_2$	Rendimientos estimados por el modelo en los tiempos 1 y 2.
$Y_1^*$	Rendimiento real de la parcela en la que se determinó $X_1$

62 FUNCIONES ESTATICAS DE RENDIMIENTO PARA BOSQUES MIXTOS

621 Principios generales

Las funciones estáticas de rendimiento para bosques uniformes han sido discutidas en la sección 5. La principal característica de una función estática es que el tiempo está incluido en el modelo como el tiempo transcurrido desde algun punto de referencia. En un bosque uniforme el punto de referencia es usualmente la fecha de plantación o establecimiento y el tiempo es la edad del bosque. En un modelo de bosque mixto, la base del tiempo puede ser la última operación de explotación, el último inventario forestal o cualquier otro momento.

El modelo deberá tomar la forma general:

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n, t)$$

donde Y es la cantidad de rendimiento que interesa: el volumen de los árboles de las especies comerciales, el área basal, leña en toneladas/ha, o rendimientos no maderables tales como frutos, semillas o producción de corteza.

Las variables  $x_i$  son cualquier variable que satisfagan los dos criterios siguientes:

- (1) Son útiles para predecir Y. Esto es, añaden algo significativo, en un sentido estadístico, a la bondad de ajuste de la función  $f()$  al rendimiento.
- (2) Pueden ser determinadas sin requerir mediciones en el bosque en un momento t. Pueden ser estadísticas de inventario al tiempo base  $t_0$

o pueden ser índices de sitio regionales derivadas de datos de suelo, topográficos o climáticos. Pueden ser variables cualitativas que denoten el tipo particular de tratamiento de explotación que ha tenido el bosque.

El tiempo transcurrido desde el tiempo base es  $t$ , y debe considerarse, si la función ha de ser útil como un instrumento de planificación. La forma de la función variará enormemente, dependiendo del rendimiento a predecir, de los datos involucrados y en alguna manera de la sofisticación de los instrumentos analíticos disponibles.

## 622 Procedimientos para el análisis de datos

Los datos pueden provenir de parcelas temporales o permanentes o de experimentos. El tipo más simple de análisis de datos que se puede emprender será una regresión lineal múltiple acompañada de un análisis gráfico de los datos y de los residuales. Para ello, es esencial un computador electrónico, aunque puede ser de los más pequeños.

Los datos de las parcelas deben resumirse antes de determinar la ecuación de rendimiento. El sumario contendrá el siguiente tipo de información para cada parcela, en cada medición:

- (1) Identidad de la parcela; para experimentos se incluirá el número del bosque, del tratamiento y de la replicación.
- (2) Rendimientos. Puede haber solamente un tipo de rendimiento a considerar (por ejemplo, el volumen total comercial), aunque usualmente el rendimiento se expresará por grupo de especies y en clases de grosor/calidad, por lo cual pueden haber ocho o más tipos de rendimiento.
- (3) Posibles variables predictoras, que incluyen:
  - = Área basal/ha por grupos de especie al tiempo  $t_0$ .
  - = Densidad % para grupos de especies al tiempo  $t_0$ .
  - = Intensidad de explotación al tiempo  $t_0$ .
  - = Clases silviculturales
  - = Código de tipo de bosque
  - = Indicadores ambientales (tipo de suelo, altitud, precipitación, etc.).

Una vez que se han obtenido los sumarios de las parcelas, se mantendrán accesibles al computador para los diferentes análisis subsiguientes. Para propósitos de análisis, pueden usarse varios procedimientos, tales como análisis de componentes principales, regresión paso a paso, regresión combinatoria, para obtener una selección automática de las variables predictoras que 'mejor' predicen los rendimientos. Sin embargo generalmente es preferible, una selección a priori de las variables predictoras en una ecuación relativamente simple, combinada con un cuidadoso análisis gráfico de residuales y preferiblemente alguna relación con sentido común entre la forma de la función y la realidad de la situación biológica a predecir.

### 623 Métodos de selección de una ecuación de rendimiento

En la sección 5 se han considerado las diferentes formas de ecuaciones que pueden utilizarse para modelar procesos de crecimiento asintóticos. En el apéndice A, figura A.2.1, se muestra una variedad de funciones básicas que pueden representar otras formas además de la asintótica. Para establecer una curva o función que modele el desarrollo del rendimiento en un bosque natural, es preferible empezar por graficar los datos, ploteando el rendimiento contra el tiempo desde el tiempo base (sea una explotación o inventario). Los datos deben clasificarse por el área basal de los rodales al tiempo base; deben dibujarse gráficos separados para diferentes sitios o bosques de diferente composición de especies.

En base a tales gráficos, puede seleccionarse una ecuación apropiada de las varias formas descritas en diferentes lugares de este manual. Los datos pueden ser ajustados directamente usando regresión múltiple o regresión jerárquica; o se puede trazar a mano una línea a través de ellos y posteriormente si requiere, aproximarla por una ecuación.

En muchos casos donde solamente se lleva a cabo una ligera corta selectiva, y el bosque es una mezcla compleja de muchas especies y tipos ecológicos, puede que no se halle a través del tiempo una relación directa entre rendimiento, área basal y clase de sitio. En tales casos, la predicción del crecimiento con un modelo simple de rendimiento no es una estrategia efectiva.

### 624 Problemas con modelos estáticos de rendimiento en bosques mixtos

A causa de que los modelos estáticos de rendimiento son relativamente simples de construir y usar, pudiese parecer que son una panacea para los problemas de predicción del rendimiento en bosques mixtos. Desafortunadamente esto está muy lejos de la verdad. Los problemas son esencialmente del mismo tipo que los discutidos en la sección 525 referentes a los modelos de rendimiento en bosques uniformes, aunque más complejos.

Existen dos tipos básicos de problemas:

- (1) Un modelo particular de rendimiento conlleva implícitamente una secuencia histórica de los eventos correspondientes a los ocurridos en el conjunto de datos usado para construir el modelo. El modelo no puede ser aplicado con confianza a datos que han experimentado una historia diferente.
- (2) Hay un problema de compatibilidad. Supóngase, por ejemplo, predicciones de tres tipos de volumen:  $V_C$  para especies comerciales;  $V_p$  para especies potencialmente comerciales y  $V_s$  para especies sin uso. El total de estas tres cantidades debería lógicamente representar el volumen total del bosque. Sin embargo al comparar  $(V_C + V_p + V_s)$  con el volumen total, bien sea de los datos reales, o de una cuarta función ajustada directamente al volumen total, se encontrará un considerable sesgo.

Ninguno de estos problemas es insuperable en principio. Con cantidades adecuadas de datos de parcelas permanentes y de experimentos a largo plazo, los factores históricos que representan diferentes secuencias de tratamientos pueden incorporarse como variables cualitativas adicionales. Los problemas de compatibilidad pueden solucionarse por ajuste de regresiones con restricciones, que fuercen la satisfacción de requerimientos particulares.

Los modelos estáticos de rendimiento arriba mencionados tienen la limitación básica de no poder utilizar datos de diferentes fuentes históricas (por ejem

plo, diferentes tipos de experimentos, parcelas de muestreo permanentes y parcelas de incrementos de corta duración de árboles); tampoco pueden adaptarse para predecir rendimiento de regímenes históricos (esto es, secuencias de tratamientos) diferentes a aquellos implícitos en los datos usados para construir el modelo.

#### 625 Conclusiones en consideración a los modelos estáticos de rendimiento en bosques mixtos

- Los modelos estáticos de rendimiento son relativamente simples de construir, si se tienen los datos adecuados.
- En muchos tipos de bosques mixtos no se observan relaciones claras a través del tiempo entre la intensidad de los tratamientos y el sitio. En tales casos, no pueden usarse los modelos estáticos.
- Debe tenerse presente que un modelo estático está restringido a la secuencia de tratamientos históricos predeterminados en los datos usados en su construcción.
- Cuando se predicen diferentes tipos de rendimiento se ajustarán regresiones con restricciones. En caso contrario debe aceptarse que las diferentes predicciones no pueden ser consideradas como aditivas para un total insesgado.

#### 63 MODELOS DE MATRICES DE TRANSICION

Los modelos de matrices de transición proveen un método para hacer predicciones a corto tiempo del crecimiento de la masa forestal, basado en gran cantidad de datos de poca calidad, obtenidos por mediciones sucesivas. Pueden ser desarrollados, por ejemplo, de datos de inventarios continuos, obtenidos en parcelas permanentes o temporales. Las mediciones de los árboles se limitan al diámetro y a la clase de especie. El método puede usarse con datos que contienen un número significativo de mediciones erróneas. Predicciones a corto plazo en este contexto implican períodos hasta de cuarenta o cincuenta años o un ciclo de cortas.

El método es objetivo, pero no necesariamente muy preciso. Su principal ventaja es que la base de datos puede analizarse automáticamente y pueden ser estrictamente datos de inventarios convencionales. Su principal desventaja es que usualmente no es posible construir adecuadamente matrices de transición refinadas, a menos de que se disponga de grandes cantidades de datos.

#### 631 Definición de un modelo de matriz de transición

Un modelo de matriz de transición requiere que un sistema pueda representarse por una fila de variables que pueden llamarse un vector de estado. Esto puede imaginarse como:

$$X_m = (x_{m1}, x_{m2}, \dots, x_{mn})$$

donde cada  $x_{mi}$  representa el número de árboles en la clase diamétrica  $i$ . El primer índice ( $m$ ) denota el período de tiempo. Las  $X$  no necesitan representar clases de grosor. Podrían ser, por ejemplo, la biomasa total en los diferentes niveles tróficos de un ecosistema o etapas de desarrollo en una población animal. Pero en los modelos de crecimiento para bosques mixtos, los elementos del vector de estado serán normalmente clases de grosor.

La matriz de transición misma, denominada  $T$ , consiste en una tabla de  $n \times n$

elementos como ésta:

$$T = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & \dots & t_{1n} \\ t_{21} & t_{22} & \dots & \dots & t_{2n} \\ \vdots & & & & \vdots \\ t_{n1} & t_{n2} & \dots & \dots & t_{nn} \end{bmatrix}$$

Cada elemento  $t_{ij}$  representa la proporción del elemento  $x_{mi}$  que se transforma en  $x_{m+1,j}$  en el intervalo de  $m$  a  $m+1$ . El valor total de  $x_{m+1,j}$  será la suma de todos los productos de  $t_{ij}$  por  $x_{mi}$ , es decir:

$$x_{m+1,j} = \sum_i^n t_{ij} x_{mi} \quad (1)$$

Repitiendo la ecuación (1) para cada valor de  $j$  de 1 hasta  $n$ , se calcula un nuevo conjunto de valores de  $X_{m+1}$  a partir de  $X_m$ . El ejemplo siguiente puede aclarar esto. El cuadro representa un vector de estado (X) de las clases diámétricas, tal como se indican:

Clases diámétricas al fin del periodo

		< 20	20-40	40-60	60-80	> 80	Total
clases	< 20	0.6	0.39	0.01	0.	0	1.0
diámétricas	20-40	0	0.68	0.30	0.02	0	1.0
al iniciar	40-60	0	0	0.75	0.21	0.04	1.0
el período	60-80	0	0	0	0.90	0.10	1.0
	> 80	0	0	0	0	1.00	1.0

Las probabilidades de la matriz de transición están dadas en el cuadro. Nóte se que los valores cero en las casillas debajo de la diagonal principal indican el hecho de que los árboles no se mueven hacia clases de menor grosor. La suma de las probabilidades de transición en cada fila es 1.0, si todos los estados del sistema están verdaderamente definidos por el vector de estado. Ahora se asume que la distribución de las clases de diámetro al inicio del periodo es:

Diámetros	< 20	20-40	40-60	60-80	> 80	
Frecuencias	1037	219	88	22	7	árboles/ha.

Se construye otro cuadro como el que se muestra a continuación, con el total de las clases en la última columna y los otros números obtenidos al multiplicar el total por la correspondiente probabilidad de transición. Entonces se suman las columnas y se obtiene la nueva distribución de frecuencias del rodal.

Clases diámetricas al fin del periodo

	< 20	20-40	40-60	60-80	>80	Total
< 20	623	404	10			1037
Clases diá metricas al iniciar el periodo.	20-40	149	66	4		219
	40-60		66	19	3	88
	60-80			20	2	22
	> 80				7	7
Total	623	553	142	43	12	

En este ejemplo se ignora el ingreso, la mortalidad y la explotación, que se consideran en las siguientes secciones.

632 Métodos de construcción de matrices de transición

Los métodos para construir matrices de transición pueden diferenciarse de acuerdo a que los datos disponibles sean de árboles individuales o de parcelas permanentes, o si se trata sólo de mediciones sucesivas de clases de diámetros.

632.1 Datos de árboles individuales

		Segunda medición							
		I	A	B	C	D	M	E	Total
Primera medición	I								
	A								
	B								
	C								
	D								
	E								

Arriba se muestra el esquema de la matriz de transición. Las letras A, B, C,

D, ... denotan clase diámetricas sucesivas. M indica la mortalidad, E los árboles explotados e I los ingresos.

La matriz de transición se construye del siguiente modo:

- (1) Definir la clase inicial y final de un árbol para un período de tiempo. Ubicar el árbol en la casilla apropiada y en la columna de totales a la derecha. Esta última está basada en los valores de las clases iniciales.  
Los árboles de ingreso se definen como los que aparecen en una clase en la segunda medición, pero que no estaban presentes en la primera medición. Los árboles muertos son aquellos que mueren entre ambas mediciones y los árboles explotados los que fueron removidos en ese lapso.
- (2) Una vez que todos los árboles han sido ubicados en la tabla se divide el número de cada casilla por el total de la fila (última columna de la derecha), para obtener una proporción redondeada al segundo decimal.
- (3) Comprobar que las transiciones en cada fila suman 1.0. Si hay una pequeña discrepancia (+ 0.01 ó 0.02) puede ser un error de redondeo; corregir algunos números al azar hasta que totalice 1.0. Si hay una gran discrepancia, es que se ha cometido un error aritmético en aquella fila.

Si uno de los totales de las columnas es cero, la clase debe unirse con una clase de grosor adyacente ya que no hay datos que definan transacciones en ella.

632.2 Datos de clase de grosor

I						?
			P <sub>O</sub>			
			P <sub>r</sub>			
E					1	
B						

El diagrama anterior ilustra como debe ser construída una matriz de transición si solamente se disponen de datos de clases de grosor. Se asume que:

- Todos los ingresos ocurren en la clase de grosor inferior.

- Los egresos de una clase sólo puede ir a la clase siguiente mayor.
- El número de árboles explotados en cada clase se conoce de una fuente independiente o se deduce de las prescripciones de tratamiento.

Las casillas rayadas en la matriz no se usan; representan ceros en la matriz de transición principal.

Las clases diamétricas en el rodal en la primera medición se anotan en la columna A y en la segunda medición en la fila B. Los árboles explotados se anotan en la columna E. Las diagonales  $P_O$  y  $P_R$  se calculan por las siguientes fórmulas:

$$P_O = B - A + P_O^* + E \quad (2)$$

$$P_R = A - P_O \quad (3)$$

En la ecuación (2), A es el total de la fila y B el total de la columna de la casilla correspondiente a  $P_O$ ;  $P_O^*$  es el valor de  $P_O$  en la fila siguiente.  $P_O^*$  es cero por definición para la mayor clase de grosor. E son los árboles explotados para la fila.  $P_O$  se calcula por un método recursivo, empezando en la esquina inferior derecha con  $P_O^* = 0$  y prosiguiendo hacia la izquierda. Después que los valores  $P_O$  y  $P_R$  han sido calculados en números de árboles/ha se convierten en proporciones dividiéndolos por el total correspondiente de la fila (A).

Los valores  $P_O$  y  $P_R$  representan procesos reales de acuerdo a:

- (1) En la fila de ingresos (I),  $P_R$  es la proporción de plantas que no entran en la clase diamétrica inferior.  $P_O$  es la proporción que sí lo hace y que se contabiliza como ingreso.
- (2) En las otras filas que representan sucesivas clases de grosor,  $P_R$  es la proporción de árboles que permanece en la clase durante un período de tiempo.
- (3)  $P_O$  es la proporción de árboles que pasa de una clase a la clase siguiente superior durante un período de tiempo.

La figura muestra el valor de A correspondiente a la fila de ingresos con un signo de interrogación. Cualquier valor arbitrario suficientemente grande puede ser usado, ya que esta fila representa el número total de plántulas que forman el potencial del ingreso. Sin embargo, si existen conteos de regeneración, este número puede estimarse en forma absoluta, o modificado en forma proporcional como un porcentaje de la masa.

Nótese también que la transición E/E se muestra como 1.0, porque el 100% de los árboles explotados en el periodo A (el periodo más temprano) permanecerán explotados también en el periodo B.

La mortalidad puede añadirse a la matriz de manera similar a la explotación. Como en el caso de la explotación deberá medirse, lo cual significa que debe determinarse el número de árboles muertos en cada clase de grosor al periodo B. Se añadirá también a la ecuación (2) en la misma manera que E.

### 633 Refinamientos a los modelos de transición

Dos refinamientos básicos deben añadirse a los modelos de matrices de transición para bosques mixtos, antes de que se conviertan en un instrumento de trabajo:

- (a) Las especies deben agruparse y se deben construir matrices separadas para cada grupo. El número de grupos no debe ser muy grande, pues en caso contrario se tendrán pocos datos para muchas transiciones.
- (b) Los datos deben agruparse en clases de área basal para diferentes bosques, para permitir el uso de matrices de transición distintas para rodales de densidades diferentes.

634 Desventajas de los modelos de transición

Los modelos de matrices de transición tienen varias desventajas.

- Es difícil y tedioso representar interacciones dinámicas. Por ejemplo, la interacción entre densidad del rodal y tasa de crecimiento. Esto sólo puede hacerse teniendo una matriz de transición separada para cada nivel de la variable de control, lo cual es tolerable con una interacción significativa. Con dos o más, el número de matrices requerido es el producto del número de niveles de cada interacción.
- La precisión de un modelo de transición está limitada por la necesidad de trabajar con clases definidas muy ampliamente; de otro modo ocurren demasiadas transiciones indefinidas o las matrices se hacen muy grandes para calcularlas con facilidad.
- Los modelos de transición son ineficientes en función del número de parámetros necesarios para definir un proceso de crecimiento. Una matriz 9 x 9 (81 parámetros) podría corresponder sólo a los parámetros de la ecuación de crecimiento de un árbol individual.
- A causa de su ineficiencia y falta de interacciones dinámicas, los modelos de matrices de transición ofrecen poco campo para mejorar el conocimiento de los procesos de crecimiento forestal.

64 MODELOS DE ARBOL INDEPENDIENTE DE LA DISTANCIA BASADOS EN ECUACIONES DIFERENCIALES

641 Definición

Un modelo de árbol es aquel en el cual cada árbol de un rodal está representado individualmente por un conjunto de variables que describen, por ejemplo, la especie, el diámetro, la altura y las condiciones de la copa. En un modelo dependiente de la distancia, la posición del árbol en el rodal también es representada normalmente por sus coordenadas X, Y. En un modelo independiente de la distancia, la posición del árbol no está representada. Los modelos independientes de la distancia son generalmente mucho más económicos en términos de recursos de computación que los modelos de posición, pero dan una representación menos real y detallada de los procesos competitivos entre árboles. En este manual sólo se consideran modelos independientes de la distancia, pues la experiencia ha sugerido que para proyecciones a grosso modo del rendimiento, los modelos de posición de los árboles no tienen ventajas específicas a causa de su mayor complejidad y exigencia de cálculos.

#### 642 Variables alométricas y dinámicas

Como se ha dicho, cada árbol del rodal está representado por un conjunto de variables. En el caso más simple el árbol estará representado sólomente por una variable, su diámetro. Usualmente la especie también está identificada y quizás la altura o clase de copa. Otras variables, tales como el diámetro de la copa, volumen o biomasa pueden derivarse de relaciones alométricas con el diámetro y la altura del árbol.

Las variables dinámicas son aquellas que se predicen partiendo del estado del árbol en un periodo previo. Las variables alométricas son las que representan relaciones estáticas entre diferentes dimensiones del árbol en un momento dado.

#### 643 Representación de la competencia

Las variables dinámicas de un árbol individual, tal como el diámetro, pueden predecirse de una ecuación que incorpore el diámetro del árbol en el último periodo y algunas medidas de la densidad del rodal. La densidad del rodal puede representarse de diferentes maneras; como una medida absoluta tal como número de árboles sobre ciertos límites de grosor, o área basal de los árboles en el rodal, o bien como medida relativa tal como área basal dividida entre el máximo de área basal posible para aquel sitio.

También puede medirse de otras maneras no tradicionales considerando, por ejemplo, la biomasa total de las hojas en un área dada.

No importando la manera como se mida, la densidad del rodal, debe tener la propiedad de que de algún modo es la suma de las variables de los árboles individuales en el rodal. Así, el área basal es la suma de las secciones transversales de los árboles.

La densidad del rodal obviamente varía de un lugar a otro en el mismo rodal. Si el modelo representa una parcela grande, de 1 a 10 hectáreas, la densidad del rodal completo no necesariamente reflejará de manera precisa importantes variaciones internas tales como la ocurrencia de claros. Esta dificultad puede evitarse dividiendo la parcela simulada en cuadrados, de 10 x 10 m, y calculando la densidad del rodal por su efecto sobre cualquier cuadrado, como la densidad promedio de aquel cuadrado y los 8 cuadrados adyacentes. Para evitar los efectos de borde, pueden tomarse como adyacentes a los cuadrados del borde los que se hallen en el lado opuesto de la parcela.

#### 644 Requisitos de los datos y enfoques para el análisis

Los datos deben de provenir de parcelas de muestreo permanentes o temporales o de parcelas experimentales para poder definir todas las relaciones dinámicas y alométricas en el modelo. Cualquier variable incluida en el modelo ha debido ser realmente medida en una muestra de árboles. Si la competencia va a definirse en función de la densidad de los cuadrados, como se discute anteriormente (sección 643), entonces las parcelas de muestreo o las experimentales deben también haber sido medidas de manera que los árboles puedan ubicarse en los cuadrados y pueda calcularse un índice de competencia de cuadrado por cuadrado.

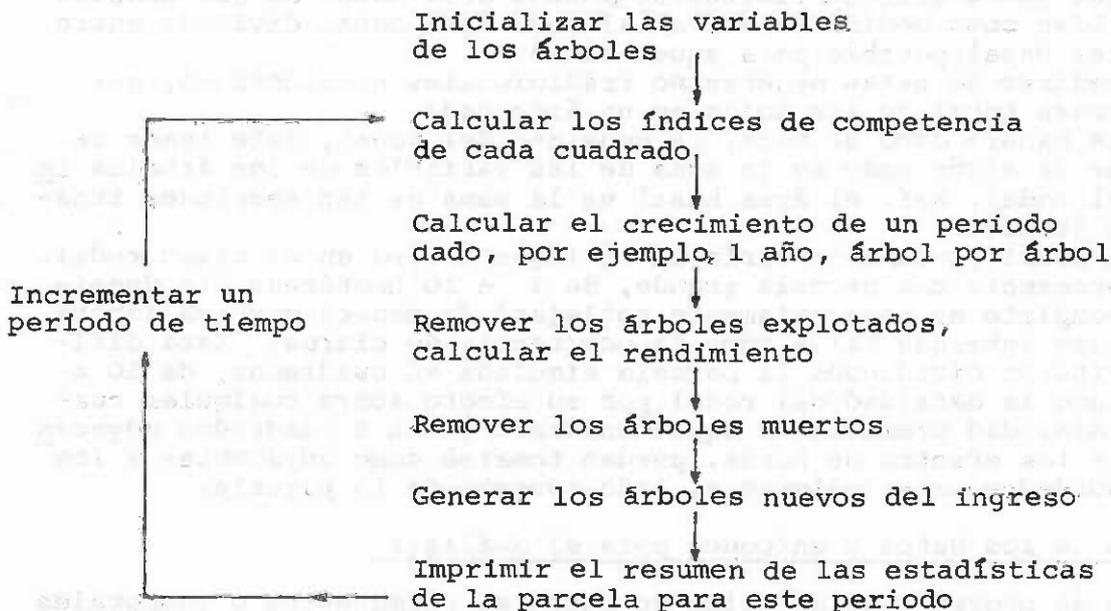
En los bosques mixtos, es posible que las especies raras no estén representadas por muchos puntos. En estos casos es mejor agrupar las especies raras y proveerlas de un conjunto común de funciones de crecimiento y alométricas.

A diferencia de un modelo de matrices de transición, el proceso de ajuste de las diferentes ecuaciones del modelo a los datos de campo requiere considerable habilidad. Los diferentes problemas que se presentan se han discutido en diversas partes de este manual, especialmente en la sección 5 y en apéndice A, pero el investigador tiene que considerar;

- el problema de seleccionar una función que produzca la forma apropiada.
- ajustar los datos usando una técnica estadística y/o gráfica adecuada y satisfactoria, conjuntamente con un examen de los residuales en cuanto al sesgo se refiere.
- que sucederá si en la aplicación del modelo se requiere la extrapolación de una función particular y si el resultado obtenido bajo tales circunstancias es razonable, si no necesariamente preciso.

#### 645 Estructura básica del modelo

La estructura general del modelo es muy similar a la de los modelos dinámicos de rodal, discutidos en la sección 534, y se ilustra en el diagrama siguiente:



Como punto inicial está la fase de inicialización donde se indica el estado del rodal al comienzo de la simulación, que puede obtenerse de los datos reales de un inventario o puede generarse aleatoriamente o de un conjunto de funciones.

Entonces el modelo entra en una fase cíclica o iterativa, donde cada ciclo representa una unidad del periodo básico de crecimiento, típicamente 1 ó 5 años. En cada iteración se repiten una serie de cálculos siguiendo los pasos principales indicados. Generalmente el orden en el cual se ejecutan estos pasos no es importante; así, por ejemplo, se pueden remover árboles muertos o explotados antes, más bien que después, de calcular el crecimiento en el rodal permanente.

#### 646 Ingresos, mortalidad y explotación

Desde el punto de vista de la construcción de modelos de árbol el ingreso, la mortalidad y la explotación tienen en común lo siguiente:

- involucran la creación o remoción de árboles en el modelo.
- son inherentemente procesos aleatorios, y no pueden tratarse con facilidad como simples relaciones funcionales.
- la descripción de los datos a menudo carece de información sobre estos parámetros.

Tanto el ingreso como la mortalidad son a menudo dependientes parcialmente de la densidad; así, el número de árboles que ingresa o que mueren pueden ser funciones de la densidad del rodal. Una vez que este número ha sido determinado, la selección real de los individuos puede implicar una variedad de reglas especiales. Para el ingreso, típicamente se crean árboles de tamaño y especie aleatorios, con límites determinados quizás por una probabilidad de distribución basada en los datos, o quizás con un límite máximo arbitrario que parezca razonable. Con la mortalidad, la probabilidad de que cualquier individuo muera, puede ser una función de su tamaño y especie.

Los procesos estocásticos o probabilísticos de esta naturaleza pueden simularse fácilmente en un computador, usando un generador de números aleatorios que produzca distribuciones aleatorias entre 0 y 1. Tales funciones son frecuentemente funciones de biblioteca en programación FORTRAN y son parte del lenguaje BASIC.

Supóngase, por ejemplo, que una función indica que un árbol particular en el modelo tiene una probabilidad de 0.7 de morir durante el año actual. Se genera un número aleatorio entre 0 y 1; si es menor que 0.7 se presume que el árbol tiene que morir y una rutina de mortalidad registra los detalles del árbol para el sumario de la parcela y lo remueve de la tabla de árboles vivos en el modelo. Si el número aleatorio es mayor que 0.7 el árbol sobrevive y crece hasta el siguiente periodo.

Los procesos de explotación son similares a los de mortalidad en el sentido de que involucran la remoción de árboles, pero esto sucede de acuerdo a normas definidas en cuanto a la especie y al tamaño.

#### 647 Conclusiones en consideración a los modelos de árbol

Los modelos de árbol individual son altamente flexibles, pero requieren considerable habilidad del investigador tanto en la programación para el computador, como en el análisis de datos. También requieren el uso de computadores de considerable tamaño.

No existe un método único para construir tales modelos. El lector interesado debe estudiar las referencias, tales como las indicadas en la bibliografía que aparece en el apéndice D.

Los modelos de árbol individual no son una panacea. Como todos los otros métodos de predicción requieren de una base de datos extensa de mediciones en parcelas experimentales y de muestreo cuidadosamente mantenidas y permanentemente evaluadas. También, como en los otros métodos discutidos anteriormente, su sofisticación no es garantía de su precisión.

## 7 VALIDACION DE LOS MODELOS DE CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO

### 71 EL PAPEL DE LA VALIDACION

La validación es, literalmente hablando, el proceso de determinar si un modelo verdaderamente representa de un modo u otro la realidad. En la validación deben tenerse siempre en cuenta los siguientes puntos:

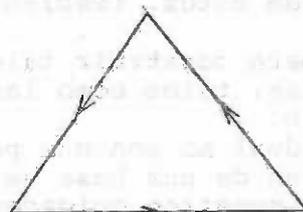
- Los modelos de predicción se aproximarán más a la realidad a medida que se incrementen los esfuerzos en la recolección de datos y en la construcción del propio modelo.
- En algún momento, el esfuerzo involucrado para obtener más datos o para crear un modelo estadísticamente más sólido es más costoso, que la mejora marginal garantizada por las predicciones del modelo.
- Los modelos forestales no tienen un grado uniforme de error sobre el intervalo completo del comportamiento que predicen, pero pueden ser más o menos precisos en diferentes intervalos de las variables predictoras.

El proceso de validación puede ser más costoso y consumir más tiempo, que la construcción del modelo. Puede ser necesario la realización de experimentos especiales para comprobar el modelo, y también la construcción de sistemas de procesamiento de datos que permitan la validación por comparaciones en un gran número de parcelas. A veces se requerirán considerables análisis estadísticos para estimar las covarianzas de los errores residuales.

Este cúmulo de esfuerzos puesto en los procesos de validación, en ningún sentido es superfluo. La ciencia defieren de la filosofía y de la religión porque siempre está sujeta a criterios de validación empírica de sus teorías y modelos. Un modelo que no se valida es simplemente especulación y trabajo perdido.

Además de eso, la naturaleza de la construcción del modelo implica que debe interactuar con la validación en un proceso cíclico.

Recolección de datos



Construcción  
del modelo

Validación

La validación puede mostrar debilidades en el comportamiento del modelo, lo cual conducirá a mejorar su estructura o a la necesidad de recolectar más datos de campo. Los experimentos con modelos, inclusive aquellos completamente inválidos, pueden conducir a conceptos alternativos de diseños experimentales y de recolección de datos.

### 72 DATOS DE VALIDACION

Para validar un modelo, su comportamiento debe compararse con observaciones de situaciones reales cuya historia y tratamiento sean perfectamente conoci-

dos. Estos datos pueden llamarse datos de validación, y obtenerse de parcelas de muestreo permanentes o temporales o de experimentos. Existen usualmente dos situaciones distintas respecto a los datos de validación:

- Los datos usados para validar el modelo son los mismos que se utilizan para construir las diferentes funciones que forman parte del modelo. Esto puede llamarse autovalidación.
- Los datos usados en la validación del modelo no han sido utilizados para estimar ninguno de los parámetros de las funciones del modelo. Esta situación puede denominarse validación independiente.

No hay nada extraordinario sobre el concepto de la autovalidación. Es el procedimiento normal para el análisis de regresión, por ejemplo, donde todos los estimadores estadísticos se basan en los errores entre las predicciones del modelo y los valores observados usados para ajustar el modelo.

La autovalidación sin embargo, puede ser peligrosamente mal interpretada. El análisis de regresión suministra un buen ejemplo: Si las suposiciones del modelo estadístico utilizado (varianza residual uniforme, errores no correlacionados y distribuidos normalmente, variables predictoras conocidas sin error) son incorrectas, entonces los valores estimados de los parámetros también serán incorrectos.

La autovalidación es particularmente peligrosa con un número pequeño de observaciones y con modelos muy complejos. Con modelos simples (quizá sólo una o dos funciones) y con gran cantidad de datos de comparación puede ser muy aceptable.

La validación independiente es un procedimiento mucho más satisfactorio desde cualquier punto de vista. Da una imagen completa de cuan efectivo es el modelo como instrumento de predicción. La principal dificultad de la validación independiente es que se necesita una considerable cantidad de datos, que deben ignorarse cuando se construye el modelo. Probablemente el mejor procedimiento, ampliamente adoptado por los sistemas que modelan comunidades, es el de dividir el conjunto de datos en dos partes iguales por un proceso aleatorio o sistemático y usar la mitad de los datos para la construcción del modelo y la otra mitad para su validación.

Desafortunadamente hay un cierto traslape entre autovalidación y validación independiente. Es posible construir un modelo usando un tipo de información de un conjunto de datos de parcelas o de experimentos y validarlo usando otro tipo de información, estadísticamente independiente, de las mismas parcelas. Una validación parcialmente independiente de esta naturaleza debe ser considerada menos satisfactoria que una validación totalmente independiente, pero más indicadora de la validez de un modelo que la autovalidación.

### 73 ERRORES RESIDUALES

La validación de los modelos usualmente se basa en un análisis de los errores residuales, los cuales se definen como:

$$\text{Error residual} = \text{Valor observado} - \text{Valor predicho}$$

Este error es análogo al error residual utilizado en el análisis de regresión. Se sugiere al lector consultar el apéndice A.2.6; técnicas idénticas a las allí descritas pueden aplicarse al análisis de errores de los modelos. Si el error residual va a proporcionar una indicación verdadera del funcionamiento de un modelo, debe asumirse que las variables independientes que entran en la construcción del modelo serán las mismas que se utilizarán en las predicciones. Si este no es el caso, el error del modelo tiende a ser exage-

rado.

Por ejemplo, un modelo dinámico de rodal para hacer predicciones precisas requiere información sobre la densidad de plantación y el tiempo e intensidad de los clareos. Para una validación de un modelo de esta clase se necesitan datos de parcelas de muestreo permanentes a largo plazo o datos de experimentos de clareos.

Un modelo de crecimiento y rendimiento generalmente hará predicciones de diferentes parámetros, por ejemplo diámetro promedio, altura dominante, volumen total y volumen comercial. Los errores residuales normalmente se incrementan (en relación a los parámetros nombrados anteriormente) de altura a diámetro a volumen total a volumen comercial. En consecuencia, normalmente será suficiente hacer los estudios de validación sobre el volumen total o comercial. A menos que exista una necesidad especial de conocer la precisión de los estimados del diámetro y la altura, éstos no necesitan ser sometidos a estudios separados de validación.

Los errores residuales pueden sumarse de diferentes maneras:

- Gráficamente, ploteando los errores residuales contra los valores predichos o contra las variables predictoras. Lo comentado en el apéndice A.2.6 se aplica en este caso.
- Como un coeficiente de determinación, análogo a  $R^2$  en los estudios de regresión, el cual se calcula como:

$$1 - \frac{\text{Suma de cuadrados de los errores residuales}}{\text{Suma de cuadrados de los valores observados}}$$

- Como una desviación standard residual, calculada como:

$$\frac{\text{Suma de cuadrados de los errores residuales}}{\text{Número de muestras de validación} - \text{Número de variables predictoras}}$$

- Como un porcentaje de la desviación standard residual (equivalente a un coeficiente de variación) calculado como:

$$\frac{\text{Desviación standard residual}}{\text{Promedio de los valores predichos}}$$

El lector podrá apreciar que estos estadísticos son aproximaciones, a los que no se les puede calcular intervalos específicos de confianza ni niveles de significancia.

#### 74 COMPARACIONES GRAFICAS

El análisis de errores residuales es una técnica algo abstracta. Un enfoque alternativo para la validación de modelos es plotear los parámetros de interés contra alguna variable predictora, tanto para los rodales reales como para los modelos de rendimiento. Por ejemplo, podría dibujarse el desarrollo del volumen en función del tiempo para el rodal verdadero y para el modelo. Este tipo de enfoque da una apreciación más concreta de la solidez o debilidad de un modelo que el análisis de residuales. Sin embargo no puede usarse con efectividad para definir el comportamiento de un modelo con muchas variables predictoras, ni tampoco para representar resultados de grandes cantidades de datos de validación.

Se ha sugerido que ambos tipos de validación son usualmente necesarios. El análisis de residuales puede emplearse con grandes conjuntos de datos, y para resumir los resultados en un pequeño número de parámetros sobre el intervalo completo de las variables predictoras. Las comparaciones gráficas son efectivas para presentar aspectos claves del comportamiento del modelo en publicaciones o comunicaciones.

#### 75 DEFINICION DE LOS LIMITES DE UTILIDAD DEL MODELO

Los errores residuales de un modelo generalmente tienden a incrementarse a medida que las variables predictoras se acercan a sus valores extremos. Esto parece ser especialmente cierto cuando los datos de validación cubren una gama de sitios, edades y condiciones de crecimiento más amplia que la de los datos usados en la construcción del modelo.

Sin embargo, habrá que establecer límites a los datos de validación, del mismo modo que fueron establecidos a los datos usados en la construcción del modelo. Es importante, como parte del proceso de validación, examinar el comportamiento del modelo fuera de estos límites y estimar, para cada tipo de variable predictora, un intervalo de valores fuera del cual las predicciones del modelo se vuelven obviamente imprecisas e inútiles.

Esto es importante porque muchas de las aplicaciones de los modelos de crecimiento y rendimiento pueden tener lugar en situaciones, en las cuales los valores absurdos no se detectan de inmediato. Por ejemplo, como parte de un modelo sectorial de economía forestal o como un componente en un programa para calcular planes de cortas.

El intervalo de los valores con los cuales un modelo puede ser razonablemente preciso (para determinadas especificaciones) debe por lo tanto definirse explícitamente durante el proceso de validación.

## 8 LA APLICACION DEL MODELO AL USO FINAL REQUERIDO

### 81 INTRODUCCION

Esencialmente, los modelos de crecimiento y rendimiento pueden ser aplicados en una de las tres maneras siguientes:

- (i) Como una simple tabla o gráfico o conjunto de tablas o gráficos. Estos pueden ser usados directamente por los planificadores forestales o pueden alimentar en forma tabular a un computador para actualizar un conjunto de datos de inventario.
- (ii) Como un programa para un computador para producir una tabla o gráfico de crecimiento y rendimiento para un conjunto particular de tratamientos. Esto es apropiado cuando el modelo tiene suficiente flexibilidad inherente, de modo tal que no es posible definir todas las predicciones posibles en un conjunto de tablas.
- (iii) Como un programa de computación que constituye un submodelo dentro de un programa más amplio para la planificación forestal, el cual normalmente incorpora una base de datos de información de inventario y varias restricciones económicas o técnicas sobre las operaciones de tratamiento y explotación.

Las alternativas (i) y (ii) han sido suficientemente tratadas en la sección 534. Queda por comentar la alternativa (iii), en la cual el modelo se usa en combinación con datos de inventario en planificación forestal.

Un prerequisite necesario en este caso, es que las variables incluídas en el modelo como parámetros (variables predictoras) también estén incluídas en los datos de inventario.

### 82 RODALES COETANEOS

En el caso de que el bosque consista de rodales coetáneos podrían incluirse en el modelo las tres funciones siguientes:

$$H_0 = (Sp, S, A)$$

$$I_g = (Sp, S, A, G) \quad \delta \quad I_g = f (Sp, H_0, N)$$

$$Hf = (Sp, H_0, N) \quad \delta \quad Hf = f (Sp, H_0, N, G)$$

Donde Sp denota especie, S clase de calidad de sitio,  $H_0$  altura dominante, A edad, N número de árboles por ha, G área basal por ha,  $I_g$  incremento del área basal por ha y año, y Hf forma de altura definida por la función  $V = G \times Hf$ , donde V es el volumen por ha. En este caso, las variables Sp, A,  $H_0$ , N y G tiene que ser conocidas de los datos de inventario, mientras que la clase de sitio, S, puede ser calculada por medio de la primera función.

Se puede asumir que el modelo es calculado por medio de observaciones en parcelas de crecimiento y rendimiento. Además, puede asumirse también que los datos de inventario, a los cuales se aplicará el modelo provienen de observaciones en parcelas de muestreo. Si el tamaño de las parcelas es el mismo en ambos casos, el modelo podrá ser aplicado directamente a los datos de inventario. Sin embargo, si hay diferencias en el tamaño, por ejemplo, si las parcelas de inventario son menores que las parcelas de crecimiento y rendimien-

to, el modelo puede dar resultados sesgados. Esto se explica por dos razones. Una, es que la clase de sitio podrá subestimarse un poco en las parcelas pequeñas (0.01 - 0.02 ha) comparadas con las parcelas grandes (0.05 - 0.1 ha) aunque este sesgo usualmente es muy pequeño. La otra razón para el sesgo es, que el efecto de competencia de los árboles que están fuera de las parcelas se incrementará, cuando decrece el tamaño de la parcela. Esto a su vez significa que una función de crecimiento que contenga variables de competencia o densidad como N o G es correcta sólo para parcelas de igual tamaño a las que fué calculada. El valor del sesgo dependerá de la diferencia de tamaño entre las parcelas de crecimiento y las parcelas de inventario, el tipo de las funciones de crecimiento en el modelo y finalmente de las variaciones dentro de los rodales inventariados. Por lo tanto no se puede generalizar sobre el tamaño de este error.

Si las parcelas de crecimiento y las de inventario son más o menos de igual tamaño, el modelo puede aplicarse a los datos del inventario para prever el desarrollo de cada parcela individual. Al final del periodo previsto las parcelas pueden sortearse en estratos de acuerdo a la especie, clase de sitio y edad y calcular las sumas y promedios de cada estrato.

Sin embargo, cuando haya una gran diferencia en el tamaño de las parcelas, de modo que las parcelas de crecimiento sean mucho mayores que las de inventario, es recomendable primero sortear los datos de inventario de acuerdo a las especies, clases de sitio y edad y después aplicar el modelo a estos estratos en lugar de a cada parcela individual del inventario.

### 83 RODALES MIXTOS.

En el caso de que un bosque consista de rodales mixtos (edades diferentes), pueden incluirse en el modelo de predicción las funciones siguientes:

$$I_v = f (S, F, G(1), G(2), \dots, G(n), N(1), N(2), \dots, N(n), L(1), L(2), \dots, L(n))$$

$$V = f (S, F, G(1), G(2), \dots, G(n), N(1), N(2), \dots, N(n))$$

donde  $I_v$  es el crecimiento del volumen comercial por ha y año, S es la clase de sitio definida por indicadores ambientales (tipo de suelo, altitud, precipitación, etc.), F es el tipo de bosque, G (1), G (2), ... G (n) es el área basal después de la explotación por grupos de especies por hectárea, N (1), N (2), ... N (n) es el número de árboles después de la explotación por grupos de especies y hectárea, L (1), L (2), ... L (n) es la intensidad de la explotación por grupos de especies y finalmente V es el volumen comercial después de explotación por hectárea.

Para hacer posible la predicción, las mismas variables (variables predictoras) que se incluyan en el modelo tendrán que ser obtenidas en el inventario. La discusión sobre el tamaño de la parcela en relación a la predicción para rodales coetáneos se aplica en principio también para rodales mixtos. Debe admitirse sin embargo, que hasta ahora se ha hecho muy poco en el campo de los modelos de crecimiento para bosques mixtos tropicales estando todavía en una etapa de investigación. Por eso no es posible dar alguna instrucción precisa de cómo hacer predicciones sobre el desarrollo de bosques mixtos tropicales después de la explotación. Para bosques mixtos templados han sido desarrollados modelos por medio de los cuales pueden hacerse pronósticos confiables (ver,

por ejemplo, Monserud\* 1980). Valdría la pena tratar de probar estos modelos, también para bosques mixtos tropicales, pero hasta ahora esto no se ha hecho.

---

\* Monserud, A. and Ek, A. 1980. Comparison of two stand growth models for northern hardwoods. Wright H (editor) 1980. Planning, performance and evaluation of growth and yield studies. Reunión de IUFRO S4.01. Commonwealth Forestry Institute, Oxford, Great Britain, pp 8.

MANUAL DE ESTIMACION DEL VOLUMEN FORESTAL Y PREDICION DEL  
RENDIMIENTO CON REFERENCIA ESPECIAL A LOS TROPICOS

Á P E N D I C E S

	Pág.
A. Técnicas estadísticas y matemáticas para estudios de rendimiento	1
B. Tablas de transformaciones comunes usadas en los modelos de regresión descritos en el texto	62
C. Formatos en blanco para registro de datos y cálcu los descritos en el texto principal	67
D. Bibliografía comentada	76

APENDICE A

Técnicas estadísticas y matemáticas para estudios de rendimiento

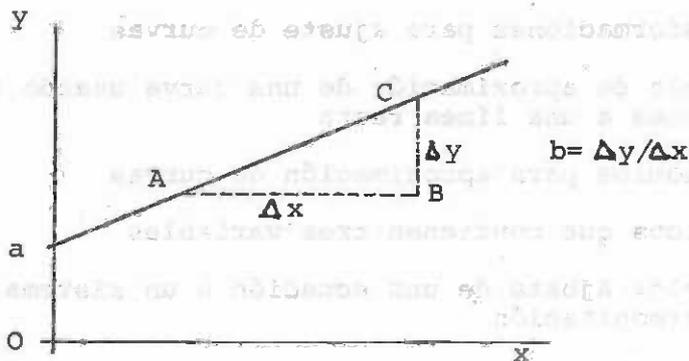
<u>Sección</u>	<u>Título</u>	<u>Pag.</u>
A.1	Ecuaciones y gráficos	1
.1	La línea recta	1
.2	Transformaciones para ajuste de curvas	2
.3	Ejemplo de aproximación de una curva usando transformaciones a una línea recta	3
.4	Polinomios para aproximación de curvas	5
.5	Gráficos que contienen tres variables	5
.6	Ejemplo: Ajuste de una ecuación a un sistema de curvas por armonización	10
A.2	Ajuste de curvas por análisis lineal de los mínimos cuadrados	14
.1	Regresión lineal simple	14
.2	Regresión con dos variables predictoras	17
.3	Transformación de datos y ajuste de curvas	21
.4	Análisis de regresión múltiple	25
.5	Cálculos para la estimación de parámetros de un modelo de regresión múltiple	26
.6	Análisis de residuales	36
.7	Regresión ponderada	39
.8	Comparación de líneas de regresión	40
.9	Regresión jerárquica usando variables condicionales	47
A.3	Solución de ecuaciones	52
.1	Solución de la ecuación cuadrática	52
.2	Solución gráfica de ecuaciones	52
.3	Solución numérica de ecuaciones	54
A.4	Ajuste de modelos no lineales	56

## A. 1 Ecuaciones y gráficos

Esta sección trata de los métodos de expresar relaciones gráficas como ecuaciones.

### A.1.1 La línea recta

El tipo más simple de gráfico es la línea recta:



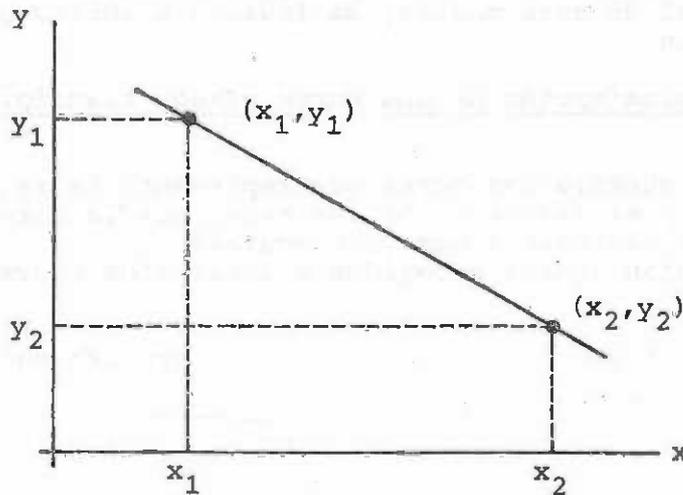
Esta puede representarse como una ecuación por:

$$y = a + b x$$

$a$  es el valor de  $y$  en el punto donde la línea corta el eje  $y$  (es decir, cuando  $x = 0$ ).  $b$  es la pendiente de la línea y puede ser convenientemente obtenida de un gráfico como sigue:

- (i) Tomar algún intervalo conveniente  $x$  (por ejemplo, 10 unidades de  $x$ ) y dibujar una línea  $AB$  de esa longitud, paralela al eje  $x$  (ver diagrama anterior).
- (ii) Medir la longitud  $\Delta y$  entre la línea dibujada y la línea paralela al eje  $y$  y desde  $B$ . Si  $BC$  se mide hacia arriba,  $\Delta y$  es positivo; si  $C$  está situado más abajo de  $B$  entonces  $\Delta y$  es negativo.
- (iii) La pendiente  $b$  está dada por  $\Delta y/\Delta x$ . Nótese que  $\Delta y, \Delta x$  se miden en las unidades de los ejes  $y, x$ , y no en las distancias reales sobre el papel en centímetros.

Un método alternativo algebraico de calcular los coeficientes  $a, b$  de una línea recta es como sigue:



- (i) Tomar un par de puntos cualquiera sobre la línea, designados por  $(x_1, y_1)$  y  $(x_2, y_2)$ , como se muestra en el diagrama.
- (ii) Calcular la pendiente  $b$  como:  
$$b = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$$
- (iii) Calcular el término independiente  $a$  como:  
$$a = y_1 - b x_1$$

### A.1.2 Transformaciones para ajuste de curvas

Muchas relaciones entre variables en la predicción del rendimiento forestal tienen forma de curvas cuando se las representa gráficamente. El modelo, o la ecuación particular que representa la curva, debe ser conocido, si se desea efectuar una representación exacta de la curva. En la práctica, el modelo correcto usualmente no es conocido y sólo es posible una aproximación. Quizás las ecuaciones de aproximación más fácilmente ajustables y usadas son aquellas que implican transformaciones de las unidades de las  $x$  ó  $y$ , pero que dejan la ecuación general en forma lineal. Transformaciones comunes son:

$\log_{10} x$	logaritmo de base 10
$\log_e$ ó $\ln x$	logaritmo de base $e$ (2.71828...)
$1/x$	recíproco
$\sqrt{x}$	raíz cuadrada
$x^2$	cuadrado

Las transformaciones puede ser aplicadas tanto a la variable  $x$  como a la variable  $y$ , para dar varias combinaciones y curvas resultantes.

Los datos originales que obviamente no son lineales, pueden plotearse usando varias transformaciones hasta que se obtiene una forma lineal. El trabajo se reduce, si se tiene alguna idea del tipo de transformación más conveniente. En la parte principal de este manual, se indican ejemplos para algunos tipos particulares de datos.

A.1.3 Ejemplo de aproximación de una curva usando transformaciones a una línea recta

La figura A.1.1 (a) muestra una curva que representa la relación entre el volumen del árbol (V) y el diámetro (D). Se asume que la curva ha sido dibujada a mano y se desea expresarla como una ecuación. Del gráfico, se tabulan puntos escogidos a intervalos convenientes en el eje x.

Puntos de la función original		Transformaciones		
D	V	D <sup>2</sup>	log D	Log V
10	0.05	100	1.000	-1.301
20	0.20	400	1.301	-0.699
30	0.45	900	1.477	-0.347
40	0.85	1600	1.602	-0.071
50	1.50	2500	1.699	0.176
55	1.90	3025	1.740	0.279

La primera transformación se muestra en la figura A.1.1(b), donde V se plotea en función de D<sup>2</sup>. Los puntos de la curva original siguen casi una línea recta, pero todavía aparece una ligera curvatura.

En la figura A.1.1(c) se muestra otra transformación. En ambos ejes se han tomado logaritmos de base 10. Los valores transformados de los 6 puntos seleccionados se han listado en el cuadro anterior. Puede observarse que estas transformaciones dan un ajuste casi perfecto, a excepción del valor más pequeño, que está ligeramente sobre la línea. De esta figura se calcula la pendiente y el término independiente de la línea. Tomando los dos puntos (1.301, -0.699) y (1.740, 0.279) correspondientes a los D de 20 y 55 cm, se tiene:

$$b = (0.279 - (-0.699)) / (1.740 - 1.301) = 0.978 / 0.439$$

$$= 2.228$$

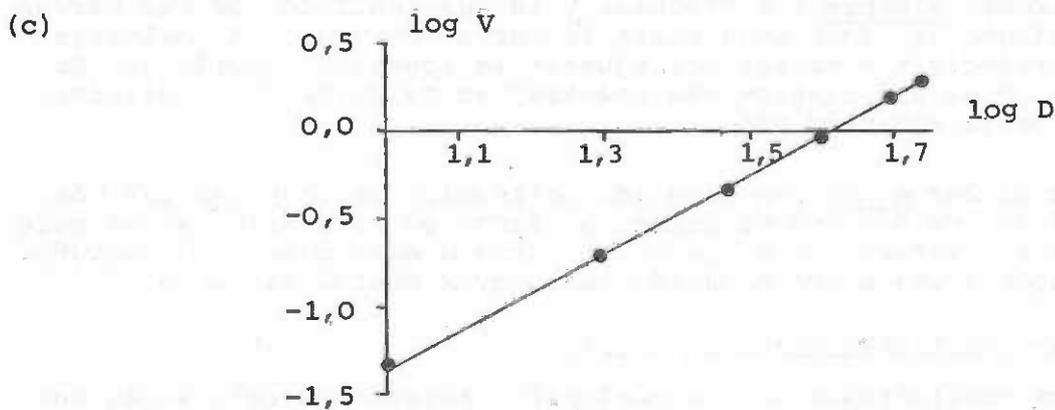
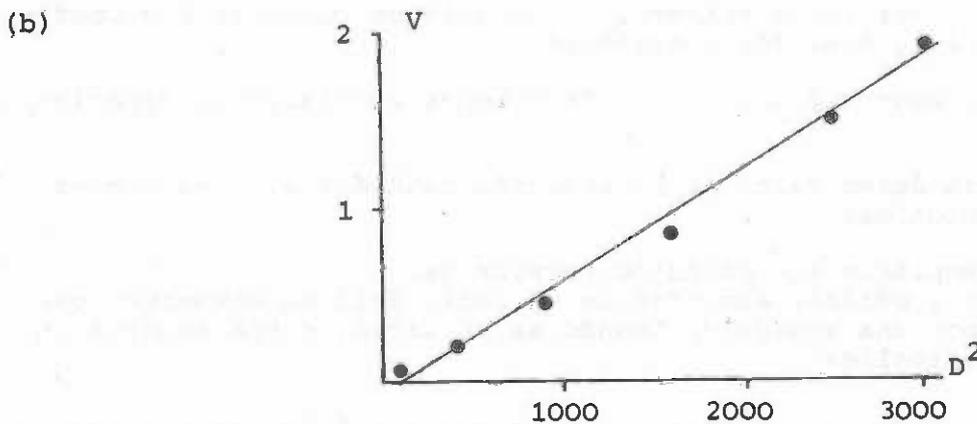
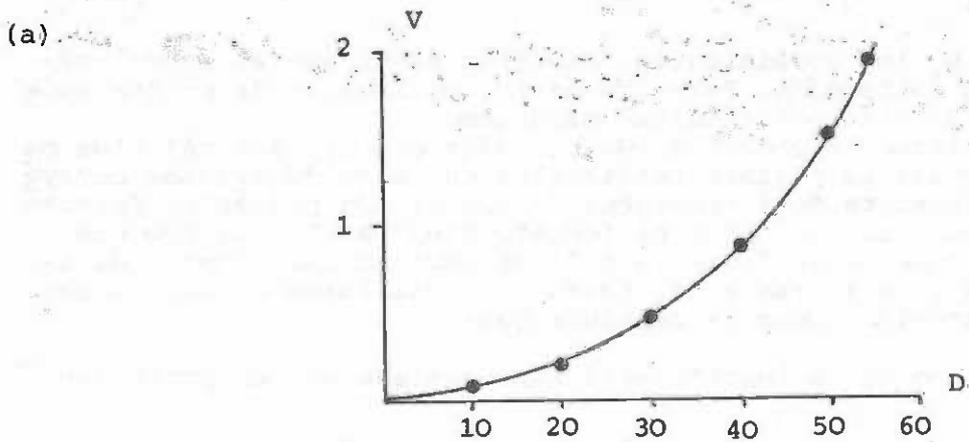
$$a = -0.699 - 2.228 \times 1.301$$

$$= -3.597$$

Así la ecuación que aproxima la curva de la figura A.1.1(a) es:

$$\log_{10} V = -3.597 + 2.228 \log_{10} D$$

Figura A.1.1 Transformación de una curva dibujada a mano para obtener una aproximación a una línea recta. (a) Curva original con los puntos seleccionados para el cálculo de los valores transformados. (b) Transformación del eje x al tomar los cuadrados de los puntos seleccionados. (c) Transformación de los ejes x e y al tomar logaritmos de base 10 de los puntos seleccionados.



#### A.1.4 Polinomios para aproximación de curvas

Las ecuaciones que contienen sólo dos coeficientes son convenientes para la aproximación de funciones, porque pueden ser dibujadas como líneas rectas con las transformaciones apropiadas. Sin embargo, algunas formas de curvas no pueden ser tratadas de esta manera. En este caso, la técnica de ajustar un polinomio cuadrático o cúbico a la función puede proporcionar buenos resultados.

Un polinomio es una ecuación de la forma:

$$y = b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 + \dots + b_nx^n$$

donde  $n$  es el orden y  $b_i$  los coeficientes. Mientras mayor sea el orden, mayor la flexibilidad de la función. Por otra parte, polinomios de grados superiores son difícil de ajustar por técnicas manuales.

Para polinomios cuadráticos (2°orden) o cúbicos (3er orden), los cálculos manuales de los coeficientes es posible realizarlos en unos 30 minutos con ayuda de una máquina calculadora de 4 funciones (+, -, x, :). Se provee un formato (Formato A.1) para ayudar al usuario. El formato muestra el ajuste de una ecuación cúbica a la línea de la figura A.1.2. Se toman cuatro puntos de la función a ser ajustada y se anotan en el cuadro (1) del formato. Los puntos no necesitan estar ordenados, pero es deseable que:

- (i) cada extremo de la función esté representado por un punto (en este caso,  $x_1$  y  $x_3$ ).
- (ii)  $x_4$  no debe ser punto extremo, si se quieren calcular los coeficientes de la ecuación cuadrática,
- (iii) los otros puntos deben estar más o menos regularmente espaciados.
- (iv) Si sólo se desea calcular la ecuación cuadrática, tres puntos son suficientes.

En el formato A.1 se explican los cálculos necesarios.

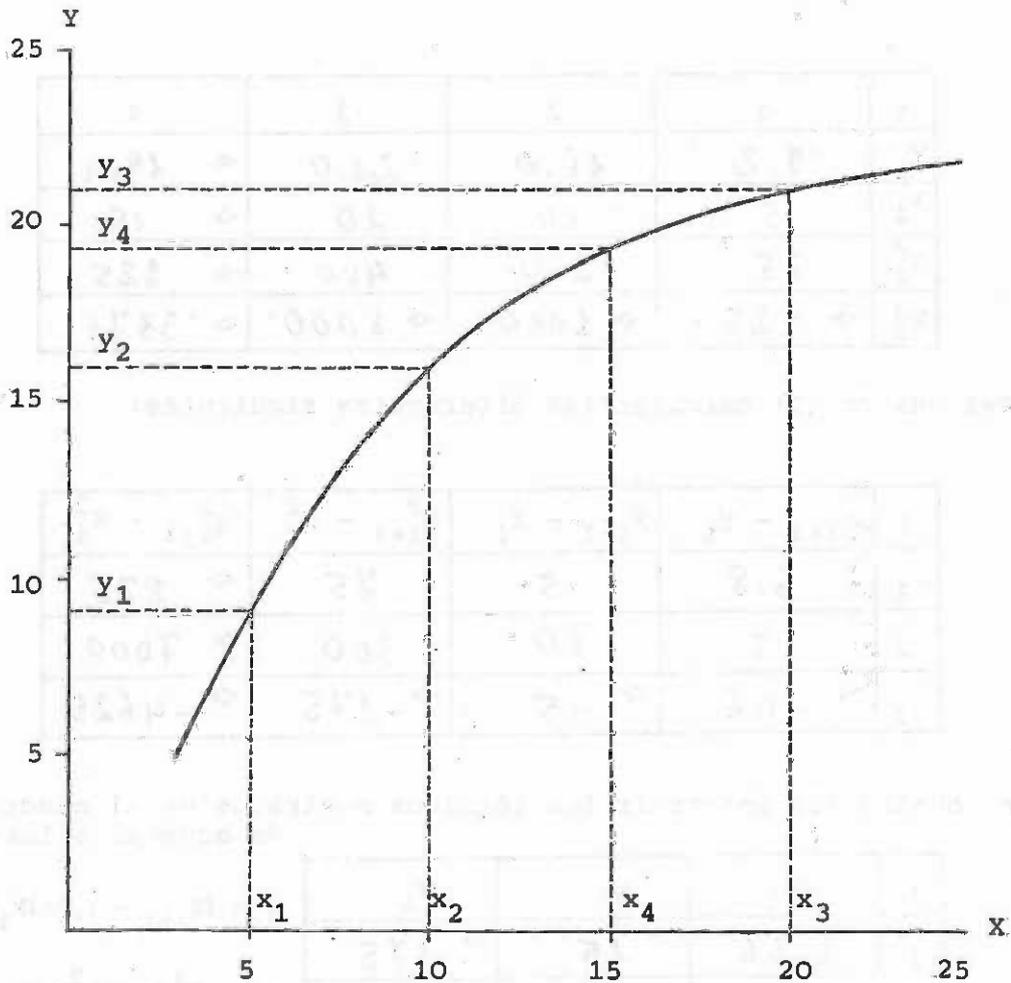
Las curvas cuadráticas y cúbicas suministran un medio útil de aproximar curvas dibujadas a mano por una ecuación. Cuando se utilizan, deben tenerse en cuenta los siguientes detalles:

- (i) Comprobar siempre los cálculos y la adaptabilidad de las curvas dibujando las funciones sobre la curva original. Normalmente es preferible comenzar por ajustar la ecuación cuadrática. Si ésta no es suficientemente precisa, se calculan los coeficientes de la ecuación cúbica.
- (ii) No utilizar nunca una ecuación polinomial para extrapolar más allá de los dos puntos extremos usados en el ajuste. Si se necesita extrapolar, se extiende la curva a mano primero y después se ajusta una nueva ecuación con nuevos puntos extremos.

#### A.1.5 Gráficos que contienen tres variables

Todos los gráficos considerados en los párrafos anteriores relacionan una

**Figura A.1.2** Aproximación de una curva dibujada a mano por un polinomio de tercer grado (Ver formato para cálculos A.1)



Formato A.1 Coeficientes para aproximar una curva cuadrática o cúbica

Objetivo: Calcular los coeficientes  $b_i$  en las ecuaciones:

$$Y = b_0 + b_1 X + b_2 X^2 + b_3 X^3 \quad (\text{curva cúbica})$$

o

$$Y = b_0 + b_1 X + b_2 X^2 \quad (\text{curva cuadrática})$$

Las casillas marcadas  $\diamond$  no se requieren para el cálculo de la curva cuadrática.

- (1) Tabular los datos de 3 ó 4 puntos para la función y calcular cuadrados y cubos.

i	1	2	3	4
$Y_i$	9.2	16.0	21.0	$\diamond$ 19.4
$X_i$	5	10	20	$\diamond$ 15
$X_i^2$	25	100	400	$\diamond$ 225
$X_i^3$	$\diamond$ 125	$\diamond$ 1000	$\diamond$ 8000	$\diamond$ 3375

- (2) Del cuadro (1) calcular las diferencias siguientes:

i	$Y_{i+1} - Y_i$	$X_{i+1} - X_i$	$X_{i+1}^2 - X_i^2$	$X_{i+1}^3 - X_i^3$
1	6.8	5	75	$\diamond$ 875
2	5	10	300	$\diamond$ 7000
3	$\diamond$ -1.6	$\diamond$ -5	$\diamond$ -175	$\diamond$ -4625

- (3) Del cuadro (2) construir los términos mostrados en el cuadro siguiente, de acuerdo a las definiciones:

i	$u_i$	$v_i$	$w_i$
1	1.36	15	$\diamond$ 175
2	0.5	30	$\diamond$ 700
3	$\diamond$ 0.32	$\diamond$ 35	$\diamond$ 925

$$u_i = (Y_{i+1} - Y_i) / (X_{i+1} - X_i)$$

$$v_i = (X_{i+1}^2 - X_i^2) / (X_{i+1} - X_i)$$

$$w_i = (X_{i+1}^3 - X_i^3) / (X_{i+1} - X_i)$$

sigue/...

Formato A.1 (continuación...)

(4) Del cuadro (3) calcular los términos del cuadro siguiente, de acuerdo a:

$$p_i = (u_{i+1} - u_i) / (v_{i+1} - v_i)$$

$$q_i = (w_{i+1} - w_i) / (v_{i+1} - v_i)$$

i	$v_{i+1} - v_i$	$p_i$	$q_i$
1	15	-0.05733	◇ 35
2	◇ 5	◇ -0.036	◇ 45

(5) Calcular los coeficientes de acuerdo a las siguientes fórmulas:

Coefficientes

Ecuación cúbica

Ecuación cuadrática

$b_3$

$$\begin{aligned} & (p_2 - p_1) / (q_2 - q_1) \\ & = \underline{0.002133} \end{aligned}$$

Ninguna

$b_2$

$$\begin{aligned} & p_1 - b_3 q_1 \\ & = \underline{-0.1320} \end{aligned}$$

$p_i$

$b_1$

$$\begin{aligned} & u_1 - b_2 v_1 - b_3 w_1 \\ & = \underline{2.967} \end{aligned}$$

$u_1 - b_2 v_1$

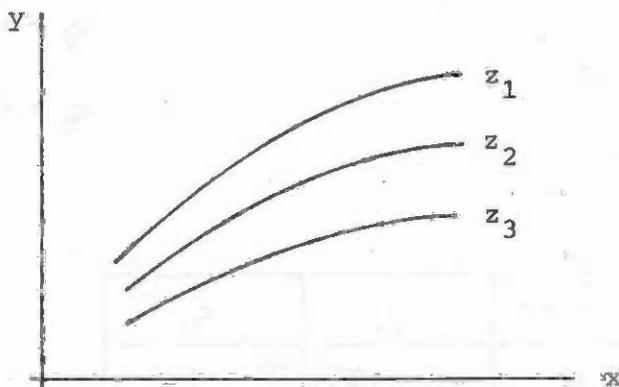
$b_0$

$$\begin{aligned} & y_1 - b_1 x_1 - b_2 x_1^2 - b_3 x_1^3 \\ & = \underline{-2.5995} \end{aligned}$$

$y_1 - b_1 x_1 - b_2 x_1^2$

\* \* \* \* \*

variable  $y$  con una variable  $x$ . Muchas relaciones comprenden una tercer variable, que puede ser llamada variable  $z$ . El gráfico puede tener la siguiente apariencia:



Aquí, cada nivel de  $z$  ( $z_1, z_2, z_3$ , etc.) constituye una relación distinta entre  $x$  e  $y$ . Tales casos son comunes con curvas de índice de sitio donde la altura ( $y$ ) depende de la edad ( $x$ ) para diferentes niveles de índice de sitio ( $z$ ); o con curvas del volumen o área basal dependiendo de la altura ( $x$ ) y densidad del rodal ( $z$ ).

Tales sistemas de curvas, dibujadas a mano a través de los datos, puede ser necesario expresarlas como ecuaciones, para propósitos de cálculos o de tabulación, o para utilizarlas en un programa de computación, o simplemente para conveniencia de comunicación y análisis.

El sistema de curvas puede expresarse como:

- (i) una serie de ecuaciones separadas, con una relación diferente entre las  $x$  e  $y$ , para cada nivel de  $z$ ;

o bien:

- (ii) como una sola ecuación en la cual  $z$  entra como otra variable.

El primer método puede conducir al segundo por el proceso llamado armonización. Los conjuntos de ecuaciones del primer tipo tienen dos desventajas:

- (i) No hay modo de determinar un valor de  $y$  para un valor de  $z$  intermedio entre los niveles escogidos.
- (ii) Se requiere un gran número de coeficientes para describir el sistema de curvas.

Por eso se prefieren las ecuaciones del segundo tipo; son más concisas y pueden usarse para calcular  $y$  para cualquier valor dado de  $x$ ,  $z$  (dentro del intervalo del sistema de curvas).

El ejemplo que sigue muestra como puede construirse un sistema de curvas armonizadas. El principio general contempla graficar los valores de los coeficientes contra los niveles de la variable  $z$ ; para cada coeficiente se deduce una nueva expresión para predecir el valor del coeficiente, dado un valor particular de  $z$ .

A.1.6 Ejemplo: Ajuste de una ecuación a un sistema de curvas por armonización.

La figura A.1.3 muestra un sistema de curvas de altura (H) en función del diámetro (D) para árboles individuales en cuatro clases diferentes de edad (A). Las curvas originalmente fueron dibujadas a mano. La primera etapa consiste en ajustar una ecuación separada para cada curva. Se decide usar una función cuadrática como ecuación de aproximación. Los cálculos, no mostrados, contemplan seleccionar 3 puntos para cada línea y calcular los coeficientes de acuerdo al método del formato A.1. Los puntos seleccionados están marcados en la figura A.1.3. El siguiente cuadro contiene los coeficientes para cada clase de edad:

Clase de edad	Coeficientes		
	$b_0$	$b_1$	$b_2$
5	2.2	1.0625	-0.0219
10	6.6	1.0500	-0.0250
15	9.8	1.1375	-0.0281
20	12.5	1.2750	-0.0313

Con el fin de reducir el sistema de cuatro ecuaciones cuadráticas a un sistema único, los coeficientes  $b_i$  deben hacerse dependientes de la edad. La forma de esta dependencia puede ser vista mejor si se grafican los coeficientes en función de las clases de edad (figura A.1.4)

De dicha figura puede observarse que la relación entre  $b_0$  y la edad es una curva suave, mientras que  $b_1$  versus edad es una curva más pendiente y asimétrica;  $b_2$  versus edad aparece casi exactamente lineal. Las ecuaciones calculadas para estas tres curvas (usando nuevamente el formato A.1) son las siguientes:

$$b_0 = -0.0187 + 1.153 A - 3.100 A^2 \quad (1)$$

$$b_1 = 1.225 - 0.0508 A + 0.00400 A^2 - 6.67 \times 10^{-5} A^3 \quad (2)$$

$$b_2 = -0.0188 - 0.000627 A \quad (3)$$

La ecuación general para las líneas de la figura A.1.3 es la ecuación cuadrática, como la seleccionada previamente, con la forma:

$$H = b_0 + b_1 D + b_2 D^2 \quad (4)$$

Los valores de los coeficientes de la ecuación (4) pueden obtenerse ahora para cualquier edad entre los límites 5 y 20 usando las ecuaciones (1) a (3). Este es un ejemplo complejo de armonización, intentado para ilustrar la visión global de los principios involucrados. En la práctica se aceptan a menudo algunas simplificaciones. Por ejemplo, en el caso anterior, una aproximación muy cercana a la función original dibujada a mano puede obtenerse si se utilizan valores promedios de  $b_1$  y  $b_2$ , dejando solamente a  $b_0$  como una función lineal de la edad:

$$b_0 = a_0 + a_1 A$$

Figura A.1.3 Curvas dibujadas a mano de la altura sobre el diámetro para diferentes clases de edad, para ser aproximadas con ecuaciones cuadráticas armonizadas (ver ejemplo en el texto).

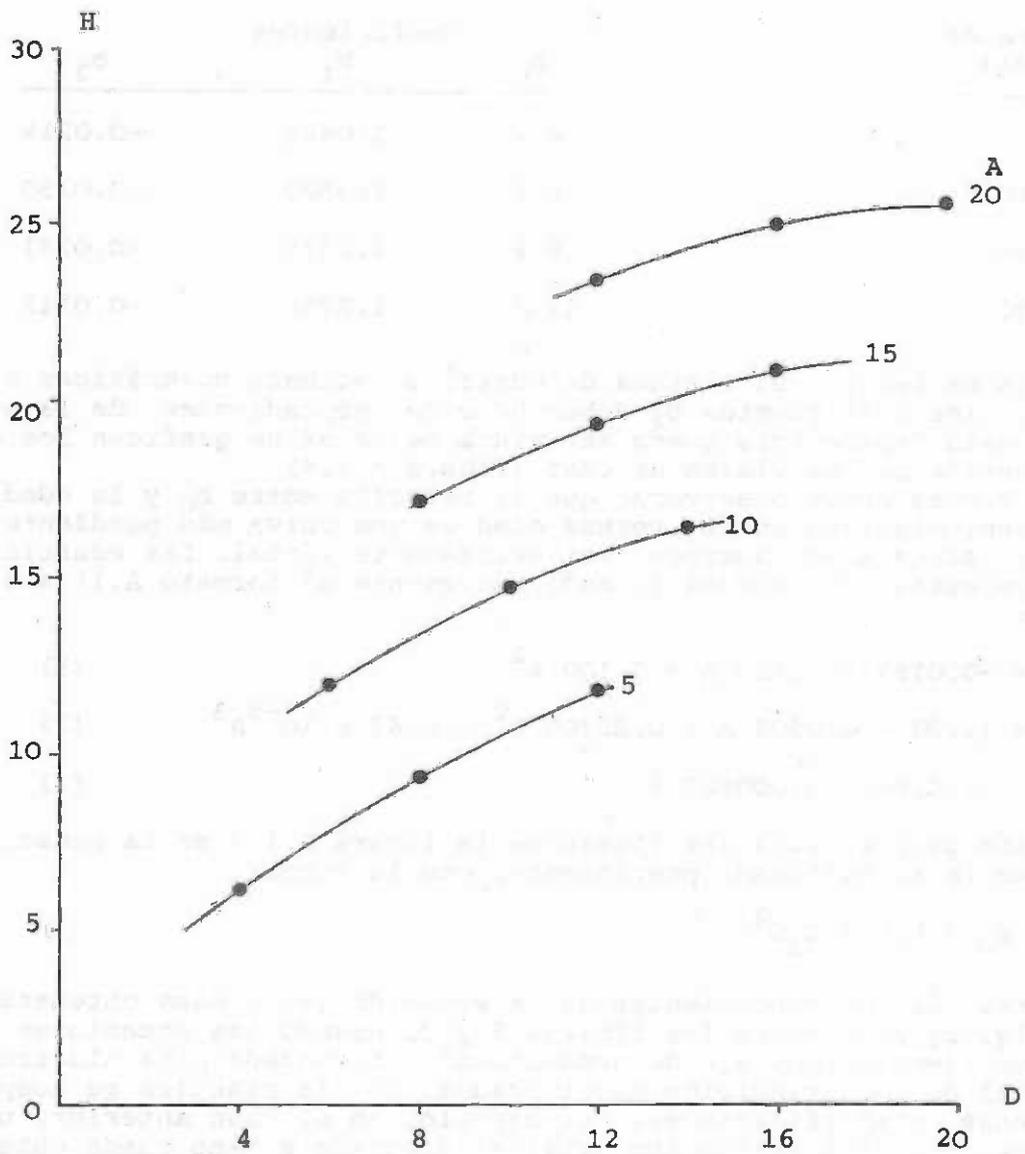
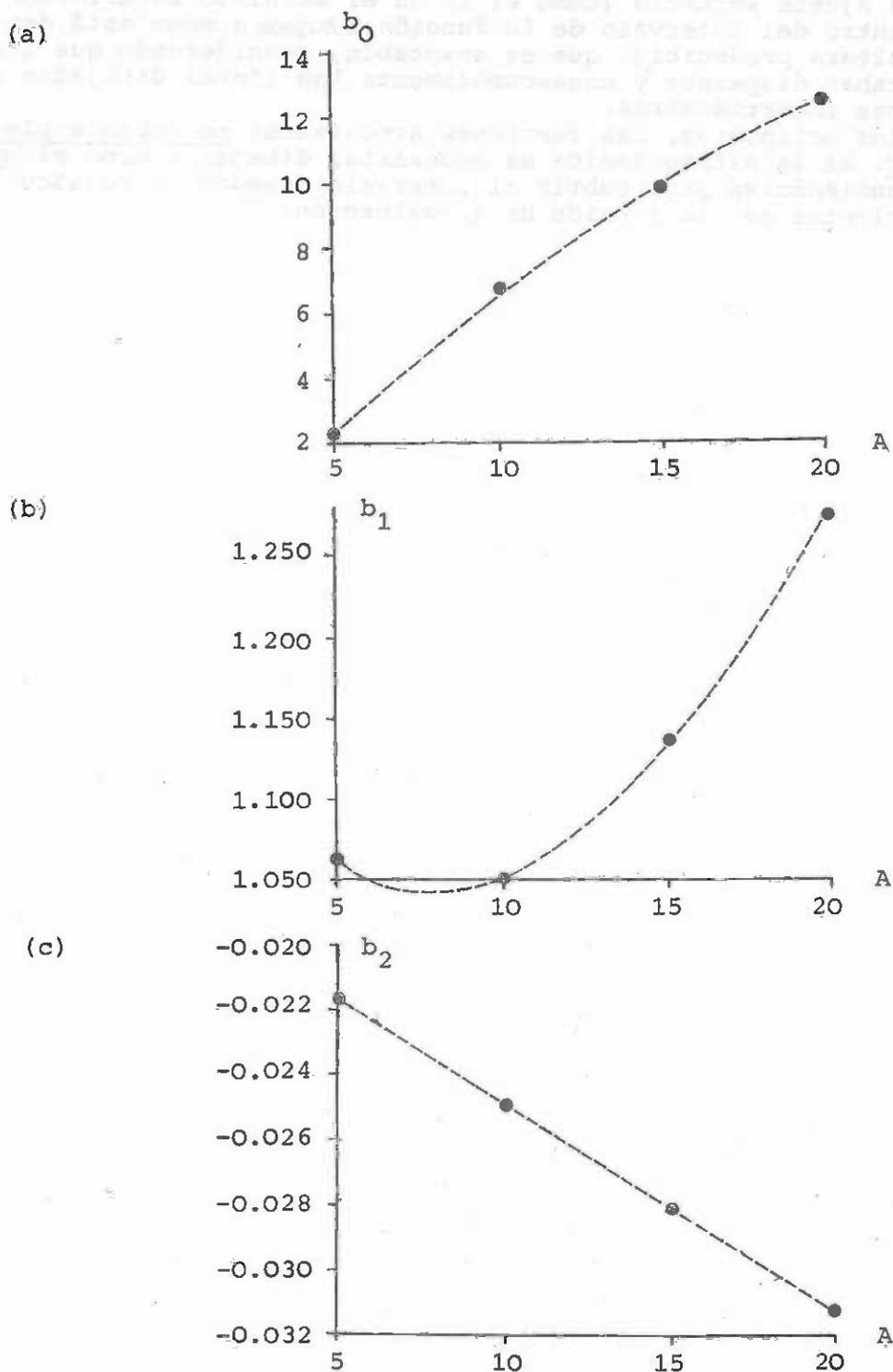


Figura A.1.4 Valores de los coeficientes planteados contra clases de edad A de las ecuaciones cuadráticas ajustadas a las líneas de la figura A.1.3.



la ecuación general, sustituyendo para  $b_0$ , será:

$$H = a_0 + a_1A + b_1D + b_2D^2$$

Este modelo no da un ajuste perfecto (como si lo da el señalado anteriormente) pero el error dentro del intervalo de la función dibujada a mano está dentro de 1/2 m de la altura predecible, que es aceptable, considerando que los datos originales estaban dispersos y consecuentemente las líneas dibujadas a mano sujetas a ciertas incertidumbres.

Como en el caso de los polinomios, las funciones armonizadas no deben emplearse para extrapolar. Si la extrapolación es necesaria, dibujar a mano el conjunto de curvas extendiéndolas para cubrir el intervalo deseado y recalcular todos los coeficientes de la función de aproximación.



## A.2 Ajuste de curvas por análisis lineal de los mínimos cuadrados

### A.2.1 Regresión lineal simple

El análisis de regresión lineal es tratado en muchos libros de texto con gran detalle y numerosos ejemplos (Snedecor, Draper & Smith, Seber, en la bibliografía). El propósito aquí es de dar solamente una guía sencilla de las ideas fundamentales, los cálculos básicos y los parámetros estadísticos más esenciales.

Análisis lineal de los mínimos cuadrados es un nombre ligeramente más preciso que análisis de regresión lineal. Se refiere a una técnica para ajustar ecuaciones predictivas a datos originales (esto es, a observaciones no suavizadas), basada en el principio de minimizar la suma de cuadrados de las desviaciones entre los puntos y una línea recta. Cuando los supuestos, que se citan a continuación, se cumplen plenamente, los parámetros (coeficientes) de la ecuación ajustada serán los más correctos, en un sentido estadístico. Si los supuestos no se satisfacen, el método seguirá dando estimaciones de los parámetros, pero no serán los mejores obtenibles; mejores estimaciones de los parámetros podrían obtenerse por las "ecuaciones de máxima-verosimilitud" para la clase particular de problema envuelto. Este último método está fuera del alcance del apéndice.

La definición del tipo más simple de problema de regresión puede mostrarse con ayuda de la figura A.2.1. Implica una relación entre dos variables,  $x$ ,  $y$ . Se asume que la variable  $x$  va a ser utilizada para predecir la variable  $y$ . El modelo estadístico es:

$$y = a + bx + e_i \quad (1)$$

donde los  $e_i$  son las desviaciones aleatorias entre cada punto y la línea. En la figura A.2.1, la línea continua representa la parte

$$y = a + bx$$

usualmente llamada ecuación de regresión.  $a$  y  $b$  son los coeficientes de esta ecuación, cuya estimación a partir de los datos es el propósito primario del análisis. Los  $e_i$  se denominan 'residuales' y representan la distancia vertical entre los puntos y la línea.

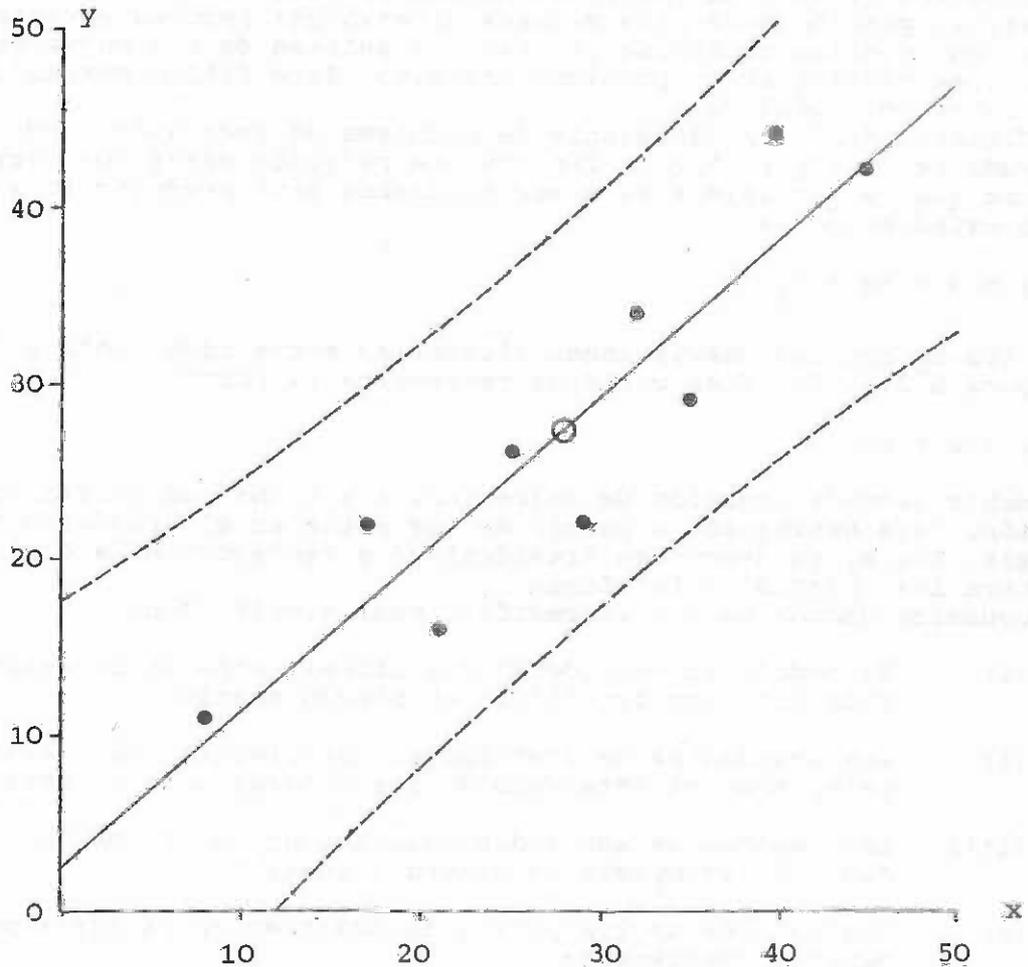
Los supuestos hechos en una regresión lineal simple son:

- (i) El modelo es verdaderamente lineal, como lo representa la ecuación (1) y no curvilíneo en ningún sentido.
- (ii) Los residuales se distribuyen normalmente, con varianza constante en todo el intervalo de los valores  $x$  bajo consideración.
- (iii) Los residuales son independientes entre sí; no están correlacionados ni agrupados en manera alguna.
- (iv) Los valores de los puntos de muestreo en el eje  $x$  pueden determinarse exactamente.

Los cálculos requeridos para los diferentes estadísticos del análisis de regresión lineal se muestran en el formato A.2, que reproduce un formato de Dawkins (ver bibliografía para detalles) con los datos de trabajo mostrados en la figura A.2.1. Los estadísticos más importantes son los coeficientes (líneas 11 y 12), el cociente entre varianzas (línea 18), el coeficiente de de-

Figura A.2.1 Un modelo simple de regresión lineal ajustado a los datos

- Línea de regresión  $y = a + b x$
- - - Intervalo de confianza al nivel del 95%
- ⊙ Punto correspondiente a los valores promedios de los datos  $x$  e  $y$



Formato A. 2 Cálculo de estadísticos de una regresión lineal simple utilizando el Statform 11 de Dawkins, 1968 (reproducido con permiso). Los datos son los mostrados en la figura A.2.1.

LINEAR REGRESSION and CORRELATION						
Line						
1	Nature of the observations: <i>Observaciones hipotéticas altura/diámetro de árboles individuales.</i>					
2	Dependent or left-hand variable, y: <i>altura, m.</i>					
3						
4	Independent or right-hand variable, x: <i>diámetro, cm.</i>					
5						
6	Sums of squares and products.			n = <u>9</u> pairs of observations		
7	$(\Sigma y)^2 = 60516$	$\Sigma y \Sigma x = 61992$	$(\Sigma x)^2 = 63504$	y	x	
8	$\Sigma y^2 = 7718$	$\Sigma yx = 7839$	$\Sigma x^2 = 8134$	11	8	
9	$(\Sigma y)^2/n = 6724$	$\Sigma y \Sigma x/n = 6888$	$(\Sigma x)^2/n = 7056$	22	17	
10	$SSy = 994$	$SPyx = 951$	$SSx = 1078$	16	21	
11	Linear regression			22	29	
12	Coefficient; $SPyx/SSx = 0.88219 = b$			29	35	
13	Constant; $\bar{y} - b\bar{x} = 2.63198 = a$			34	32	
14	Regression SS = $b \times SPyx = 838.96$			26	25	
15	Total SS is the SSy. Total d.f. = $n-1 = 8$			42	45	
16	Residual SS and d.f. obtained by subtraction.			44	40	
17	ANOVAR					
18	Source	SS	d.f.	MS	Variance ratio	Table F
19	Regression	838.96	1	839.0	37.9	29.25
20	Residual	155.04	7	22.14		P = 0.5
21	Total	994.00	8			
22	Coefficient of determination, $r^2$ .					
23	Regression SS/Total SS = $839/994 = 0.844 = r^2$					
24	Coefficient of linear correlation, r.					
25	$r = \sqrt{r^2} = 0.919$ with sign as for b					
26	Residual standard deviation = $\sqrt{\text{Resid. MS}} = 4.71 = \text{SD. resid.}$					
27	Coefficient of residual variation % = $100 \times \text{SD resid.}/\bar{y} = 1.91\% = \text{CV}\%$					
28	Standard error for random samples = $\text{SD resid.}/\sqrt{n} = 1.57 = \text{SE. resid.}$					
29	Student's t for $n-2$ d.f. and P.05 is <u>2.36</u>					
30	Sampling error % = $100 \times \text{SE. resid.}/\bar{y} = 0.6\% = E\%$					
31	Standard error of the coefficient b is $\sqrt{\text{Resid. MS}/SSx} = 0.1433 = \text{SEb}$					
32	Its t-ratio is $b/\text{SEb}$ , or $\sqrt{\text{variance ratio}} = 6.156 = \text{t-ratio}$					
33	Confidence limits for estimation of y from observations of x; if m observations are taken of x, having a mean of $\bar{x}'$ , there are m possible estimates of y. Confidence limits for their mean $\bar{y}' (= \Sigma y/m)$ are:					
34	$\bar{y}' \pm t \times \text{SD. resid.} \times \sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \frac{(\bar{x}' - \bar{x})^2}{SSx}}$					
35						

terminación  $r^2$  (línea 22), la desviación standard residual (línea 25) y los límites de confianza de la predicción (líneas 32-35) Los valores  $r^2$  y la desviación standard residual son útiles para la comparación de regresiones. Mientras más elevado sea  $r^2$ , más precisa es la relación. Si  $r^2$  es uno, los residuales son cero y los datos coinciden exactamente con la línea. Similarmente, mientras más se aproxime a cero la desviación standard residual, con más precisión la regresión predice los valores de  $y$ . Los intervalos de confianza de la línea de regresión muestran los límites dentro de los cuales el verdadero promedio de un número seleccionado de valores  $y$  debería caer.

Se observa que la línea de regresión siempre pasa por el punto determinado por los valores promedios de  $x$  e  $y$ . La forma de las bandas de confianza es curva, y se ensancha rápidamente a medida que se sale del intervalo de los datos utilizados en la regresión.

La variable  $x$  en un análisis de regresión se denomina variable independiente o predictora, pues provee la base sobre la cual se hacen las predicciones. La variable  $y$  es llamada variable dependiente o de respuesta; se asume que es controlada en algún grado por el nivel de la variable predictora.

#### A.2.2 Regresión con dos variables predictoras

La regresión con dos variables predictoras asume el modelo

$$Y = b_0 + b_1X + b_2Z$$

donde  $X$ ,  $Z$  son las variables predictoras conocidas, e  $Y$  es la variable dependiente; los  $b_i$  son los coeficientes a determinarse. Los supuestos y principios generales son los mismos que los de la regresión lineal simple. Los coeficientes y estadísticos de este modelo pueden ser calculados a mano, aunque el método es algo más laborioso que para la regresión lineal simple. Es un modelo útil para ajustar una variedad de curvas, como se ve en la sección A.2.3.

El formato A.3 muestra como se efectúan los cálculos. El ejemplo utiliza los datos de la figura A.2.1 y del formato A.2, para la relación altura-diámetro de 9 árboles de muestra, pero a los cuales se ha adicionado una variable extra, (diámetro)<sup>2</sup>, de modo que la ecuación a ajustar es:

$$H = b_0 + b_1D + b_2D^2$$

Después de realizar los cálculos, se obtienen los siguientes valores de los coeficientes:

$$b_0 = 8.31177$$

$$b_1 = 0.371583$$

$$b_2 = 0.00953469$$

todos ellos con 6 dígitos significativos. Es importante cuando se efectúan los cálculos trabajar con 6 ó más dígitos significativos, y no redondear los números pequeños (tales como  $g_1$ ,  $g_2$ ,  $g_3$  en el ejemplo) a menos cifras decimales, pues puede ocurrir gran pérdida de precisión. Los valores bajos de los coeficientes entre varianzas, y de la  $t$  para los coeficientes obtenidos en esta regresión en comparación con el modelo lineal simple (Figura A.2.1, Formato A.2), refleja el hecho de que la incorporación de una variable extra incrementa la incertidumbre de la estimación de los parámetros de la población de la cual fué obtenida la muestra. En este caso ninguno de los dos valores

Formato A.3 Coeficientes y estadísticos de una regresión con dos variables predictoras (Parte 1)

Descripción del problema: Datos altura - diámetro del ejemplo en la sección A.2.1, con  $Z = X^2$

(1) Datos de regresión		
Y	X	Z
11	8	64
22	17	289
16	21	441
22	29	841
29	35	1225
34	32	1024
26	25	625
42	45	2025
44	40	1600

(4) Productos corregidos	
$\sum Y^2 = \sum Y^2 - (\sum Y)^2/n =$	<u>994.000</u>
$\sum XY = \sum XY - \sum X \cdot \sum Y/n =$	<u>951.000</u>
$\sum ZY = \sum ZY - \sum Z \cdot \sum Y/n =$	<u>52331.667</u>
$\sum X^2 = \sum X^2 - (\sum X)^2/n =$	<u>1078.000</u>
$\sum XZ = \sum XZ - \sum X \cdot \sum Z/n =$	<u>57716.000</u>
$\sum Z^2 = \sum Z^2 - (\sum Z)^2/n =$	<u>3238501.556</u>

(5) Determinante y multiplicadores de Gauss	
$D = \sum X^2 \cdot \sum Z^2 - (\sum XZ)^2 =$	<u>159968020.9</u>
$g_1 = \sum Z^2 / D =$	<u>0.0202447</u>
$g_2 = -\sum XZ / D =$	<u>-0.000360797</u>
$g_3 = \sum X^2 / D =$	<u>6.7388 x 10<sup>-6</sup></u>

(6) Coeficientes de regresión	
$b_1 = g_1 \cdot \sum XY + g_2 \cdot \sum ZY =$	<u>0.371583</u>
$b_2 = g_2 \cdot \sum XY + g_3 \cdot \sum ZY =$	<u>0.00953469</u>
$b_0 = \bar{Y} - b_1 \cdot \bar{X} - b_2 \cdot \bar{Z} =$	<u>8.31177</u>

(7) Suma de cuadrados de la regresión	
$\sum \hat{Y}^2 = b_1 \cdot \sum XY + b_2 \cdot \sum ZY =$	<u>852.34</u>

(8) Suma de cuadrados residual	
$\sum d^2 = \sum Y^2 - \sum \hat{Y}^2 =$	<u>141.66</u>

(9) Grados de libertad del residuo	
$g_1 = n - 3 =$	<u>6</u>

(2) Totales y productos			
$\sum Y^2$	7718	$\sum Y$	246
		$\sum XY$	7839
		$\sum ZY$	274661
		n	9
		$\sum X$	252
		$\sum Z$	8134
		$\sum X^2$	8134
		$\sum XZ$	285468
		$\sum Z^2$	10589830

(3) Promedios	
$\bar{Y} = \sum Y/n =$	<u>27.3</u>
$\bar{X} = \sum X/n =$	<u>28</u>
$\bar{Z} = \sum Z/n =$	<u>903.7</u>

Parte 2

Formato A.3 (... Parte 2)

(10) Correlación entre variables

$$r_{yx} = \Sigma xy / \sqrt{(\Sigma x^2 \cdot \Sigma y^2)} = 0.9187$$

$$r_{yz} = \Sigma yz / \sqrt{(\Sigma z^2 \cdot \Sigma y^2)} = 0.9224$$

$$r_{xz} = \Sigma xz / \sqrt{(\Sigma x^2 \cdot \Sigma z^2)} = 0.9768$$

(11) Coeficiente de correlación múltiple R y R<sup>2</sup>

$$R^2 = \Sigma \hat{y} / \Sigma y = 0.8575$$

$$R = \sqrt{R^2} = 0.9260$$

(12) Análisis de varianza

Causas	suma de cuadrados	g.l.	cuadrado medio	Razón de Varianzas
Regresión	$\Sigma \hat{y}^2$ 852.34	2	426.17	18.05
Residual	$\Sigma d^2$ 141.66	g.l. 6	23.61 = s <sup>2</sup>	
Total	$\Sigma y^2$ 994.00	n-1=8		

(13) Desviación standard residual

$$s = \sqrt{s^2} = 4.86$$

(14) Error standard y valores t de los coeficientes

Coeficiente	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>
Error standard s <sub>b</sub>	s · √g <sub>1</sub> = 0.6915	s · √g <sub>3</sub> = 0.01262
t = b/s <sub>b</sub>	0.537	0.756

(15) Intervalos de confianza de las predicciones

Para una serie de m estimados de Y a un nivel dado de X, Z, el error standard de la predicción promedio está dado por:

$$s_y = s \cdot \sqrt{(1/m + 1/n + g_1 \cdot x^2 + 2 \cdot g_2 \cdot x \cdot z + g_3 \cdot z^2)}$$

donde x = (X - X̄) ; z = (Z - Z̄). Para una muestra grande, 1/m será cero; para un sólo punto será la unidad.

de  $t$  es significativo, lo que indica que el modelo sería por lo menos tan eficiente para propósitos de predicción si una de las dos variables fuese omitida.

### A.2.3 Transformación de datos y ajuste de curvas

Se pueden ajustar varios tipos de funciones curvilíneas usando técnicas de regresión lineal, si se efectúan las transformaciones apropiadas de las variables predictoras y dependiente. Es deseable proceder de acuerdo a las siguientes etapas, cuando se van a transformar los datos:

- (i) Plotear los datos no transformados en papel cuadrículado normal y examinarlos para ver si aparece alguna curvatura.
- (ii) Si aparece la curvatura, seleccionar una transformación apropiada para la variable dependiente y/o predictoras y calcular los valores transformados para cada punto (dato).
- (iii) Plotear los valores transformados en papel cuadrículado normal y examinar los puntos para ver si la tendencia es ahora lineal. Si lo es, ajustar la regresión utilizando los valores transformados de los datos.

Para la selección de una transformación adecuada pueden servir de ayuda los gráficos de la Figura A.2.2, que ilustran algunos tipos de curvas comúnmente usados. Las funciones (a) a (d) pueden ajustarse por regresión simple. Las funciones (e) y (f) requieren dos variables predictoras y por consiguiente los valores transformados no pueden examinarse gráficamente tal como se señala anteriormente en (iii).

El efecto de la transformación de datos de acuerdo a los supuestos básicos de la regresión lineal implica tres puntos importantes:

- (i) Regresiones en las cuales la misma variable dependiente ha sido sometida a diferentes transformaciones no pueden compararse directamente para la bondad de ajuste usando el coeficiente de correlación  $R$  (ó  $R^2$ ).
- (ii) La distribución de los residuales estará influenciada por cualquier transformación de la variable dependiente.
- (iii) La regresión puede ser sesgada a causa de una transformación de la variable dependiente.

Para comparar regresiones por bondad de ajuste, cuando hay implicadas varias transformaciones de la variable dependiente, debe usarse el índice de Furnival\*. Este se calcula como:

$$IF = s (\prod f'(y)^{-1})^{1/n}$$

ó más simple:

$$IF = s. \text{antilog}((\sum \log f'(y)^{-1})/n)$$

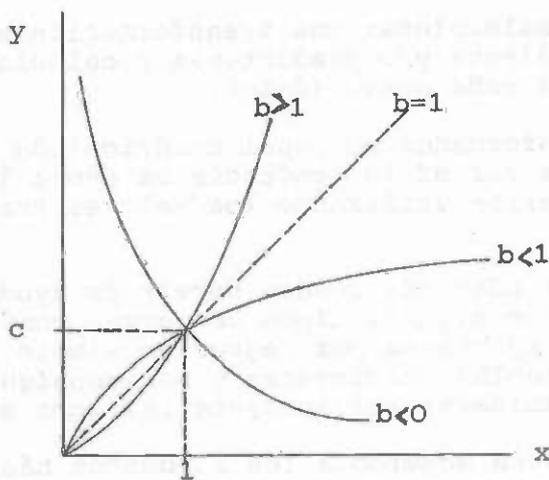
---

\* Furnival, G.M. 1961. An index for comparing equations used in constructing volume tables. Forest Science 7 (4) 337-341.

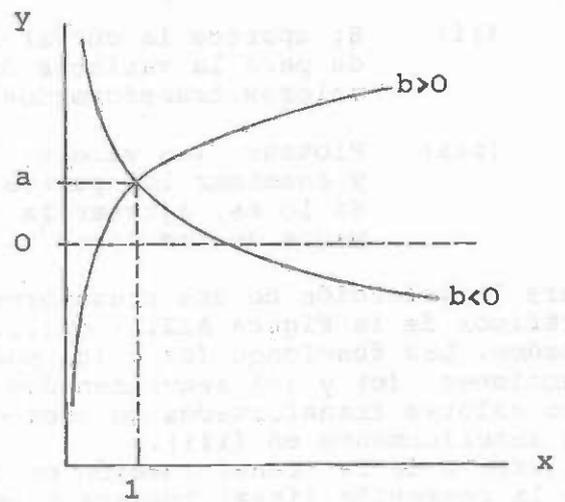
Figura A.2.2 Formas de curvas resultantes de diferentes funciones que pueden ajustarse por regresión lineal.

(  $c = 10^a$  ó  $e^a$ , dependiendo si se usan logaritmos de base 10 ó de base e, respectivamente).

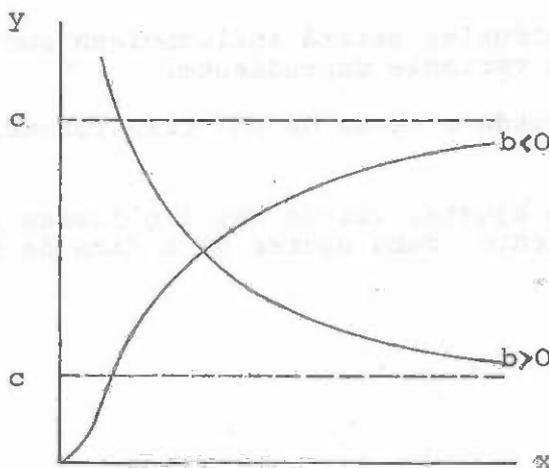
(a)  $\log y = a + b \log x$



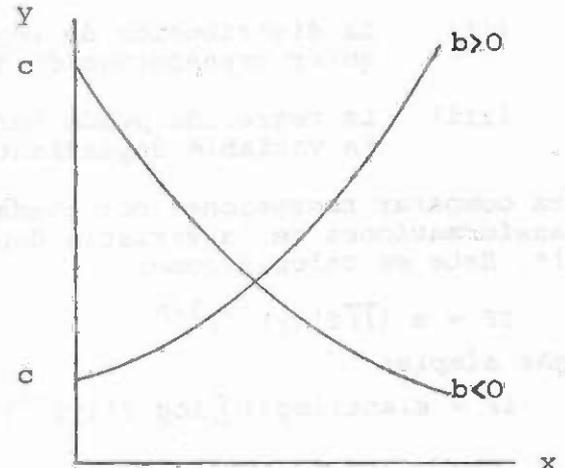
(b)  $y = a + b \log x$



(c)  $\log y = a + b/x$



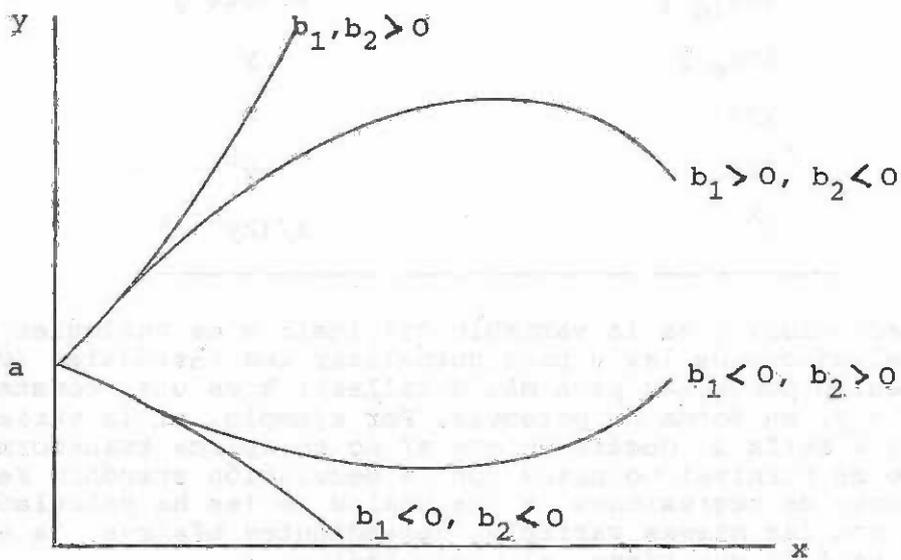
(d)  $\log y = a + b \cdot x$



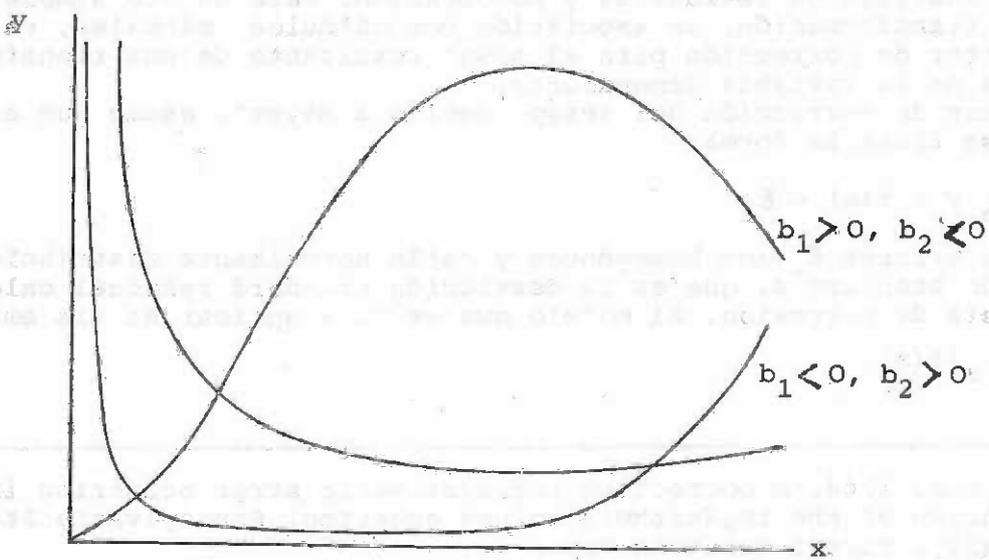
(continúa/...)

Figura A.2.2 (continuación...)

(e)  $y = a + b_1x + b_2x^2$



(f)  $\log y = a + b_1 \log x + b_2 x$



donde  $s$  es la desviación standard residual de la regresión ajustada;  $n$  es el número de datos;  $f'(y)^{-1}$  es el recíproco de la derivada de la transformación de la variable  $y$ , con respecto a la misma  $y$ . Puesto que el lector no matemático puede no estar familiarizado con derivadas, a continuación se dan formas apropiadas de las transformaciones más comunes:

Transformación	$f'(y)^{-1}$
Ninguna	1
$\log_{10} y$	$2.3026 y$
$\log_e y$	$y$
$y/w$	$w$
$1/y$	$-y^2$
$y^k$	$1/(ky^{k-1})$

En la tabla anterior,  $y$  es la variable original;  $w$  es cualquier ponderación a usarse en el ajuste de las  $y$  para normalizar los residuales (ver la sección de regresión ponderada para más detalles);  $k$  es una constante para transformar la  $y$ , en forma de potencia. Por ejemplo, si la variable dependiente es  $y^2$ ,  $k$  sería 2. Obsérvese que si no se aplica transformación alguna, el índice de Furnival coincide con la desviación standard residual. Dado un conjunto de regresiones, a las cuales se les ha calculado el índice de Furnival, con las mismas variables dependientes básicas, la ecuación que mejor ajusta será la que tiene el menor índice.

El efecto de las transformaciones sobre la distribución de residuales y sobre el sesgo de la regresión se considera en detalle en la sección que trata sobre análisis de residuales y ponderación. Para un uso simple del principio de transformación, en asociación con cálculos manuales, se mencionará el factor de corrección para el sesgo resultante de una transformación logarítmica de la variable dependiente.

Este factor de corrección del sesgo, debido a Meyer\*, asume que el modelo a calcularse tiene la forma:

$$\log_a y = f(x) - \epsilon_i$$

donde los errores  $\epsilon_i$  son homogéneos y están normalmente distribuidos con una desviación standard  $s$ , que es la desviación standard residual calculada en el análisis de regresión. El modelo que se va a aplicar es sin embargo:

$$y = a^{(f(x))}$$

\* Meyer, H.A. 1944. A correction for systematic error occurring in the application of the logarithmic volume equation. Pennsylvania State University, Forest Research Paper 7.

donde  $a$  es  $10$  ó  $e$ , dependiendo si se utilizan logaritmos decimales o naturales. Si los supuestos sobre la distribución del error son correctos, ocurre un error sistemático que puede compensarse usando un factor de corrección  $C$  de tal modo que la fórmula anterior se modifica a:

$$y = C a^{(f(x))}$$

Los factores de corrección para logaritmos comunes y naturales son:

(i) Logaritmos comunes (base 10):

$$C = 10^{1.1513 s^2}$$

(ii) Logaritmos naturales (base  $e$ )

$$C = e^{s^2/2}$$

donde  $s$  es la desviación standard residual obtenida de la regresión original con  $\log y$ .

La validez del factor de corrección depende de los supuestos sobre la distribución del error, el cual no necesita corregirse. En consecuencia no es posible establecer de una manera fija o dogmática si esta corrección debe usarse o no en un caso particular; es preferible examinar gráficamente la distribución de los residuales como se describe en la sección correspondiente, antes de tomar ninguna decisión.

En la práctica, si el grado del ajuste es elevado (esto es,  $R^2$  es mayor de 0.9), los diversos argumentos sobre métodos alternativos de ajuste, distribución de errores, etc., son esencialmente académicos; la función ajustada puede ser tranquilamente manejada y transformada como si fuese una función algebraica determinística.

#### A.2.4 Análisis de regresión múltiple

La regresión lineal simple y la regresión con dos variables predictoras presentan respectivamente los siguientes modelos:

$$Y = a + bX \tag{1}$$

$$Y = a + b_1X + b_2Z \tag{2}$$

donde  $a$ ,  $b$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  son los coeficientes a estimar;  $X$ ,  $Z$ ,  $Y$  son las variables. Ambos modelos son ejemplos del modelo general de regresión lineal multivariante, que tiene la forma:

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + \dots + b_mX_m \tag{3}$$

donde  $b_i$  son los coeficientes a estimarse por la regresión,  $X_i$  son diferentes variables predictoras. El modelo puede escribirse en forma abreviada como:

$$Y = b_0 + \sum_{i=1}^m b_i X_i \tag{4}$$

Las variables predictoras pueden ser de los siguientes tipos:

- (i) Cada  $X_i$  puede ser una variable independiente diferente. Por ejemplo, en una aplicación particular  $X_1$  puede ser altura y  $X_2$  diámetro. Las variables independientes pueden estar más o menos correlacionadas entre sí, siempre que la correlación no sea perfecta (esto es  $R=1$ ). En este último caso, una de las variables implicadas debe omitirse.
- (ii) Algunas de las variables pueden ser combinaciones y/o transformaciones de otras variables. Por ejemplo,  $X_3$  puede ser  $\log(X_2)$ , y  $X_4$  puede ser  $X_1X_2$ . Sin embargo, combinaciones aditivas (esto es,  $X_3 = X_1 + X_2$  ó  $X_1 - X_2$ ) no son permitidas, pues se traducen en correlaciones perfectas entre variables.
- (iii) Algunas variables pueden ser condicionales, teniendo sólo valores de cero y uno. Por ejemplo, en una regresión particular,  $X_1$  puede ser cero para datos de una fuente de semilla y uno para datos de una fuente diferente. Esto se discute posteriormente en la sección sobre comparación de regresiones y análisis de covarianza.

En muchas aplicaciones de predicción del rendimiento forestal, sólo están implicadas un número reducido de variables básicas independientes, a menudo 2 ó 3; pero quizás con otras 2 ó 3 variables construídas como transformaciones, puede obtenerse una forma particular de curva. Por ejemplo, el modelo del índice de sitio:

$$\log H = b_0 + b_1/A + b_2S + b_3S/A$$

implica tres variables básicas: altura (H), edad (A) e índice de sitio (S). Estas se transforman y combinan para dar el modelo de regresión:

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3$$

donde Y es  $\log(H)$ ,  $X_1$  es  $1/A$ ,  $X_2$  es S y  $X_3$  es  $S/A$ .

#### A.2.5 Cálculos para la estimación de parámetros de un modelo de regresión múltiple

Como en los casos anteriores de regresión con una o dos variables predictoras, la regresión múltiple primordialmente trata de calcular los valores de los coeficientes, el coeficiente de determinación ( $R^2$ ), la desviación standard residual, el cociente entre la varianza residual y la de regresión, el error standard de los coeficientes y los estadísticos necesarios para construir los intervalos de confianza de los valores que se predicen.

Estos parámetros se estiman usualmente por medio de un programa de computación. Los cálculos manuales son muy tediosos y propensos para cometer errores. Sin embargo, el procedimiento de cálculo manual se reseña aquí para beneficio de aquellos que desean usarlos y como algoritmo que provea las bases de un programa de computación.

Es mejor considerar los cálculos siguiendo un número de pasos:

Paso 1 Definir el modelo a ser ajustado y tabular los valores transformados de las variables.

El modelo general es:

$$Y_j = b_0 + \sum_i^m b_i X_{ij} + \epsilon_j$$

donde  $Y_j$  son las observaciones de la variable dependiente ( $j=1,2,\dots,n$ );  $X_{ij}$  son las observaciones de las variables predictoras, con  $m$  variables por observación ( $i=1,2,\dots,m$ ) y  $n$  observaciones. Los  $b_i$  son los coeficientes a estimar, los  $\epsilon_j$  son los residuales entre los valores  $Y$  observados y los valores  $Y$  a ser estimados con el modelo lineal. En el ejemplo se va a ajustar el modelo:

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3$$

con los datos:

Y	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>
1	4	9	4
3	3	9	9
7	3	6	6
9	5	8	3
14	4	7	1
18	6	4	5
19	5	3	7
21	7	1	9
24	6	3	4
26	7	2	5

donde  $n$  es 10 (número de observaciones) y  $m$  es 3 (número de variables predictoras).

**Paso 2** Formar los totales y los productos cruzados de los datos, definidos algebraicamente como:

(i) Totales

$$T_i = \sum_j^n X_{ij} \quad , \text{ para } i = 1, 2, \dots, m$$

$$T_Y = \sum Y_j$$

(ii) Productos cruzados

$$PX_{ik} = \sum_j^n X_{ij}X_{kj} \quad , \text{para } i, k=1, 2, \dots, m$$

$$PY_i = \sum_j^n Y_j X_{ij} \quad , \text{para } i = 1, 2, \dots, m$$

Para el ejemplo se tienen los siguientes totales y productos:

k	Y	1	2	3
T <sub>k</sub>	142	50	52	53

PX <sub>ik</sub>	i	k	1	2	3
	1			270	227
2				350	256
3					339

k	1	2	3
PY <sub>k</sub>	811	522	752

La suma total de los cuadrados de las Y también debe ser calculada:

$$\sum Y^2 = 2714$$

Paso 3 Corrección de las sumas de productos. Para los valores PX<sub>ik</sub>, PY<sub>i</sub> y  $\sum Y^2$  se forman los siguientes valores corregidos:

$$QX_{ik} = PX_{ik} - T_i T_k / n$$

$$QY_i = PY_i - T_i T_y / n$$

$$\sum Y^2 = \sum Y^2 - T_y^2 / n$$

Los valores calculados para el ejemplo son:

k	1	2	3
QY <sub>k</sub>	101	-216.4	-0.6

$$\sum Y^2 = 697.6$$

$QX_{ik}$	$i$	$k$	1	2	3
	1		20	-33	2
	2			79.6	-19.6
	3				58.1

Paso 4 Obtención de los valores de los coeficientes, por inversión de la matriz de productos cruzados, usando el método de eliminación de Jordan.  $QX$  y  $Qy$  se disponen en una matriz (que se denominará  $C$ ) en la forma siguiente:

1	2	3	...	$k$	...	$m$	1
2							2
...							...
$i$				$QX_{ik}$			$QY_i$
...							...
$m$							$m$

Los valores de  $QX_{21}$ ,  $QX_{31}$ ,  $QX_{32}$ ... son los mismos que  $QX_{12}$ ,  $QX_{13}$ ..., ya que la matriz es simétrica. Para el ejemplo se tiene:

$c_{ij}$	$i$	$j$	1	2	3	4
	1		20	-33	2	101
	2		-33	79.6	-19.6	-216.4
	3		2	-19.6	58.1	-0.6

Con la matriz  $C$  lista, se procede con los pasos del proceso de eliminación de Jordan.

Eliminación de Jordan

Columna		
$k$		
$c_{ij}$	$c_{ik}$	$c_{ij}$
$c_{kj}$	$c_{kk}$	$c_{kj}$
$c_{ij}$	$c_{ik}$	$c_{ij}$

Fila  $k$

Ejecutar m reducciones de la tabla. En la reducción k, reemplazar cada elemento  $c_{ij}$  de la tabla o matriz por un nuevo valor  $c_{ij}^*$  de acuerdo a la secuencia siguiente:

(i)  $c_{kk}^* = 1/c_{kk}$  ( $c_{kk}$  se denomina 'pivote')

(ii) reemplazar cada elemento de la columna k, excluyendo el pivote:

$c_{ik}^* = -c_{ik} c_{kk}^*$

(iii) reemplazar todos los elementos  $c_{ij}$ , excluyendo los de la fila k y columna k por:

$c_{ij}^* = c_{ij} + c_{ik}^* c_{kj}$

(iv) reemplazar los elementos de la fila k, excluyendo al pivote por:

$c_{kj}^* = c_{kj} c_{kk}^*$

Después de la última reducción los elementos  $c_{11}$  al  $c_{mm}$  forman la 'matriz inversa' del problema de regresión. Estos elementos, como se verá, son importantes para calcular las varianzas y covarianzas de los coeficientes y por ende los límites de confianza de los estimados de regresión. Los elementos de la columna m+1 son los coeficientes de regresión  $b_1$  a  $b_m$ . Las tres reducciones del ejemplo numérico se muestran a continuación:

REDUCCION 1

0.05000000	-1.65000000	0.10000000	5.05000000
1.65000000	25.15000000	-16.30000000	-49.75000000
-0.10000000	-16.30000000	57.90000000	-10.70000000

REDUCCION 2

0.15825049	0.06560636	-0.96938369	1.78608349
0.06560636	0.03976143	-0.64811133	-1.97813121
0.96938369	0.64811133	47.33578528	-42.94353876

REDUCCION 3

0.17810238	0.07887895	0.02047887	0.90664807
0.07887895	0.04863523	0.01369178	-2.56610485
0.02047887	0.01369178	0.02112566	-0.90721086

A pesar de que la eliminación de Jordan parece muy compleja cuando se explica en detalle y ciertamente es muy tediosa si se ejecuta manualmente, puede

programarse fácilmente para un computador. A continuación se presenta parte de un programa codificado en BASIC que invierte la matriz C y resuelve el problema de regresión. Las variables usadas corresponden exactamente con las de la explicación anterior.

Codificación en BASIC para la eliminación de Jordan.

```
100 FOR K = 1 TO M
110 LET C(K,K)=1/C(K,K)
120 FOR I = 1 TO M
130 IF I=K THEN 190
140 LET C(I,K)=-C(I,K)*C(K,K)
150 FOR J = 1 TO M+1
160 IF J=K THEN 180
170 LET C(I,J)=C(I,J)+C(I,K)*C(K,J)
180 NEXT J
190 NEXT I
200 FOR J = 1 TO M+1
210 IF J=K THEN 230
220 LET C(K,J)=C(K,J)*C(K,K)
230 NEXT J
240 NEXT K
```

Los coeficientes  $b_1$  a  $b_m$  ya han sido calculados y están almacenados en  $c_{1,m+1}$  hasta  $c_{m,m+1}$ . Para el ejemplo numérico se tiene:

$$b_1 = 0.9066$$

$$b_2 = -2.566$$

$$b_3 = -0.9072$$

redondeados a 4 cifras significativas. El término independiente  $b_0$  se calcula de:

$$b_0 = (T_y - \sum_1^m b_i T_{i1})/n$$

Para el ejemplo numérico se tiene:

$$b_0 = (142 - (50 \times 0.9066 + 52 \times (-2.566) + 53 \times (-0.9072)))/ 10$$

= 27.82 (con 4 cifras significativas).

Los elementos  $c_{11}$  a  $c_{mm}$  de la tabla final después de la última reducción de Jordan se referirán como la matriz inversa  $C^{-1}$ .

Paso 5 Calcular las sumas de cuadrados totales de la regresión y residual, el coeficiente de determinación ( $R^2$ ), el cociente entre varianzas (F) y la desviación standard residual.

La suma total de cuadrados (SCT) es  $\sum y^2$ , calculada en paso 3.  
La suma de cuadrados de la regresión (SCR) está dada por:

$$SCR = \sum_{i=1}^m b_i QY_i$$

La suma de cuadrados residual o error (SCE) se obtiene como diferencia:

$$SCE = SCT - SCR$$

Los grados de libertad para la suma total de cuadrados es  $n-1$ , para la regresión  $m$  y para el residuo es  $n-m-1$ .  
El cuadrado medio de la regresión (CMR) es:

$$CMR = SCR/m$$

El cuadrado medio residual (CME) es:

$$CME = SCE/(n-m-1)$$

El cociente entre varianzas es:

$$F = CMR/CME ; \text{ con } m, n-m-1 \text{ grados de libertad.}$$

El valor F puede usarse para comprobar la significación estadística de la regresión.

Para el ejemplo numérico se tiene:

$$SCT = 697.6 \quad (\text{ver } \sum y^2 \text{ en el paso 3})$$

$$SCR = 0.9066 \times 101 + (-2.566) \times (-216.4) + (-0.9072) \times (-0.6) = 647.4$$

$$SCE = 697.6 - 647.4 = 50.2$$

$$CMR = 647.4/3 = 215.8$$

$$CME = 50.2/(10-3-1) = 8.367$$

$$F = 215.8/8.367 = 25.79 \quad \text{con } 3 \text{ y } 6 \text{ grados de libertad.}$$

El valor tabulado de F con esos grados de libertad y para  $P=0.1\%$  es 23.70. Por lo tanto puede decirse que la probabilidad es menor de 1 en mil, de que la relación entre la variable dependiente y las predictoras se deba solamente a factores aleatorios fuera del modelo de regresión.

El coeficiente de determinación  $R^2$  está dado por:

$$R^2 = SCR/SCT$$

El coeficiente de correlación múltiple  $R = \sqrt{R^2}$

Para el ejemplo se tiene:

$$R^2 = 647.4/697.6 = 0.9280$$

$$R = 0.9633$$

La desviación standard residual  $s$  es la raíz cuadrada del cuadrado medio residual:

$$s = \sqrt{CME}$$

para el ejemplo es:

$$s = 2.893$$

**Paso 6** Cálculo de errores standard y de los valores  $t$  para los coeficientes de regresión.

Los errores standard de los coeficientes  $b_1$  a  $b_m$  están dados por:

$$s(b_i) = s \sqrt{c_{ii}}$$

Los valores  $t$  de los  $b_i$  están dados por:

$$t(b_i) = b_i/s(b_i)$$

Estos valores  $t$  pueden comprobarse en cuanto a significancia con  $n-m-1$  grados de libertad. Para el ejemplo numérico se tiene:

	Coeficientes	Error standard	t	Significancia
$b_1$	0.9066	1.221	0.742	-
$b_2$	-2.566	0.6380	-4.022	**
$b_3$	-0.9072	0.4205	-2.157	-

\*\* indica significancia al nivel del 1% ( $t=3.71$ , con 6 grados de libertad). Los coeficientes  $b_1$  y  $b_3$  no son significativos. Esto no quiere decir que ambos pueden ser removidos de la regresión. Uno o el otro (preferiblemente el menos significativo, es decir  $b_1$ ) puede ser removido y recalculados los resultados por el procedimiento que se explica posteriormente. Los valores de  $t$  de los coeficientes que permanecen, pueden incrementarse y probablemente am

bos serán significativos en la nueva regresión.

Paso 7 Los errores standard de las predicciones del modelo se obtienen de la fórmula:

$$S_Y = s \cdot \sqrt{1/k + 1/n + \sum_i^m \sum_j^m c_{ij} x_i x_j}$$

donde  $x_i = (X_i - \bar{X}_i)$ ,  $X_i$  es un valor dado de la variable predictora  $i$ ,  $\bar{X}_i$  es el promedio de la variable  $i$ ,  $k$  es el número de estimaciones repetidas de  $Y$  a ser hechas. Para una sólo predicción  $k=1$ ; para el error standard de la población  $1/k = 0$ .

Para el ejemplo, se desea calcular el error standard de un sólo estimado de  $Y$ , para  $X_1=8$ ,  $X_2=4$ ,  $X_3=6$ .

Primero se calculan las  $x_i$ :

$$x_1 = 8 - 5.0 = 3$$

$$x_2 = 4 - 5.2 = -1.2$$

$$x_3 = 6 - 5.3 = 0.7$$

Después la suma  $\sum_{i,j} c_{ij} x_i x_j$ :

$$3(3 \times 0.1781 + (-1.2) \times 0.07888 + 0.7 \times 0.02048) + (-1.2) \times (3 \times 0.07888 + (-1.2) \times 0.04864 + 0.7 \times 0.01369) + 0.7(3 \times 0.02048 + (-1.2) \times 0.01369 + 0.7 \times 0.02113) = 1.178$$

$$\text{Después } S_Y = 2.893 \sqrt{(1 + 1/10 + 1.178)} = 4.366$$

Así, el error standard de una estimación de  $Y$  de este modelo para  $X_1 = 8$ ,  $X_2 = 4$ ,  $X_3 = 6$  es  $\pm 4.366$ .

Esta fórmula puede dar también el error standard del término independiente  $b_0$ , usando  $1/k = 0$ , y  $x_i = X_i$ .

Con esto se completan los cálculos principales para la regresión múltiple. Comúnmente se efectúan otros dos tipos de cálculo: la computación de la matriz de correlación entre las variables y el cálculo abreviado para remover variables de una regresión.

La matriz de correlación es una tabla que muestra la correlación entre cualquier par de variables. Se construye ordenando una matriz  $V$  así:

	1	2	3	...	m+1
1	$y^2$	QY			
2	QY	QX			
3					
⋮					
m+1					

y teniendo en cuenta que la correlación entre la variable  $i$  y la variable  $j$  es:

$$r_{ij} = v_{ij} / \sqrt{v_{ii} v_{jj}}$$

Esto puede hacerse en cualquier momento del cálculo de la regresión después del paso 3.

Puesto que la matriz  $\mathbf{V}$  es simétrica respecto a la diagonal  $v_{11}$  a  $v_{mm}$  no es necesario calcular la parte inferior, ya que por ejemplo  $r_{23} = r_{32}$  y así sucesivamente.

Remoción de una variable de la regresión. Cuando se encuentra que una variable no es significativa, es deseable recalcular los estadísticos de la regresión omitiendo dicha variable.

Para hacer esto, se ajustan los valores de la matriz inversa  $\mathbf{C}^{-1}$  y los coeficientes de la regresión de acuerdo a las fórmulas siguientes, donde  $u$  denota el índice de la variable no deseada:

$$b_i^* = b_i - c_{iu} b_u / c_{uu}$$

$$c_{ij}^* = c_{ij} - c_{iu} c_{ju} / c_{uu}$$

Para el ejemplo numérico, se supone se desea omitir el efecto de la variable  $X_1$ . La matriz inversa y los coeficientes (con 6 cifras significativas), correspondientes a las 3 variables originales son:

	1	2	3	b
1	0.178102	0.0788790	0.0204789	0.906648
2	0.0788790	0.0486352	0.0136918	-2.56610
3	0.0204789	0.0136918	0.0211257	-0.907211

Eliminando la variable 1 se tiene:

$$b_2^* = -2.56610 - 0.0788790 \times 0.906648 / 0.178102 = -2.96764$$

$$b_3^* = -0.907211 - 0.0204789 \times 0.906648 / 0.178102 = -1.01146$$

La matriz inversa revisada es:

	2	3
2	0.0137007	0.00462197
3	0.00462197	0.0187710

El resto de estadísticos, del paso 5 en adelante, pueden recalcularse para la nueva regresión. De esta manera puede eliminarse una segunda, tercera, etc. variable sucesivamente.

Esto completa el resumen de los cálculos de una regresión múltiple. Este trabajo es hecho normalmente por un computador, pero puede efectuarse manualmente para pequeños problemas. Debe tenerse mucho cuidado de no perder dígitos significativos por redondeo a un número fijo de cifras decimales durante el proceso de inversión de la matriz.

#### A.2.6 Análisis de residuales

El análisis de residuales es un instrumento que debe emplearse con un uso inteligente de la regresión múltiple. Su propósito es:

- (i) Determinar cuando los residuales de la regresión confirman los supuestos del modelo, es decir no están correlacionados, están normalmente distribuidos y tienen varianza uniforme.
- (ii) Evaluar la 'falta de ajuste' en el modelo por una tendencia sistemática de los residuales.
- (iii) Examinar visualmente la forma de las relaciones entre los residuales y posibles variables predictoras todavía no introducidas en el modelo de regresión.

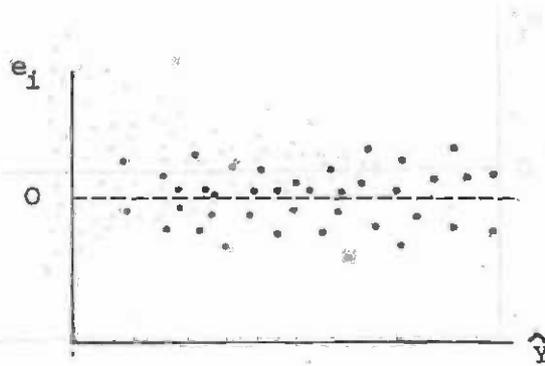
El análisis de residuales (como muchos otros aspectos del cálculo de regresiones) es muy tedioso de ejecutar manualmente. Por lo tanto, deberá ser parte de un buen programa de computación para análisis de regresión múltiple.

El residual  $e_i$  se define como la diferencia entre el valor real de la variable dependiente  $Y$  y el valor predicho por el modelo de regresión  $\hat{Y}$ :

$$e_i = y_i - \hat{Y}_i$$

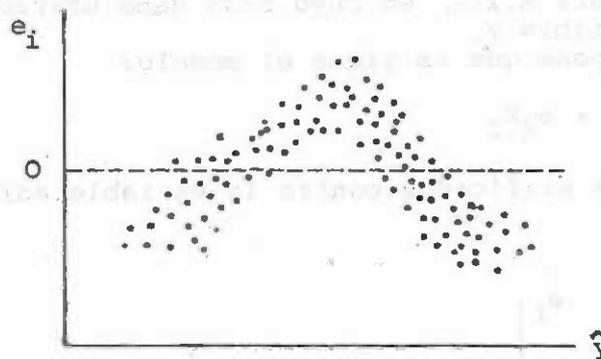
Cuando los residuales se plotean contra los valores  $\hat{Y}_i$ , pueden obtenerse varias clases de gráficos:

(i)



Esta es la situación ideal, con variaciones uniformes de los  $e_i$  con respecto a las  $\hat{Y}$ . El modelo parece no tener características indeseables.

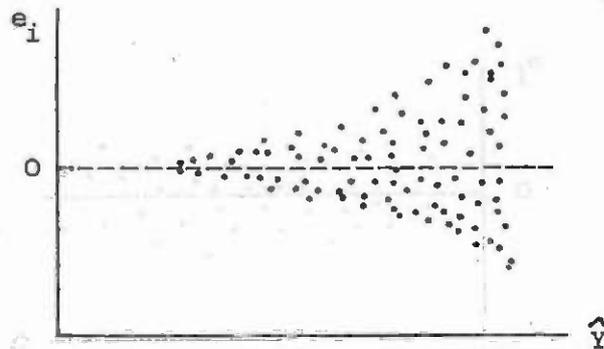
(ii)



Esto indica un comportamiento sistemático de los  $e_i$  con respecto a  $\hat{Y}$  y muestra falta de ajuste. En otras palabras, existe un modelo mejor que el que se está utilizando, usando las mismas variables predictoras básicas, pero con transformaciones adicionales o diferentes, que pueden ajustar y remover la tendencia sistemática de los  $e_i$ .

(iii)

(3)

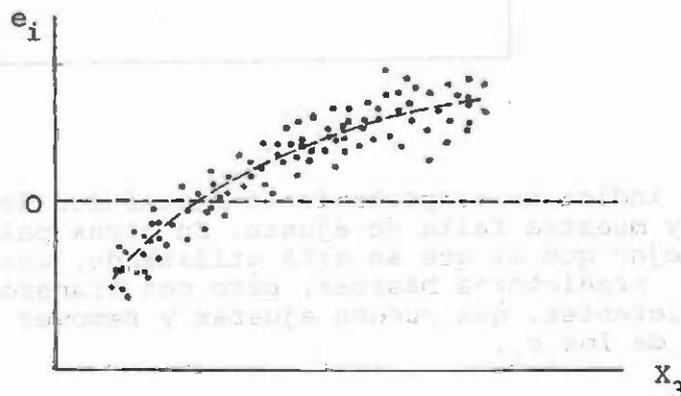


Aquí las varianzas de los  $e_i$  no son uniformes respecto a las  $\hat{Y}$ . En este caso pueden obtenerse mejores estimados, usando una transformación de la variable  $Y$ , o bien usando una regresión ponderada. (ver sección A.2.7).

Cuando los  $e_i$  se plotean contra las variables  $X$  no incluidas todavía en el modelo, se puede obtener un diagrama de puntos aleatorios o algún patrón sistemático similar al caso anterior (ii). Si la situación que se da es la última, la variable  $X$  puede ser incluida en la regresión. La forma de la tendencia general del patrón puede no ser lineal, sino que siga una de las formas mostradas en la figura A.2.2, en cuyo caso debe usarse una transformación apropiada de la variable  $X$ . Por ejemplo, se supone que se tiene el modelo:

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2$$

donde los residuales graficados contra la variable adicional  $X_3$  dan el siguiente patrón:



La línea discontinua (---) parece seguir una curva suave que puede ser compensada añadiendo a la regresión las variables  $X_3$  y  $X_3^2$  (ver figura A.2.2 (e)), para obtener el modelo:

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + b_4X_3^2$$

Después de ajustar este segundo modelo, la tendencia de los residuales contra  $X_3$  podría aparecer similar al esquema mostrado anteriormente como (i).

#### A.2.7 Regresión ponderada

La regresión ponderada se usa cuando los residuales no tiene una varianza uniforme respecto a los valores de  $Y$ . Esta situación aparece comúnmente cuando se utilizan transformaciones complejas de la variable  $Y$  para obtener algunas formas particulares de curvas. En predicción del rendimiento también es común encontrarla con datos de volúmenes, donde las varianzas tienden a ser proporcionales a los volúmenes.

Con cada observación se asocia un peso particular  $w_i$ , cuyo valor puede determinarse empíricamente o derivarse de algún razonamiento teórico. Para el mejor ajuste, los pesos o ponderaciones  $w_i$  deben ser proporcionales a  $1/s_i^2$ , donde  $s_i$  es la desviación standard residual de  $Y_i$ .

Las ponderaciones empíricas pueden obtenerse como sigue:

- (1) Ajustar el modelo sin ponderar, usando el procedimiento descrito en la sección anterior.

- (2) Calcular los cuadrados de los residuales:

$$e_i^2 = (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

- (3) Entonces bien

- (i) Tabular valores promedios de  $w_i$  ( $= 1/e_i^2$ ) por clases de  $Y_i$ ;

o bien:

- (ii) Ajustar una regresión que relacione  $e_i^2$  con  $Y_i$  (posiblemente una regresión simple:

$$e^2 = a + bY$$

será apropiada en la mayoría de los casos). Usar esta regresión para predecir la ponderación  $w_i$  ( $= 1/\hat{e}_i^2$ ) para cada  $Y_i$ .

En caso de ponderaciones teóricas, se usa alguna formulación que implique el cálculo de  $w_i$  de cada  $Y_i$ .

Los cálculos para una regresión lineal ponderada con una variable predictora son como sigue:

- (1) Calcular totales ponderados, sumas de cuadrados y productos cruzados:

$$A = \sum w_i$$

$$B = \sum w_i x_i$$

$$C = \sum w_i x_i^2$$

$$D = \sum w_i Y_i$$

$$E = \sum w_i Y_i^2$$

$$F = \sum w_i x_i Y_i$$

- (2) Calcular promedios ponderados y productos y cuadrados corregidos:

$$\bar{x} = B/A$$

$$\bar{y} = D/A$$

$$SC_x = C - B^2/A$$

$$SP_{xy} = F - B D / A$$

- (3) Para el resto de cálculos proceder desde la línea 11 del Formato A.2 (forma 11 de Dawkins, 1968).

Para la regresión múltiple ponderada se aplican los mismos principios generales. Muchos programas avanzados de regresión tienen opciones para la ponderación.

La regresión ponderada no debe utilizarse a menos que exista una fuerte justificación teórica a priori para hacerlo, o alternativamente cuando una tendencia claramente marcada en los cuadrados de los residuales planteados contra las Y dan base para una ponderación empírica.

Para funciones bien definidas, con altos  $R^2$ , la ponderación no resultará en una mejora práctica del grado de ajuste. La ponderación es una técnica que debe ser considerada como un refinamiento del análisis, a usarse después de completar los análisis preliminares de un conjunto de datos.

#### A.2.8 Comparación de líneas de regresión

Frecuentemente es necesario decidir cuando dos o más líneas de regresión son tan similares que pueden reemplazarse efectivamente por una línea única. Este caso aparece por ejemplo, cuando se desean combinar datos de diferentes especies con hábitos de crecimiento similares, o de diferentes bosques, regiones, tipos de sitio o proveniencias.

Las regresiones a comparar pueden ser regresiones simples con una sola variable predictora o regresiones multivariantes. Para la comparación existen dos técnicas básicas:

- (i) Análisis de covarianza. Es quizás más apropiado para cálculos manuales y regresiones simples, aunque puede igualmente abarcar el caso multivariante.
- (ii) Pruebas de significancia de variables condicionales. Esta técnica es muy apropiada para modelos complejos e interacciones, pero conduce a complicados problemas multivariantes. Un método útil es el de adaptar paquetes de programas de computación de regresión múltiple a problemas de comparación de regresiones.

El análisis de la covarianza es un tema extenso. Aquí se consideran sólo las técnicas necesarias para comparar las pendientes y términos independientes entre regresiones simples. Los cálculos se explican relacionándolos con un ejemplo de datos hipotéticos de una línea volumen-altura para dos plantaciones geográficamente distintas (denominadas I y II), utilizando 10 parcelas en cada una. Los datos se hallan en el cuadro A.2.1 y se representan gráficamente en la figura A.2.3. El problema es determinar si es razonable combinar los datos para ajustar una línea de regresión común para las 20 parcelas. El modelo a ajustar es la línea de los logaritmos del volumen con la forma:

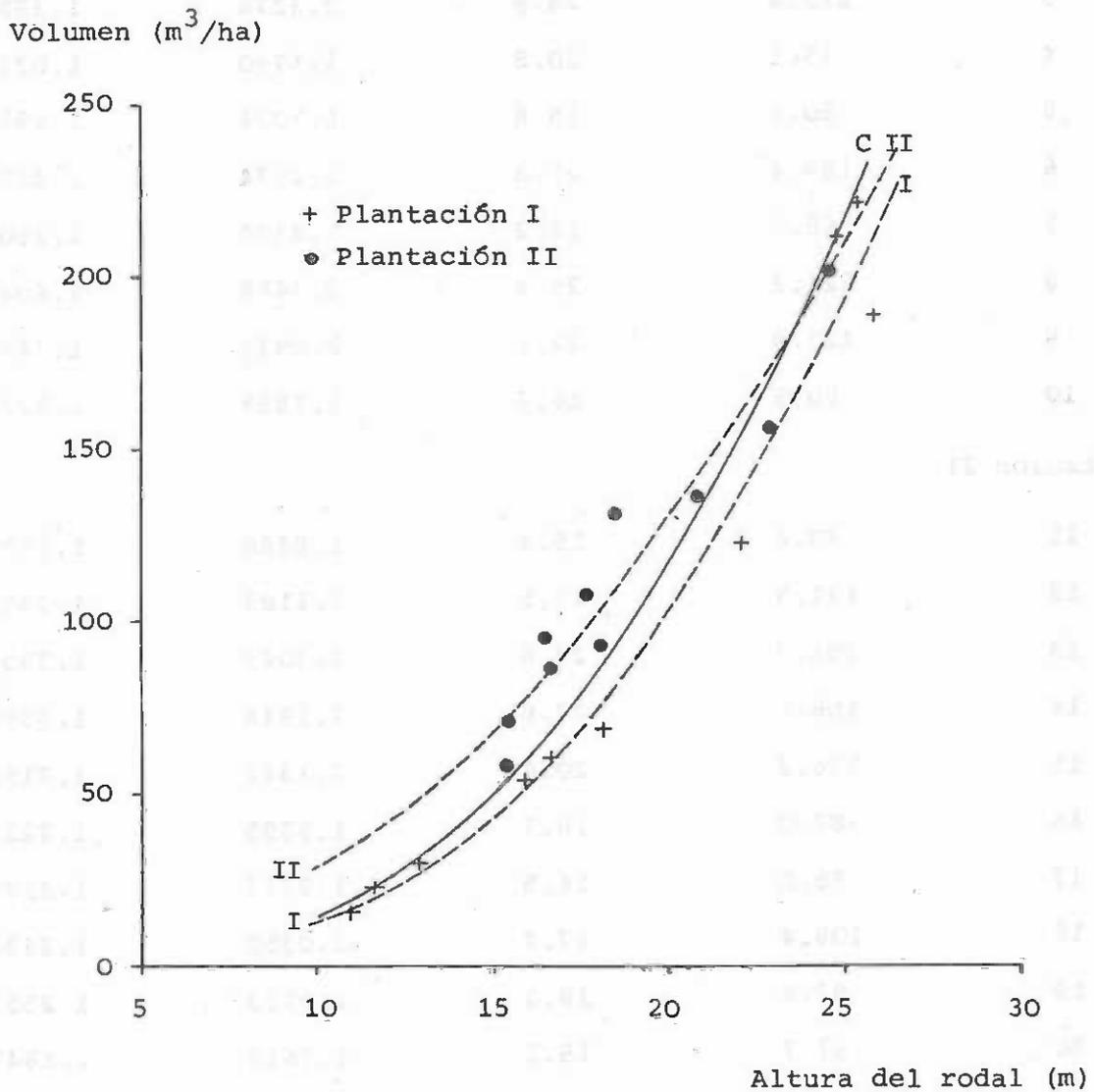
$$\log V = a + b \log H \quad (1)$$

Cuadro A.2.1 Datos originales y transformados de dos plantaciones usados en el ejemplo de comparación de regresiones.

Parcela n°	Volumen m <sup>3</sup> /ha	Altura m	log V y	log H x
Plantación I				
1	30.0	12.9	1.4771	1.1106
2	23.3	11.6	1.3674	1.0645
3	212.6	24.9	2.3276	1.3962
4	15.1	10.8	1.1790	1.0334
5	50.4	15.8	1.7024	1.1987
6	189.4	25.8	2.2774	1.4116
7	68.7	18.2	1.8370	1.2601
8	221.2	25.4	2.3448	1.4048
9	123.9	22.1	2.0931	1.3444
10	60.8	16.7	1.7839	1.2227
Plantación II				
11	70.6	15.4	1.8488	1.1875
12	131.3	18.5	2.1183	1.2672
13	201.7	24.6	2.3047	1.3909
14	156.6	22.9	2.1948	1.3598
15	136.2	20.8	2.1342	1.3181
16	87.0	16.7	1.9395	1.2227
17	95.0	16.5	1.9777	1.2175
18	108.4	17.7	2.0350	1.2480
19	93.6	18.0	1.9713	1.2553
20	57.7	15.3	1.7612	1.1847

Figura A.2.3 Datos hipotéticos volumen-altura usados para el ejemplo de comparación de líneas de regresión, sección A.2.8

( - - - líneas de regresión individuales; — regresión combinada)



En este modelo de forma lineal, los parámetros a, b se estiman por regresión simple. Tomando antilogaritmos en ambos lados el modelo se transforma:

$$V = A H^b$$

donde  $A = 10^a$ . De esta manera, pueden calcularse puntos de la línea ajustada y plotearlos en un papel cuadrículado normal.

Las sumas, sumas de cuadrados y sumas de productos de los datos (cuadro A.2.1) se calculan por separado para cada conjunto y para ambos conjuntos combinados como sigue:

Estadísticos	Origen de los datos		Combinado (C)
	I	II	
$\Sigma Y$	18.38954	20.28547	38.67501
$\Sigma Y^2$	35.37950	41.39075	76.77025
$\Sigma x$	12.44696	12.65166	25.09862
$\Sigma x^2$	15.67703	16.05102	31.72805
$\Sigma xy$	23.43337	25.76286	49.18623
n	10	10	20
$SC_y = \Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2/n$	1.56198	0.24072	1.98243
$SC_x = \Sigma x^2 - (\Sigma x)^2/n$	0.18435	0.04457	0.23101
$SP_{xy} = \Sigma xy - \Sigma x \cdot \Sigma y/n$	0.53398	0.09837	0.65176
coeficientes:			
$b = SP_{xy}/SC_x$	2.89657	2.20716	2.82135
$a = (\Sigma y - b \cdot \Sigma x)/n$	-1.76640	-0.76388	-1.60685
Suma cuadrados de la regresión:			
$SCR = b \cdot SP_{xy}$	1.54671	0.21712	1.83884

El análisis de varianza puede efectuarse a partir de estos cálculos básicos. Se calculan también las siguientes cantidades adicionales:

(i) Suma de cuadrados entre los coeficientes b:

$$SC_b = \Sigma SCR - (\Sigma SP_{xy})^2 / \Sigma SC_x$$

Para el ejemplo esto es:

$$SC_b = (1.54671 + 0.21712) - (0.53398 + 0.09837)^2 / (0.18435 + 0.04457) = 0.01708$$

(ii) Suma de cuadrados entre los coeficientes a:

$$SCa = \sum SCy - \sum SCR$$

$$= (1.56198 + 0.24072) - (1.54671 + 0.21712)$$

$$= 0.03887$$

(iii) Suma de cuadrados residuales:

$$SCE = SCy_C - (SCa + SCb + SCR_C)$$

donde el índice C denota cantidades de la regresión combinada. Para el ejemplo, la suma de cuadrados de las desviaciones es:

$$SCE = 1.98243 - (0.03887 + 0.01708 + 1.83884)$$

$$= 0.08764$$

(iv) Los grados de libertad de las cantidades anteriores son:

<u>Estadísticos</u>	<u>Grados de libertad</u>
$SCy_C$	$n_C - 1$
$SCE$	$n_I - n_{II} - 2r$
$SCb$	$r - 1$
$SCa$	$r - 1$
$SCR_C$	1

donde  $n_I$ ,  $n_{II}$  son el número de puntos en las regresiones separadas,  $r$  es el número de regresiones a ser comparadas y  $n_C$  el número total de puntos.

En la página siguiente está el cuadro del análisis de varianza para la comparación de las regresiones.

Los asteriscos denotan el nivel de significancia de los diferentes cocientes de varianzas, determinados por comparación de los valores tabulados de F con 1 y 16 grados de libertad a los niveles de 5% (\*), 1% (\*\*) y 0.1% (\*\*\*). En el cuadro se observa que la regresión es altamente significativa (esto es, no debida al azar). La diferencia de pendientes en las dos regresiones separadas no es significativa, es decir parece debida a los efectos aleatorios en el muestreo de los dos conjuntos de datos. Por otra parte, los

Causas de variación		Suma de cuadrados	grados lib.	Cuadrado medio	Razón varianzas
Regresión combinada	SCR <sub>C</sub>	1.83884	1	1.83884	335.7***
Entre pendientes	SCb	0.01708	1	0.01708	3.1
Entre términos ind.	SCa	0.03887	1	0.03887	7.1*
Residual	SCE	0.08764	16	0.005478	
Total	SCy <sub>C</sub>	1.98243	19		

términos independientes difieren significativamente al nivel del 5%, lo que sugiere que las regresiones son de hecho distintas, a pesar de tener la misma pendiente. En consecuencia puede concluirse para el ejemplo, que los datos de las dos plantaciones no pueden combinarse en una sola regresión para propósitos de predicción sin una consecuente pérdida de precisión. Este método de comparación puede extenderse a cualquier número de regresiones simples, observando en los cálculos anteriores que donde es necesario sumar las cantidades separadas de las dos regresiones, se hará extensible a cualquier número de cantidades. Dawkins (ver bibliografía) presenta un formato para comparar hasta 4 regresiones.

#### El uso de variables condicionales para comparación de líneas de regresión

Variables condicionales son las que sólo pueden tomar los valores de cero o uno, dependiendo si una observación particular entra o no en alguna parte del modelo de regresión. Pueden usarse para comparar líneas de regresión y para ajustar conjuntos de datos jerárquicos (ver sección A.2.9). Se considera el caso descrito en el ejemplo anterior, de comparar líneas vo lumen-altura para dos regresiones simples de las plantaciones I y II. Para cada plantación se tiene un modelo:

$$\log V = a + b \log H \quad (1)$$

Se puede formar un modelo único para ambos conjuntos de datos si se introduce una variable extra Z que es cero para los datos de la plantación I y uno para los datos de la plantación II. El modelo combinado es:

$$\log V = a_1(1 + a_2Z) + b_1(1 + b_2Z) \log H \quad (3)$$

Para observaciones con Z = 0 (plantación I) esto se reduce a:

$$\log V = a_1 + b_1 \log H \quad (4)$$

Pero cuando Z = 1 (plantación II), los coeficientes son:

$$\log V = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2) \log H \quad (5)$$

Para ajustar la ecuación (3) por regresión lineal, se eliminan los paréntesis obteniéndose:

$$\log V = a_1 + a_1 a_2 Z + b_1 \log H + b_1 b_2 Z \log H \quad (6)$$

la cual equivale a la ecuación de regresión:

$$Y = c_0 + c_1 X_1 + c_2 X_2 + c_3 X_3$$

Usando un programa de regresión múltiple para ajustarla, se obtuvieron los siguientes valores de los coeficientes:

	<u>Valor</u>	<u>t</u>
$c_0$	-1.76640	-12.3
$c_1$	1.00179	3.1
$c_2$	2.89657	25.2
$c_3$	-0.68884	-2.7

Los valores de t de los coeficientes, con 16 grados de libertad, indican un resultado similar, aunque no idéntico, al análisis de covarianza. El coeficiente  $c_1$  correspondiente al término Z en la ecuación (6), indica un término adicional altamente significativo para el término independiente del segundo conjunto de datos. El coeficiente  $c_3$  correspondiente a  $Z \log H$ , es también significativo al nivel del 5%, indicando que la pendiente de los dos conjuntos de datos difiere. En el análisis de covarianza, como se recordará, las pendientes no difieren significativamente, aunque sí difieren los términos independientes. Esta discrepancia en los resultados de los métodos se debe a la diferencia de los modelos estadísticos y las hipótesis a comprobar. El análisis de covarianza pregunta:

"¿Difieren ambas regresiones, o una de ellas, significativamente de una regresión común?"

mientras que esta técnica pregunta:

"¿Difiere el término independiente ( $c_1$ ) o la pendiente ( $c_3$ ) de la segunda regresión de sus correspondientes de la primera?"

Puede apreciarse que el segundo tipo de prueba es más sensible a las diferencias que el primero; pero por otro lado no es tan directamente relevante sí se desea saber, si se pueden combinar con seguridad las regresiones. Los valores de los coeficientes de las dos líneas separadas pueden obtenerse de los coeficientes anteriores, y se verá que son idénticos a los coeficientes de las líneas separadas ajustadas en el análisis de covarianza. Estos son:

Plantación I

Término independiente  $c_0$  - 1.76640

Pendiente	$c_2$	2.89657
Plantación II		
Término independiente	$c_0+c_1$	-0.76461
Pendiente	$c_2+c_3$	2.20773

De hecho estos números parecen diferir en el tercer decimal de los calculados anteriormente, pero esto es efecto del error de redondeo, pues en el programa de computación todos los cálculos, incluyendo las transformaciones logarítmicas se efectúan con 15 cifras significativas, mientras que en los cálculos manuales usados en el análisis de covarianza, sólo se utilizaron de 5 a 8 cifras significativas.

El uso de variables condicionales puede volverse muy complejo, y también muy flexible. Por ejemplo, dada cualquier variable dependiente Y y alguna variable predictora X, con una variable condicional Z se puede tener un sólo modelo con pendiente común y con términos independientes diferentes para los dos conjuntos de datos:

$$Y = c_0 + c_1Z + c_2X$$

Con tres conjuntos de datos, se necesitan dos variables condicionales. Estas son:

$Z_1$  0 para datos del conjunto 1, 1 para los conjuntos 2 y 3.

$Z_2$  0 para los datos de los conjuntos 1 y 2, 1 para el conjunto 3.

El modelo a comprobar para diferentes pendientes y términos independientes es:

$$Y = c_0 + c_1Z_1 + c_2Z_2 + c_3X + c_4Z_1X + c_5Z_2X$$

En la próxima sección se da más información de la manera de usar las variables condicionales.

#### A.2.9 Regresión jerárquica ('nested') usando variables condicionales

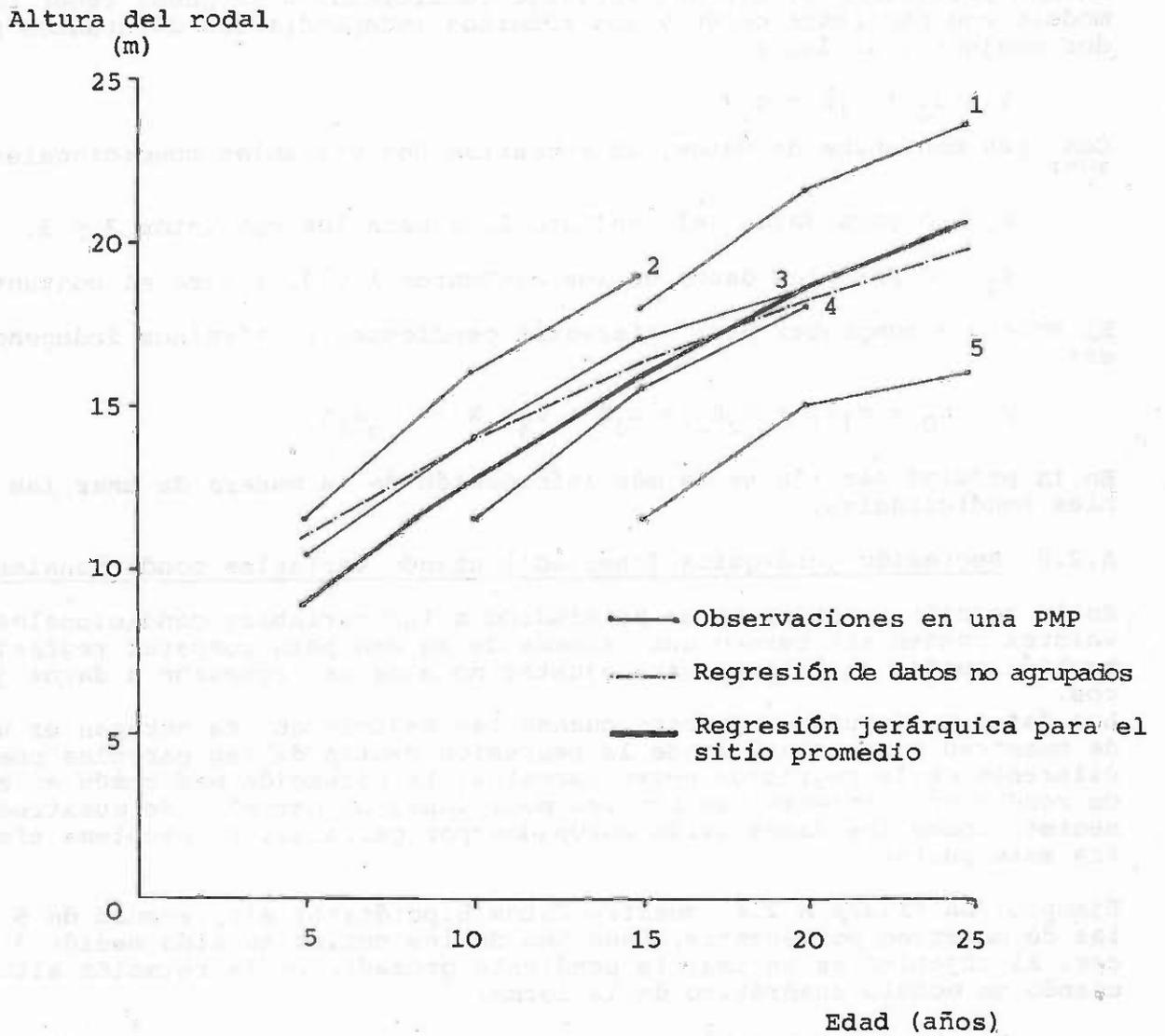
En la sección anterior ya se ha aludido a las variables condicionales, cuyos valores pueden ser cero o uno. Además de su uso para comparar regresiones, también pueden utilizarse para ajustar modelos de regresión a datos jerárquicos.

Los datos jerárquicos aparecen cuando las mediciones se agrupan en unidades de muestreo o parcelas, donde la regresión dentro de las parcelas puede ser diferente de la regresión entre parcelas. La situación más común en estudios de rendimiento forestal es con las mediciones de parcelas de muestreo permanentes, donde los datos están agrupados por parcelas. Un problema típico ilustra este punto:

Ejemplo: La figura A.2.4 muestra datos hipotéticos altura-edad de 5 parcelas de muestreo permanentes, cada una de las cuales ha sido medida 3 ó 4 veces. El objetivo es estimar la pendiente promedio de la relación altura-edad usando un modelo cuadrático de la forma:

$$H = b_0 + b_1A + b_2A^2 \tag{1}$$

Figura A.2.4 Datos hipotéticos altura-edad para el ejemplo del efecto de ajuste por regresión jerárquica.



donde se asume que  $b_1$  y  $b_2$  sean iguales para todas las parcelas, pero  $b_0$  puede diferir (expresando un efecto de sitio).

Si se hace un análisis de regresión con los datos de la figura A.2.4 usando la ecuación (1) como modelo y tratando cada observación como separada e independiente, se obtienen los coeficientes siguientes:

- $b_0$  7.807
- $b_1$  0.6939
- $b_2$  -0.008652

con un coeficiente de determinación ( $R^2$ ) de 0.53 y un valor de F de 4.94. El nivel de significancia de la regresión es 0.20%. Puede verse de la figura A.2.4 que esta regresión, dibujada con trazos discontinuos, subestima de manera obvia la pendiente promedio de las parcelas. Para ajustar el modelo jerárquico se introducen 4 variables artificiales, que se denominarán  $P_2$  a  $P_5$  con los siguientes valores:

$P_2$	1	para los datos de la parcela 2, cero para los demás datos
$P_3$	1	" " " " " " " 3, " " " " "
$P_4$	1	" " " " " " " 4, " " " " "
$P_5$	1	" " " " " " " 5, " " " " "

El modelo ajustado es:

$$H = a_1 + a_2P_2 + a_3P_3 + a_4P_4 + a_5P_5 + b_1A + b_2A^2 \quad (2)$$

donde los  $a_i$  y  $b_i$  son los coeficientes de regresión. Este es un modelo cuadrático como la ecuación (1), pero con término independiente diferente para cada parcela. Los valores de los términos independientes equivalentes a  $b_0$  en la ecuación (1) son:

<u>Parcela</u>	<u>Término independiente</u>
1	$a_1$
2	$a_1 + a_2$
3	$a_1 + a_3$
4	$a_1 + a_4$
5	$a_1 + a_5$

Cuando se ajusta a los datos de la figura A.2.4, los valores obtenidos de los coeficientes son:

$a_1$	7.432
$a_2$	-0.3915
$a_3$	-1.755
$a_4$	-3.427
$a_5$	-6.833
$b_1$	0.9192
$b_2$	-0.01157

con un coeficiente de determinación de 0.98 y un valor F de 70.88 con 6 y 9 grados de libertad. Esto es significativo para un nivel inferior a 0.0001%. La pendiente de esta línea, dada por  $b_1$  y  $b_2$  está dibujada en la figura A.2. 4 para el valor promedio de los términos independientes de las parcelas, como línea continua y gruesa. Puede verse que da una representación de la pendiente promedio de las parcelas mucho mejor que la de la regresión ajustada con los datos no agrupados.

Esta técnica puede extenderse para dar diferentes términos independientes y diferentes pendientes para cada parcela, o un término independiente común y diferentes pendientes. Este último caso es de más utilidad con modelos que conducen a gráficos asintóticos, tal como la ecuación de Schumacher (ver texto). Para una variable Y y una sola X, con 3 parcelas por ejemplo, se tiene:

Pendiente común, diferentes términos independientes:

$$Y = a_1 + a_2P_2 + a_3P_3 + b_1X$$

Diferentes pendientes y términos independientes:

$$Y = a_1 + a_2P_2 + a_3P_3 + b_1X + b_2P_2X + b_3P_3X$$

Diferentes pendientes y término independiente común:

$$Y = a_1 + b_1X + b_2P_2X + b_3P_3X$$

En las ecuaciones anteriores,  $a_1$  y  $b_1$  son los coeficientes del término independiente y de la pendiente a ser ajustados por regresión, las X e Y son variables normales y las  $P_j$  son variables cuyo valor es 1 para la parcela j y cero para las otras parcelas.

Estas ideas pueden extenderse a modelos multivariantes, aunque el número de coeficientes se hace muy grande. Las regresiones jerárquicas de este tipo pueden calcularse manualmente, pues a pesar de que el número de variables es grande, la naturaleza 0-1 de la mayoría de las variables significa muchas abreviaciones en los cálculos. Si se hace así, la técnica de eliminación de Jordan para invertir la matriz de los productos cruzados corregidos, dada en la sección A.2.5, no es el método más rápido ni fácil; Seber (1977 - ver bibliografía) da detalles de métodos más eficientes que los conocidos en el álgebra de matrices. Sin embargo, para programas de computación, la relativa ineficiencia de las técnicas de cálculo convencionales no es importante,

pues el tiempo de procesamiento implicado es en cualquier caso muy corto.

### A.3 Solución de ecuaciones

#### A.3.1 Solución de la ecuación cuadrática

La ecuación cuadrática se usa ampliamente como modelo de regresión para datos que muestran una ligera curvatura en la tendencia X-Y. Habiéndose ajustado una ecuación para predecir Y, a veces es necesario encontrar la X correspondiente a un valor dado de Y. Para hacer esto, se usa la fórmula de las raíces de la ecuación cuadrática.

Si el modelo de regresión es:

$$Y = b_0 + b_1X + b_2X^2$$

se transforma en:

$$aX^2 + bX + c = 0$$

donde  $a = b_2$ ,  $b = b_1$  y  $c = b_0 - Y$ , obteniéndose X de:

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Normalmente hay dos soluciones, dependiendo del signo que se tome de la raíz. Usualmente es obvio que sólo una solución de las dos calculadas es posible en un caso particular. Por ejemplo, se pueden obtener valores para el diámetro de +20 y -15 como solución de un problema; sólo el valor positivo tiene significado.

Cuando  $b^2$  es menor que  $4ac$  el radicando es negativo y no existe solución real de la ecuación. Para la mayoría de las aplicaciones forestales, esto implica un error en el valor de los coeficientes o un valor de Y demasiado grande o demasiado pequeño. Supóngase, por ejemplo, que se tiene una función altura-edad que alcanza un máximo a la altura de 42 m. Si se trata de ver a qué edad el rodal alcanzará los 50 m, puede darse la condición anterior, pues no existe solución.

#### A.3.2 Solución gráfica de ecuaciones

Existe un buen número de modelos complejos que no pueden manejarse fácilmente con álgebra y los cuales deben ser resueltos, bien por un método numérico bien por uno gráfico. El método gráfico de solución es tan evidente, que puede mejor ser ilustrado con un ejemplo. Consiste simplemente en plotear los valores de Y de una ecuación del tipo:

$$Y = f(X)$$

para valores seleccionados de X, juntar los puntos con curvas suaves y estimar el valor de X para el valor de Y en el cual se requiere la solución. Supóngase por ejemplo, que se ha ajustado la ecuación:

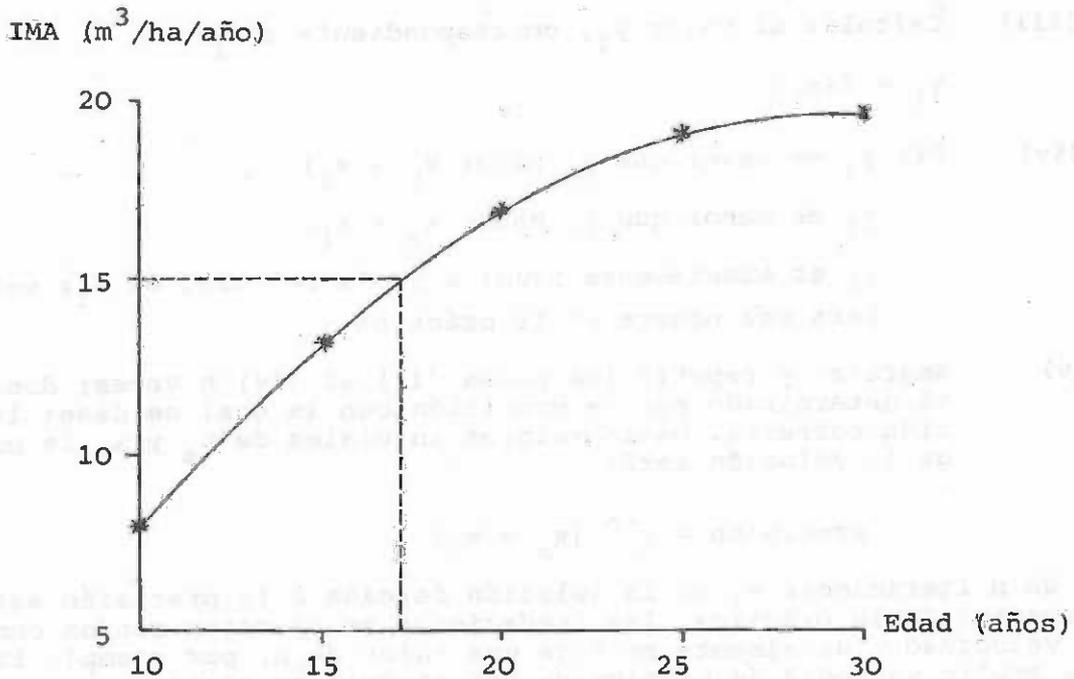
$$\log \text{ IMA} = -0.8892 - 0.03055 A + 2.097 \log A$$

que relaciona el incremento medio anual IMA del volumen con la edad de una plantación y es necesario resolverla para determinar la edad a la cual IMA alcanza 15 m<sup>3</sup>/ha/año. Para solucionarlo gráficamente, se usa la ecuación para

calcular IMA para una serie de edades dentro de las cuales se espera esté la respuesta deseada. Abajo se tabula una serie de valores de IMA calculados para edades de 10 a 30:

<u>Edad</u>	<u>IMA</u>
10	7.99
15	13.15
20	16.91
25	18.99
30	19.58

Estos valores se plotean, como se muestra en el gráfico siguiente con signos \* y se conectan con una curva suave. Esto hace posible leer el valor de x correspondiente a un valor conocido de y, que en este caso es, para un valor de IMA de  $15 \text{ m}^3/\text{ha}/\text{año}$ , una edad de 17.2 años.



Las principales desventajas de los métodos gráficos son:

- (i) La precisión está restringida a quizás  $\pm 0.5\%$  del intervalo de la escala de las x
- (ii) El método es lento y esencialmente manual. No puede usarse dentro de un programa de computación, ni programarlo para un

calculador.

A.3.3 Solución numérica de ecuaciones

Existen varios métodos de solución numérica de ecuaciones, pero uno de los más simples y prácticos es el llamado 'método de bisección'. Este procede de acuerdo a los siguientes pasos:

- (i) Definir la función a resolver como:

$$y = f(x)$$

donde  $y$  es un valor conocido, siendo  $x$  la incógnita a determinar por el método. Existe un intervalo de valores dentro del cual debe de estar  $x$ , de  $x_a$  a  $x_b$ , tal que:

- (1)  $f(x_a)$  es menor que  $f(x_b)$ ;
- (2)  $f(x_a) - y$ , tiene signo opuesto a  $f(x_b) - y$

- (ii) Calcular un valor de prueba  $x_i$ :

$$x_i = \frac{1}{2} (x_a + x_b)$$

- (iii) Calcular el valor  $y_i$ , correspondiente a  $x_i$ :

$$y_i = f(x_i)$$

- (iv) Si:  $y_i$  es mayor que  $y$ , hacer  $x_b = x_i$ ;

$y_i$  es menor que  $y$ , hacer  $x_a = x_i$ ;

$y_i$  es exactamente igual a  $y$ , la solución es  $x_i$ ; este caso rara vez ocurre en la práctica.

- (v) Regresar y repetir los pasos (ii) al (iv)  $n$  veces; donde  $n$  está determinado por la precisión con la cual se desea la solución correcta. Dando valores iniciales de  $x_a$  y  $x_b$  la precisión de la solución será:

$$\text{precisión} = 2^{-n} (x_a - x_b)$$

Después de  $n$  iteraciones,  $x_i$  es la solución deseada a la precisión estipulada anteriormente. En la práctica, las iteraciones se ejecutan con un computador de alta velocidad y usualmente se fija un valor de  $n$ , por ejemplo 15 ó 20, para una amplia variedad de problemas. Por ejemplo se tiene:

<u>No. de iteraciones</u>	<u>Precisión en % del intervalo</u>
5	3%
8	0.3%
10	0.1%
15	0.003%
20	0.0001%
30	$10^{-7}$ %

Para la mayoría de los problemas forestales, 15 iteraciones son suficientes para dar un grado aceptable de precisión. Como ejemplo del método de bisección, supóngase que se tiene, como en la sección anterior, una ecuación que relaciona la edad (A) con el incremento medio anual (IMA) de la forma:

$$\log \text{IMA} = -0.8892 - 0.03055 A + 2.097 \log A$$

la cual se utiliza para determinar la edad a la cual IMA alcanza  $15 \text{ m}^3/\text{ha}/\text{año}$ . Tomando  $x_a$  como 1,  $x_b$  como 30 años, y como 15, y aplicando los pasos (ii) al (iv), se obtiene las siguientes soluciones:

i	$x_a$	$x_b$	$x_i$	$Y_i$
1	1.000	30.000	15.500	13.595
2	15.500	30.000	22.750	18.254
3	15.500	22.750	19.125	16.370
4	15.500	19.125	17.312	15.091
5	15.500	17.312	16.406	14.370
6	16.406	17.312	16.859	14.737
7	16.859	17.312	17.085	14.916
8	17.085	17.312	17.199	15.004
9	17.085	17.199	17.142	14.960
10	17.142	17.199	17.170	14.982
11	17.170	17.199	17.185	14.993
12	17.185	17.199	17.192	14.999
13	17.192	17.199	17.195	15.001
14	17.192	17.195	17.193	15.000
15	17.192	17.193	17.193	14.999

La principal desventaja del método de bisección es que al compararlo con algunos métodos de solución numérica (especialmente con el método de Newton), la convergencia con cada iteración es muy lenta; el método tiene fallas también cuando hay dos (ó cualquier otro número par) soluciones dentro del intervalo inicial; y naturalmente debe estipularse un intervalo para la solución. En la mayoría de los trabajos forestales estas desventajas rara vez son importantes. Si parecen ser críticas, el investigador debe consultar algún libro de texto en métodos numéricos, como por ejemplo Stark (1970), para una guía más detallada.

#### A.4 Ajuste de modelos no lineales

Un modelo no lineal es aquel que no puede transformarse en una forma cuyos parámetros puedan estimarse directamente por medio del análisis lineal de los mínimos cuadrados, tal como se describe en la sección A.2. Por ejemplo, la ecuación:

$$Y = ax^b$$

puede ser transformada a un modelo lineal, por medio de logaritmos:

$$\log Y = \log a + b \log X$$

de modo que  $\log a$ ,  $b$  pueden estimarse directamente por regresión lineal, Por otra parte:

$$Y = a + b X^c$$

donde  $a$ ,  $b$ ,  $c$  son los coeficientes a determinar, no puede transformarse directamente en una forma lineal y de aquí se dice que es una ecuación o modelo no lineal.

En este manual sólo es posible tratar con métodos de ajuste para un número limitado de funciones no lineales de uso común en estudios de crecimiento y rendimiento, caracterizadas por los siguientes aspectos:

- (i) Sólo poseen una variable predictora ( $X$ ) y una dependiente ( $Y$ );
- (ii) Hay tres parámetros a estimar (que se llamarán  $a$ ,  $b$ ,  $k$ ) por los procesos de ajuste;
- (iii) Suponiendo que se asume un valor conocido para el parámetro  $k$ ,  $a$  y  $b$  pueden estimarse usando transformaciones apropiadas por regresión lineal simple.

Los tipos de ecuaciones que cumplen con estas restricciones incluyen las formas siguientes ampliamente usadas:

- (1)  $Y = a + b X^k$
- (2)  $Y = a \cdot \exp(b X^k)$
- (3)  $Y = a(1 - \exp(-kX))^b$

Existen otros modelos, además de estos, que también pueden ser ajustados, pero son de uso menos común en trabajos forestales y por eso no se consideran. El problema principal es la estimación del parámetro  $k$ . Para un valor conocido de  $k$ , pueden obtenerse formas lineales de las tres ecuaciones anteriores, del modo siguiente:

$$(1a) \quad Y = a + b (X^k)$$

donde  $X^k$  es la variable predictora.

$$(2a) \quad \log_e Y = \log_e a + b (X^k)$$

donde de nuevo, la variable predictora es  $X^k$  y la variable depen

diente es  $\log_e Y$ .

$$(3a) \log_e Y = \log_e a + b \log_e (1 - \exp(-kX))$$

donde la variable predictora es  $\log_e (1 - \exp(-kX))$ , y la variable de pendiente  $\log_e Y$ .

Estas tres formas linealizadas pueden ajustarse usando regresión lineal simple, excepto para el parámetro k. El valor de k que da el mejor ajuste puede ser estimado gráficamente.

El principio esencial del enfoque gráfico es calcular la suma de cuadrados residual para las formas lineales, utilizando los métodos convencionales descritos en la sección A.2.1, para una serie de valores tentativos de k. Estas sumas de cuadrados residuales se plotean gráficamente contra los valores tentativos de k y se dibuja una curva a través de los puntos. El valor de k, al cual corresponde la suma mínima proporciona el mejor estimado de k; la regresión se recalcula con este valor de k, y se obtienen los mejores estimados de los parámetros a y b.

Por ejemplo, supóngase que se tienen los datos que relacionan la edad de las parcelas a la altura mostrados en la figura A.4.1, a los cuales se desea ajustar el modelo (3):

$$Y = a(1 - \exp(-kX))^b$$

donde Y es la altura de la parcela, X es la edad. Se usa la forma lineal:

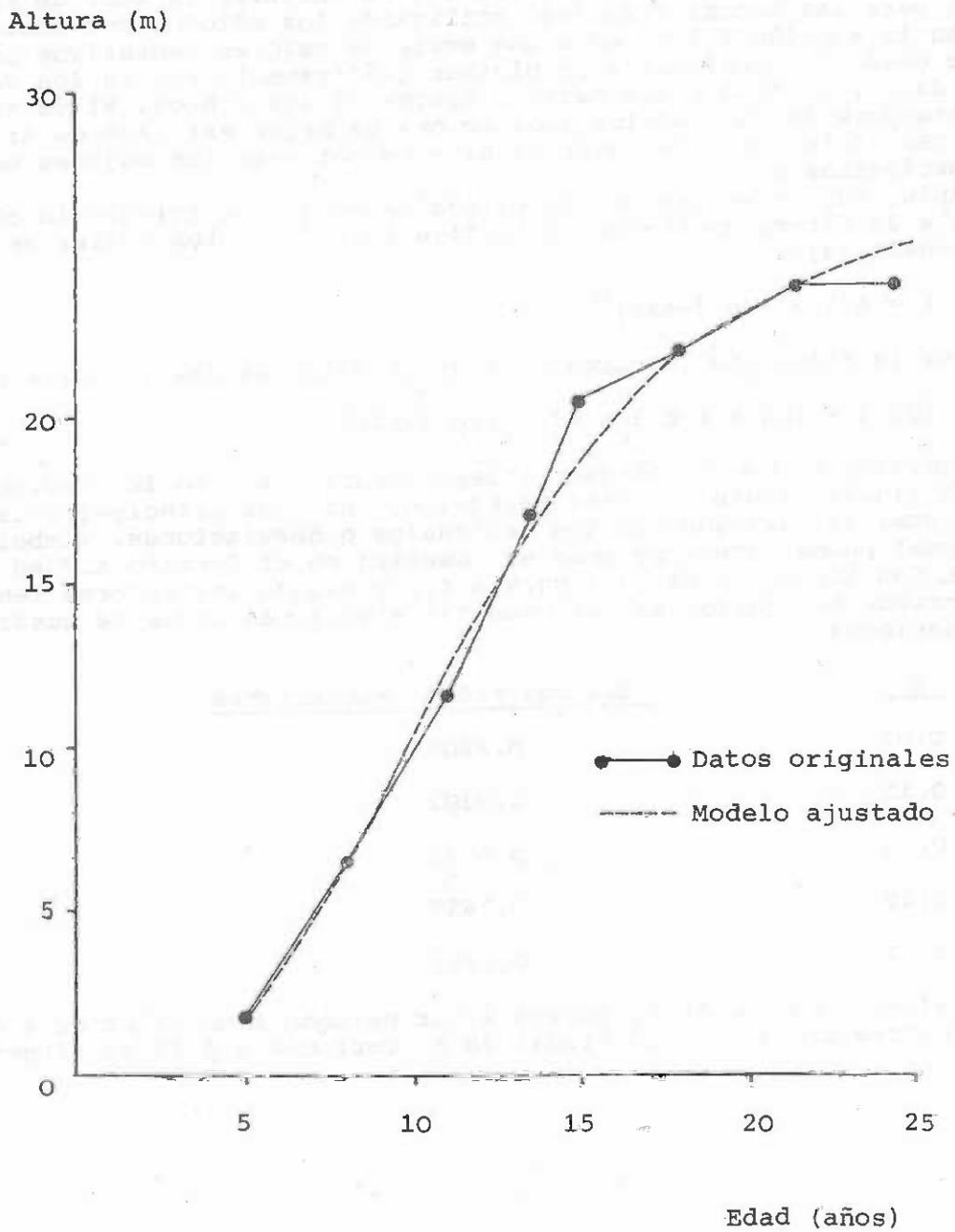
$$\log Y = \log a + b \log (1 - \exp(-kX))$$

y se estima (log a) como el término independiente y b como la pendiente de una regresión lineal simple. En esta regresión, interesa principalmente en esta etapa, la suma de cuadrados de los residuales o desviaciones, simbolizada por SCE, la cual puede obtenerse como se muestra en el formato A.2 en la sección A.2.1. Con los datos de la figura A.4.1 y usando los valores tentativos de k mostrados más abajo, se obtienen las siguientes sumas de cuadrados de las desviaciones:

<u>k</u>	<u>Suma cuadrados desviaciones.</u>
0.05	0.2808
0.15	0.0302
0.25	0.0732
0.35	0.2657
0.45	0.4885

El mejor ajuste (mínimo SCE), parece estar cercano a un valor de k de 0.15. Tomando valores tentativos adicional de k, cercanos a 0.15 se tiene:

Figura A.4.1 Datos hipotéticos altura-edad de una parcela, junto con un modelo (línea discontinua) ajustado por el método de regresión no lineal descrito en el texto



<u>k</u>	<u>SCE</u>
0.11	0.0916
0.13	0.0543
0.17	0.0187
0.19	0.0187
0.21	0.0287
0.23	0.0474

Ploteado estos valores (Figura A.4.2) puede verse que el mínimo parece estar cercano a  $k = 0.18$ . Al calcular los valores de los coeficientes para este valor de  $k$ , se encuentra:

$$\log_e a = 3.290 \quad \longrightarrow \quad a = 26.83$$

$$b = 5.199$$

de donde la ecuación resultante será:

$$H = 26.83 (1 - \exp(-0.18 A))^{5.199}$$

la cual está representada en la figura A.4.1 como una línea discontinua. Este enfoque puede extenderse fácilmente en dos direcciones, aunque una discusión detallada al respecto está fuera del alcance de este manual.

- (i) Cualquier modelo, en el cual sólo uno de los parámetros a ajustar es no lineal, puede ajustarse de manera análoga a la descrita anteriormente. Por ejemplo, si se tiene:

$$Y = b_0 + b_1 X_1^k + b_2 X_2 + b_3 X_1^k X_2$$

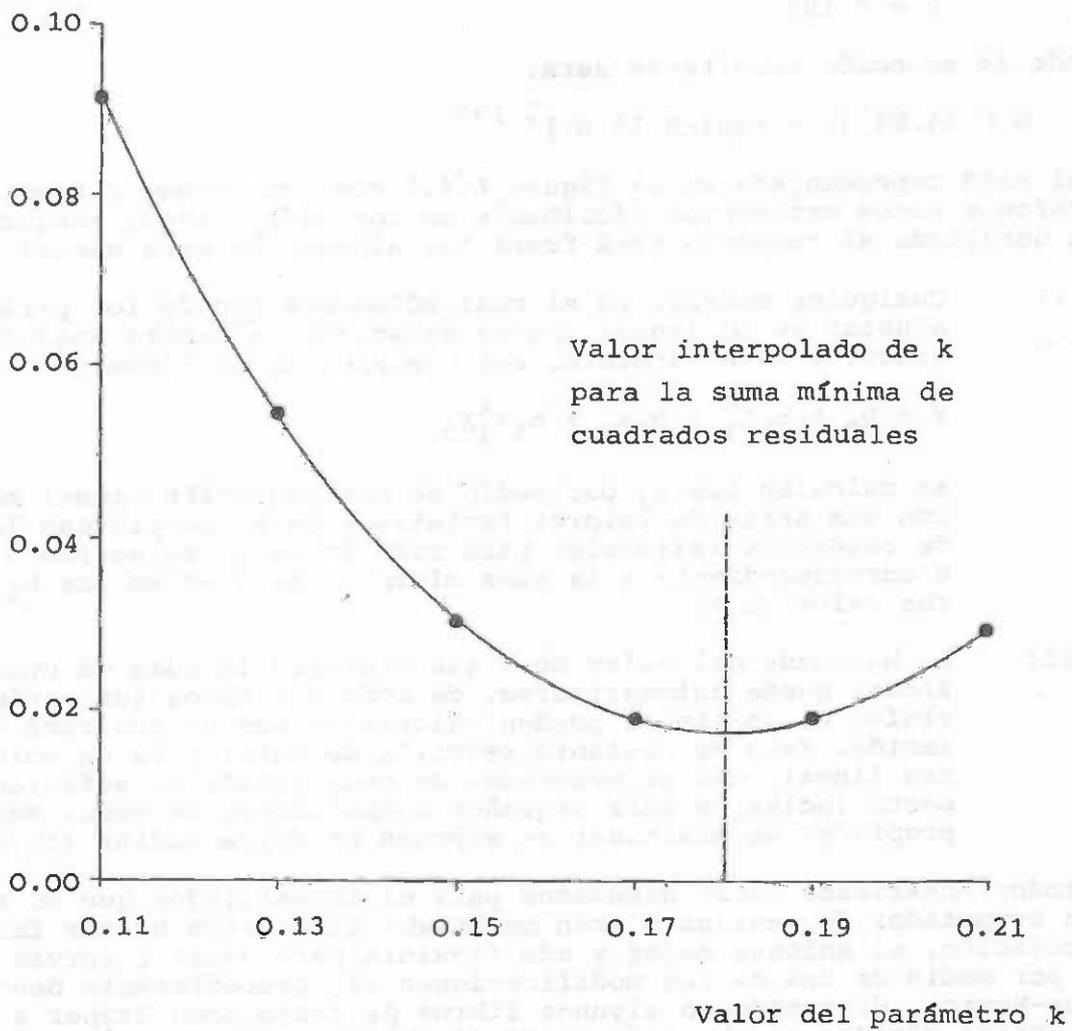
se calculan los  $b_i$  por medio de una regresión lineal múltiple con una serie de valores tentativos de  $k$ ; se plotean las sumas de cuadrados residuales para cada intento; se estima el valor de  $k$  correspondiente a la suma mínima y se ajustan los  $b_i$  con dicho valor de  $k$ .

- (ii) La búsqueda del valor de  $k$  que minimiza la suma de cuadrados residual puede automatizarse, de modo que todos los parámetros, incluido el no lineal pueden calcularse por un programa de computación. Esto es bastante sencillo de hacer para un solo parámetro lineal, con un programa de computación lo suficiente compacto inclusive para pequeños computadores de mesa. Métodos apropiados de minimizar se exponen en Royce-Sadler (1975).

Los métodos anteriores están diseñados para el investigador que no tiene acceso a un computador de mediana o gran capacidad. Si existen buenas facilidades de computación, el enfoque mejor y más flexible para ajustar curvas no lineales es por medio de una de las modificaciones al procedimiento denominado de Gauss-Newton, discutido en algunos libros de texto como Draper & Smith (1966). Estos métodos son bastante difíciles de entender, aunque el resulta-

Figura A.4.2 Determinación gráfica del valor del parámetro  $k$  que minimiza la suma de cuadrados residuales en una regresión no lineal.

Suma de cuadrados  
residual



do final, esto es el conjunto de coeficientes ajustados, es de uso sencillo. Consecuentemente, muchos investigadores necesitarán acceso a un programa de computación que pueda ser adaptado a sus equipos. Existe una cantidad de tales programas disponibles, incluyendo por ejemplo el programa SNIFTA (Small Nonlinear Fitting Algorithm, Pequeño Algoritmo de Ajuste No lineal) que está escrito en ANSI 66 FORTRAN, y se obtiene de:

Biometrics Section  
Unit of Tropical Silviculture  
Commonwealth Forestry Institute  
South Parks Road, Oxford OX1 3RB  
United Kingdom.

A P E N D I C E B<sub>1</sub>

Tablas de transformaciones comunes usadas en los modelos de  
regresión descritos en el texto

Tabla 1 Logaritmos naturales (base e) para los números del 1 al 100

X	ln X	X	ln X	X	ln X
1	0.00000	36	3.58351	71	4.26267
2	0.69314	37	3.61091	72	4.27666
3	1.09861	38	3.63758	73	4.29045
4	1.38629	39	3.66356	74	4.30406
5	1.60943	40	3.68887	75	4.31748
6	1.79175	41	3.71357	76	4.33073
7	1.94591	42	3.73766	77	4.34380
8	2.07944	43	3.76120	78	4.35670
9	2.19722	44	3.78418	79	4.36944
10	2.30258	45	3.80666	80	4.38202
11	2.39789	46	3.82864	81	4.39444
12	2.48490	47	3.85014	82	4.40671
13	2.56494	48	3.87120	83	4.41884
14	2.63905	49	3.89182	84	4.43081
15	2.70805	50	3.91202	85	4.44265
16	2.77258	51	3.93182	86	4.45434
17	2.83321	52	3.95124	87	4.46590
18	2.89037	53	3.97029	88	4.47733
19	2.94443	54	3.98898	89	4.48863
20	2.99573	55	4.00733	90	4.49980
21	3.04452	56	4.02535	91	4.51085
22	3.09104	57	4.04305	92	4.52178
23	3.13549	58	4.06044	93	4.53259
24	3.17805	59	4.07753	94	4.54329
25	3.21887	60	4.09434	95	4.55387
26	3.25809	61	4.11087	96	4.56434
27	3.29583	62	4.12713	97	4.57471
28	3.33220	63	4.14313	98	4.58496
29	3.36729	64	4.15888	99	4.59511
30	3.40119	65	4.17438	100	4.60517
31	3.43398	66	4.18965	101	4.61512
32	3.46573	67	4.20469	102	4.62497
33	3.49650	68	4.21950	103	4.63472
34	3.52636	69	4.23410	104	4.64439
35	3.55534	70	4.24849	105	4.65396

Tabla 2 Función exponencial exp (X) para valores del 0 al 5

X	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	1.00	1.01	1.02	1.03	1.04	1.05	1.06	1.07	1.08	1.09
0.1	1.10	1.11	1.12	1.13	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20
0.2	1.22	1.23	1.24	1.25	1.27	1.28	1.29	1.30	1.32	1.33
0.3	1.34	1.36	1.37	1.39	1.40	1.41	1.43	1.44	1.46	1.47
0.4	1.49	1.50	1.52	1.53	1.55	1.56	1.58	1.59	1.61	1.63
0.5	1.64	1.66	1.68	1.69	1.71	1.73	1.75	1.76	1.78	1.80
0.6	1.82	1.84	1.85	1.87	1.89	1.91	1.93	1.95	1.97	1.99
0.7	2.01	2.03	2.05	2.07	2.09	2.11	2.13	2.15	2.18	2.20
0.8	2.22	2.24	2.27	2.29	2.31	2.33	2.36	2.38	2.41	2.43
0.9	2.45	2.48	2.50	2.53	2.55	2.58	2.61	2.63	2.66	2.69
1.0	2.71	2.74	2.77	2.80	2.82	2.85	2.88	2.91	2.94	2.97
1.1	3.00	3.03	3.06	3.09	3.12	3.15	3.18	3.22	3.25	3.28
1.2	3.32	3.35	3.38	3.42	3.45	3.49	3.52	3.56	3.59	3.63
1.3	3.66	3.70	3.74	3.78	3.81	3.85	3.89	3.93	3.97	4.01
1.4	4.05	4.09	4.13	4.17	4.22	4.26	4.30	4.34	4.39	4.43
1.5	4.48	4.52	4.57	4.61	4.66	4.71	4.75	4.80	4.85	4.90
1.6	4.95	5.00	5.05	5.10	5.15	5.20	5.25	5.31	5.36	5.41
1.7	5.47	5.52	5.58	5.64	5.69	5.75	5.81	5.87	5.92	5.98
1.8	6.04	6.11	6.17	6.23	6.29	6.35	6.42	6.48	6.55	6.61
1.9	6.68	6.75	6.82	6.88	6.95	7.02	7.09	7.17	7.24	7.31
2.0	7.38	7.46	7.53	7.61	7.69	7.76	7.84	7.92	8.00	8.08
2.1	8.16	8.24	8.33	8.41	8.49	8.58	8.67	8.75	8.84	8.93
2.2	9.02	9.11	9.20	9.29	9.39	9.48	9.58	9.67	9.77	9.87
2.3	9.97	10.07	10.17	10.27	10.38	10.48	10.59	10.69	10.80	10.91
2.4	11.02	11.13	11.24	11.35	11.47	11.58	11.70	11.82	11.94	12.06
2.5	12.18	12.30	12.42	12.55	12.67	12.80	12.93	13.06	13.19	13.32
2.6	13.46	13.59	13.73	13.87	14.01	14.15	14.29	14.43	14.58	14.73
2.7	14.87	15.02	15.18	15.33	15.48	15.64	15.79	15.95	16.11	16.28
2.8	16.44	16.60	16.77	16.94	17.11	17.28	17.46	17.63	17.81	17.99
2.9	18.17	18.35	18.54	18.72	18.91	19.10	19.29	19.49	19.68	19.88
3.0	20.08	20.28	20.49	20.69	20.90	21.11	21.32	21.54	21.75	21.97
3.1	22.19	22.42	22.64	22.87	23.10	23.33	23.57	23.80	24.04	24.28
3.2	24.53	24.77	25.02	25.27	25.53	25.79	26.04	26.31	26.57	26.84
3.3	27.11	27.38	27.66	27.93	28.21	28.50	28.78	29.07	29.37	29.66
3.4	29.96	30.26	30.56	30.87	31.18	31.50	31.81	32.13	32.45	32.78
3.5	33.11	33.44	33.78	34.12	34.46	34.81	35.16	35.51	35.87	36.23
3.6	36.59	36.96	37.33	37.71	38.09	38.47	38.86	39.25	39.64	40.04
3.7	40.44	40.85	41.26	41.67	42.09	42.52	42.94	43.38	43.81	44.25
3.8	44.70	45.15	45.60	46.06	46.52	46.99	47.46	47.94	48.42	48.91
3.9	49.40	49.89	50.40	50.90	51.41	51.93	52.45	52.98	53.51	54.05
4.0	54.59	55.14	55.70	56.26	56.82	57.39	57.97	58.55	59.14	59.73
4.1	60.34	60.94	61.55	62.17	62.80	63.43	64.07	64.71	65.36	66.02
4.2	66.68	67.35	68.03	68.71	69.40	70.10	70.80	71.52	72.24	72.96
4.3	73.69	74.44	75.18	75.94	76.70	77.47	78.25	79.04	79.83	80.64
4.4	81.45	82.26	83.09	83.93	84.77	85.62	86.48	87.35	88.23	89.12
4.5	90.01	90.92	91.83	92.75	93.69	94.63	95.58	96.54	97.51	98.49
4.6	99.48	100.48	101.49	102.51	103.54	104.58	105.63	106.69	107.77	108.85
4.7	109.94	111.05	112.16	113.29	114.43	115.58	116.74	117.91	119.10	120.30
4.8	121.51	122.73	123.96	125.21	126.46	127.74	129.02	130.32	131.63	132.95
4.9	134.28	135.63	137.00	138.37	139.77	141.17	142.59	144.02	145.47	146.93

Tabla 3 Potencias de los recíprocos para valores del 2 al 50

X	valor del exponente									
	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
2	.87055	.75785	.65975	.57434	.50000	.43527	.37892	.32987	.28717	.25000
3	.80274	.64439	.51728	.41524	.33333	.26758	.21479	.17242	.13841	.11111
4	.75785	.57434	.43527	.32987	.25000	.18946	.14358	.10881	.08246	.06250
5	.72477	.52530	.38073	.27594	.20000	.14495	.10506	.07614	.05518	.04000
6	.69882	.48835	.34127	.23849	.16666	.11647	.08139	.05687	.03974	.02777
7	.67761	.45915	.31112	.21082	.14285	.09680	.06559	.04444	.03011	.02040
8	.65975	.43527	.28717	.18946	.12500	.08246	.05440	.03589	.02368	.01562
9	.64439	.41524	.26758	.17242	.11111	.07159	.04613	.02973	.01915	.01234
10	.63095	.39810	.25118	.15848	.10000	.06309	.03981	.02511	.01584	.01000
11	.61904	.38321	.23722	.14685	.09090	.05627	.03483	.02156	.01335	.00826
12	.60836	.37010	.22516	.13697	.08333	.05069	.03084	.01876	.01141	.00694
13	.59870	.35844	.21460	.12848	.07692	.04605	.02757	.01650	.00988	.00591
14	.58989	.34797	.20526	.12108	.07142	.04213	.02485	.01466	.00864	.00510
15	.58181	.33850	.19694	.11458	.06666	.03878	.02256	.01312	.00763	.00444
16	.57434	.32987	.18946	.10881	.06250	.03589	.02061	.01184	.00680	.00390
17	.56742	.32197	.18269	.10366	.05882	.03337	.01893	.01074	.00609	.00346
18	.56097	.31469	.17653	.09903	.05555	.03116	.01748	.00980	.00550	.00308
19	.55494	.30796	.17090	.09484	.05263	.02920	.01620	.00899	.00499	.00277
20	.54928	.30170	.16572	.09102	.05000	.02746	.01508	.00828	.00455	.00250
21	.54394	.29587	.16094	.08754	.04761	.02590	.01408	.00766	.00416	.00226
22	.53890	.29042	.15651	.08434	.04545	.02449	.01320	.00711	.00383	.00206
23	.53413	.28530	.15239	.08139	.04347	.02322	.01240	.00662	.00353	.00189
24	.52961	.28048	.14855	.07867	.04166	.02206	.01168	.00618	.00327	.00173
25	.52530	.27594	.14495	.07614	.04000	.02101	.01103	.00579	.00304	.00160
26	.52120	.27165	.14158	.07379	.03846	.02004	.01044	.00544	.00283	.00147
27	.51728	.26758	.13841	.07159	.03703	.01915	.00991	.00512	.00265	.00137
28	.51353	.26371	.13542	.06954	.03571	.01834	.00941	.00483	.00248	.00127
29	.50994	.26004	.13260	.06762	.03448	.01758	.00896	.00457	.00233	.00118
30	.50649	.25653	.12993	.06581	.03333	.01688	.00855	.00433	.00219	.00111
31	.50318	.25319	.12740	.06410	.03225	.01623	.00816	.00410	.00206	.00104
32	.50000	.25000	.12500	.06250	.03125	.01562	.00781	.00390	.00195	.00097
33	.49693	.24694	.12271	.06098	.03030	.01505	.00748	.00371	.00184	.00091
34	.49397	.24401	.12053	.05954	.02941	.01452	.00717	.00354	.00175	.00086
35	.49111	.24119	.11845	.05817	.02857	.01403	.00689	.00338	.00166	.00081
36	.48835	.23849	.11647	.05687	.02777	.01356	.00662	.00323	.00157	.00077
37	.48569	.23589	.11457	.05564	.02702	.01312	.00637	.00309	.00150	.00073
38	.48310	.23339	.11275	.05447	.02631	.01271	.00614	.00296	.00143	.00069
39	.48060	.23097	.11100	.05335	.02564	.01232	.00592	.00284	.00136	.00065
40	.47817	.22865	.10933	.05228	.02500	.01195	.00571	.00273	.00130	.00062
41	.47582	.22640	.10772	.05125	.02439	.01160	.00552	.00262	.00125	.00059
42	.47353	.22423	.10618	.05028	.02380	.01127	.00533	.00252	.00119	.00056
43	.47130	.22213	.10469	.04934	.02325	.01096	.00516	.00243	.00114	.00054
44	.46914	.22009	.10325	.04844	.02272	.01066	.00500	.00234	.00110	.00051
45	.46704	.21812	.10187	.04758	.02222	.01037	.00484	.00226	.00105	.00049
46	.46499	.21622	.10054	.04675	.02173	.01010	.00470	.00218	.00101	.00047
47	.46299	.21436	.09925	.04595	.02127	.00985	.00456	.00211	.00097	.00045
48	.46105	.21257	.09800	.04518	.02083	.00960	.00442	.00204	.00094	.00043
49	.45915	.21082	.09680	.04444	.02040	.00937	.00430	.00197	.00090	.00041
50	.45730	.20912	.09563	.04373	.02000	.00914	.00418	.00191	.00087	.00040

Tabla 4 Espaciamento y espaciamento relativo % en función de la masa forestal y de la altura

Esp. N/ha.	2.0 2500	2.5 1600	3.0 1111	3.5 816	4.0 625	4.5 494	5.0 400	6.0 278	7.0 204	8.0 m. 256
Altura m	----- Espaciamento relativo % -----									
5	40	50	60	70	80	89	100	119	140	160
6	33	41	50	58	66	74	83	99	116	133
7	28	35	42	50	57	64	71	85	100	114
8	25	31	37	43	50	56	62	74	87	100
9	22	27	33	38	44	49	55	66	77	88
10	20	25	30	35	40	44	50	59	70	80
11	18	22	27	31	36	40	45	54	63	72
12	16	20	25	29	33	37	41	49	58	66
13	15	19	23	26	30	34	38	46	53	61
14	14	17	21	25	28	32	35	42	50	57
15	13	16	20	23	26	29	33	39	46	53
16	12	15	18	21	25	28	31	37	43	50
17	11	14	17	20	23	26	29	35	41	47
18	11	13	16	19	22	24	27	33	38	44
19	10	13	15	18	21	23	26	31	36	42
20	10	12	15	17	20	22	25	29	35	40
21	9	11	14	16	19	21	23	28	33	38
22	9	11	13	15	18	20	22	27	31	36
23	8	10	13	15	17	19	21	26	30	34
24	8	10	12	14	16	18	20	24	29	33
25	8	10	12	14	16	17	20	23	28	32
26	7	9	11	13	15	17	19	23	26	30
27	7	9	11	12	14	16	18	22	25	29
28	7	8	10	12	14	16	17	21	25	28
29	6	8	10	12	13	15	17	20	24	27
30	6	8	10	11	13	14	16	19	23	26
31	6	8	9	11	12	14	16	19	22	25
32	6	7	9	10	12	14	15	18	21	25
33	6	7	9	10	12	13	15	18	21	24
34	5	7	8	10	11	13	14	17	20	23
35	5	7	8	10	11	12	14	17	20	22
36	5	6	8	9	11	12	13	16	19	22
37	5	6	8	9	10	12	13	16	18	21
38	5	6	7	9	10	11	13	15	18	21
39	5	6	7	8	10	11	12	15	17	20
40	5	6	7	8	10	11	12	14	17	20
41	4	6	7	8	9	10	12	14	17	19
42	4	5	7	8	9	10	11	14	16	19
43	4	5	6	8	9	10	11	13	16	18
44	4	5	6	7	9	10	11	13	15	18
45	4	5	6	7	8	9	11	13	15	17

A P E N D I C E C

Formatos en blanco para registro de datos y cálculos descritos en el texto principal.

The image shows a grid of 24 empty rectangular boxes arranged in 4 rows and 6 columns. These boxes are intended for data recording and calculations as described in the text. The boxes are arranged in a regular grid pattern, with each box being approximately the same size and shape.

Formato 3.1 Evaluación parcelas de muestreo - Plantaciones

Hoja  de

Bosque  Distrito  Compartimiento  N° parcela  Especie

Area parcela  Pendiente  Fecha evaluación  mes  año  N° de oficina  Número tarjetas

Arbol N°	DAP c/cort	Altura	----- Códigos -----		
<input type="text"/>					
<input type="text"/>					
<input type="text"/>					
<input type="text"/>					

Observaciones.....  
.....  
.....

Levantado por..... Fecha...../...../.....

USE EL RESPALDO PARA CALCULAR LAS ALTURAS

Formato 5.1 Modelos de regresión de pendiente común y término independiente común.

Parte 1 Resumen de los datos de la parcela. Usar tantas hojas de la parte 1 como sean necesarias para todas las parcelas.

$Y$	$\frac{XY}{X^2}$	$\frac{Y^2}{X^2}$	$\frac{Y^2}{X^2}$	$\frac{Y^2}{X^2}$	$\frac{Y^2}{X^2}$
-----	------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

Transformación de datos usada:	X = _____
	Y = _____

Parcela					
Datos originales		Datos transformados			
		X	Y	X <sup>2</sup>	XY
Totales n =					

Parcela					
Datos originales		Datos transformados			
		X	Y	X <sup>2</sup>	XY
Totales n =					

Parcela					
Datos originales		Datos transformados			
		X	Y	X <sup>2</sup>	XY
Totales n =					



Formato 5.2 Transformaciones a los datos de edad y altura de PMP para ajustar el parámetro  $k$  de la ecuación de Schumacher para estimar la pendiente común

$i$	$j$	$A_{ij}$	$a$	$b$	$c$	$X_{ij}$	$H_{ij}$	$d$	$e$	$f$	$g$	$h$	$Y_{ij}$
Parcela	Punto	Edad	Suma	Diferencia	$2/a$	$\ln c$	Altura	Suma	Diferencia	$e/b$	$d/2$	$f/g$	$\ln h$





Transferir a formato 5.1

Formato A. 1 Coeficientes para aproximar una curva cuadrática o cúbica

Objetivo: Calcular los coeficientes  $b_i$  en las ecuaciones:

$$Y = b_0 + b_1 X + b_2 X^2 + b_3 X^3 \quad (\text{curva cúbica})$$

o

$$Y = b_0 + b_1 X + b_2 X^2 \quad (\text{curva cuadrática})$$

Las casillas marcadas  $\diamond$  no se requieren para el cálculo de la curva cuadrática.

- (1) Tabular los datos de 3 ó 4 puntos para la función y calcular cuadrados y cubos.

i	1	2	3	4
$Y_i$				$\diamond$
$X_i$				$\diamond$
$X_i^2$				$\diamond$
$X_i^3$	$\diamond$	$\diamond$	$\diamond$	$\diamond$

- (2) Del cuadro (1) calcular las diferencias siguientes:

i	$Y_{i+1} - Y_i$	$X_{i+1} - X_i$	$X_{i+1}^2 - X_i^2$	$X_{i+1}^3 - X_i^3$
1				$\diamond$
2				$\diamond$
3	$\diamond$	$\diamond$	$\diamond$	$\diamond$

- (3) Del cuadro (2) construir los términos mostrados en el cuadro siguiente, de acuerdo a las definiciones:

i	$u_i$	$v_i$	$w_i$
1			
2			
3			

$$u_i = (Y_{i+1} - Y_i) / (X_{i+1} - X_i)$$

$$v_i = (X_{i+1}^2 - X_i^2) / (X_{i+1} - X_i)$$

$$w_i = (X_{i+1}^3 - X_i^3) / (X_{i+1} - X_i)$$

sigue/...

Formato A.1 (continuación...)

(4) del cuadro (3) calcular los términos del cuadro siguiente, de acuerdo a:

$$p_i = (u_{i+1} - u_i) / (v_{i+1} - v_i)$$

$$q_i = (w_{i+1} - w_i) / (v_{i+1} - v_i)$$

i	$v_{i+1} - v_i$	$p_i$	$q_i$
1			
2			

(5) Calcular los coeficientes de acuerdo a las siguientes fórmulas:

Coefficientes

Ecuación cúbica

Ecuación cuadrática

$$b_3 = \frac{(p_2 - p_1) / (q_2 - q_1)}{=}$$

Ninguna

$$b_2 = \frac{p_1 - b_3 q_1}{=}$$

$$= \frac{p_1}{=}$$

$$b_1 = \frac{u_1 - b_2 v_1 - b_3 w_1}{=}$$

$$= \frac{u_1 - b_2 v_1}{=}$$

$$b_0 = \frac{y_1 - b_1 x_1 - b_2 x_1^2 - b_3 x_1^3}{=}$$

$$= \frac{y_1 - b_1 x_1 - b_2 x_1^2}{=}$$

\* \* \* \* \*



Formato A.3 (...Parte 2)

(10) Correlación entre variables
$r_{yx} = \frac{\sum xy}{\sqrt{(\sum x^2 \cdot \sum y^2)}} =$
$r_{yz} = \frac{\sum yz}{\sqrt{(\sum z^2 \cdot \sum y^2)}} =$
$r_{xz} = \frac{\sum xz}{\sqrt{(\sum x^2 \cdot \sum z^2)}} =$

(11) Coeficiente de correlación múltiple R y R <sup>2</sup>
$R^2 = \frac{\sum \hat{y}}{\sum y} =$
$R = \sqrt{R^2} =$

(12) Análisis de varianza				
Causas	Suma de Cuadrados	g.l.	cuadrado medio	Razón de Varianzas
Regresión	$\sum \hat{y}^2$	2		
Residual	$\sum d^2$	gl	= s <sup>2</sup>	
Total	$\sum y^2$	n-1		

(13) Desviación standard residual
$s = \sqrt{s^2} =$

(14) Error standard y valores t de los coeficientes		
Coefficiente	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>
Error standard s <sub>b</sub>	s · √g <sub>1</sub>	s · √g <sub>3</sub>
t = b/s <sub>b</sub>		

(15) Intervalos de confianza de las predicciones
Para una serie de m estimados de Y a un nivel dado de X, Z, el error standard de la predicción promedio está dado por:
$s_y = s \cdot \sqrt{(1/m + 1/n + g_1 \cdot x^2 + 2 \cdot g_2 \cdot x \cdot z + g_3 \cdot z^2)}$
donde x = (X - X̄) ; z = (Z - Z̄). Para una muestra grande, 1/m será cero; para un sólo punto será la unidad.

A P E N D I C E D

Bibliografía comentada

Esta bibliografía no es una revisión completa de la literatura sobre mediciones forestales. Simplemente se sugiere una serie de libros de referencia para completar este manual, los cuales pueden utilizarse para investigar o ampliar las técnicas sugeridas.

Los artículos técnicos referidos en el texto se han indicado al pie de la página correspondiente y no se incluyen aquí.

- 1 Assmann E. - 1970 - The Principles of Forest Yield Study. Pergamon Press. pp 506. Un tratado muy completo sobre la teoría del crecimiento del bosque con discusión de numerosos ejemplos. La mayor parte de los conceptos están generalizados para los rodales coetáneos del Norte de Europa y no son necesariamente válidos en los trópicos. Sólo se discuten modelos estáticos de rendimiento y modelos alométricos.
- 2 Avery T.E. - 1967 - Forest Measurements. McGraw-Hill. pp 290. Enfatiza los aspectos prácticos de trabajos de campo y análisis primario de datos. Orientado a las prácticas y terminología de Norte América, de modo que no es completamente adecuado para los trópicos, pero a pesar de ello es un libro de texto útil.
- 3 Burley J. & Wood P.J. (Editores) - 1976 - A Manual on Species and Provenance Research with particular reference to the Tropics. Tropical Forestry Paper 10, Commonwealth Forestry Institute, Oxford. Un volumen útil para acompañar el presente trabajo, cubriendo aspectos prácticos de los requerimientos de la investigación en la fase exploratoria de la introducción de especies exóticas para plantaciones. Práctico en su orientación y escrito con sencillez. Un apéndice separado (por J.F. Hughes & R.A. Plumtre) cubre estudios de calidad de la madera).
- 4 CAB - 1977 - Computerized Methods in Forest Planning and Forecasting. Annotated Bibliography F14. Commonwealth Agricultural Bureau, UK. Cubre la literatura mundial publicada entre 1973-1976. Da un sumario completo de cada referencia. Muchas citas tienen relevancia directa en el campo de la predicción y control del rendimiento.
- 5 Carron L.T. - 1968 - An Outline of Forest Mensuration. Australian National University Press. pp 224. Más orientado a la construcción de tablas de volumen y rendimiento en plantaciones ampliamente espaciadas que los textos americanos o europeos. Sumario claro y conciso de los métodos, pero sin discutir el problema del ajuste y construcción de modelos.
- 6 Daniel C. & Wood F.S. - 1971 - Fitting Equations to Data. Wiley-Interscience. pp 342. Cubre el uso práctico de la regresión múltiple para el ajuste de modelos, incluyendo análisis de residuales, modelos de regresión jerárquica, regresión paso a paso y ajuste no lineal. Incluye ejemplos y documentación para un paquete de computación, pero no el listado de los programas.
- 7 Day A.C. - 1972 - FORTRAN Techniques. Cambridge University Press. pp 96. Un buen suplemento a cualquier curso introductorio de FORTRAN. Trata métodos de trazado de gráficos, sorteos, indicadores, subrutinas abiertas, recursión y otras técnicas.

- 8 Draper N. & Smith H. - 1966 - Applied Regression Analysis. Wiley-Interscience. pp 407.  
Casi un clásico libro de texto en regresión múltiple y no lineal. Comprende teoría de regresión simple, álgebra de matrices para regresión múltiple, análisis de residuales, regresión paso a paso, uso de la regresión para analizar experimentos controlados e introducción a la regresión lineal. Se requieren conocimientos elementales de álgebra de matrices y de cálculo diferencial.
- 9 FAO - 1974 - Manual de inventario forestal con especial referencia a los bosques mixtos tropicales. Organización de las Naciones Unidas para la agricultura y la alimentación, Roma. pp 195.  
Una referencia esencial para trabajos de estudio de rendimiento. Mucho énfasis en el diseño de muestreo forestal y en las fórmulas apropiadas. Pautas prácticas para la ejecución de un inventario forestal y para el registro de datos.
- 10 Fries J. (Editor) - 1974 - Growth models for tree and stand simulation. Research Note N°30. Department of Forest Yield Research, Royal College of Forestry, Stockholm, Sweden, pp 379. (Obtenible de J. Fries, University of Agricultural Sciences, S-750 07 Uppsala, Sweden. Precio US \$ 25).  
Recolección de artículos de la reunión del grupo de trabajo S4.01-4 de IUFRO. Muchas ideas útiles.
- 11 Fries J., Brukhart H & Max T (Editores) - 1978 - Growth models for long term forecasting of timber yields. FWS-1-78. School of Forestry and Wildlife Resources, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA 24061, USA, pp 249. Recolección de artículos de la reunión del Grupo S4.01 de IUFRO. Muchas ideas útiles.
- 12 Green P.E. & Carroll J.D. - 1976 - Mathematical Tools for Applied Multivariate Analysis. Academic Press. pp 376.  
Un buen texto de auto-enseñanza para el álgebra de matrices en lo que se aplica a la regresión múltiple, análisis de componentes principales, análisis de factores y análisis de ordenación.
- 13 Husch B., Miller C.I. & Beers T.W. - 1972 - Forest Mensuration. Un texto 'clásico' de mediciones forestales, enfatizando más en la mediciones que en los modelos, y con un tratamiento muy limitado de la predicción del crecimiento. Orientado a las condiciones de Norte América, algunas prácticas son inapropiadas para los trópicos, mientras que problemas específicamente tropicales no son considerados. Un texto útil de mediciones básicas.
- 14 Land A. & Powell S. - 1973 - FORTRAN Codes for Mathematical Programming. pp 249.  
Contiene programas completos y documentación para programación lineal, entera y cuadrática usando FORTRAN, con explicaciones sucintas de la teoría básica.

- 15 Pardé J. - 1961 - Dendrometrie. Un texto clásico de mediciones forestales, pero con más énfasis en la construcción de tablas de rendimiento que Husch et al. Muy bueno en mediciones instrumentales, especialmente el relascopio, y en el desarrollo de modelos simples para las interrelaciones de las variables de los rodales. Probablemente el mejor texto actual sobre mediciones forestales. No está orientado a problemas tropicales. En francés.
- 16 Pielou E.C - 1977 - Mathematical Ecology. Wiley-Interscience. pp 385. Un excelente libro de referencia para el modelaje matemático de dinámica de poblaciones, dispersión de poblaciones y análisis de asociación. De más interés para el ecólogo - silvicultor que para el administrador forestal. La sección de análisis de asociación es importante para estudios en bosques húmedos tropicales.
- 17 Poole R.W. - 1974 - An Introduction to Quantitative Ecology. McGraw-Hill. pp 532. Abarca una gran variedad de técnicas en ecología con énfasis en la construcción de modelos. Menos teórico y con más ejemplos e información introductoria más básica que el libro de Pielou. Se necesita conocimientos elementales de cálculo y álgebra de matrices.
- 18 Prodan M. - 1968 - Forest Biometrics. Pergamon Press. pp 447. Tratamiento muy útil de los fundamentos estadísticos en los estudios de crecimiento forestal. Requiere una moderada competencia matemática. Buen enfoque del ajuste de funciones de crecimiento no lineales, aunque el libro no está directamente orientado a aplicaciones prácticas. Primordialmente influenciado por las prácticas forestales europeas.
- 19 Royce-Sadler D. - 1975 - Numerical Methods for Nonlinear Regression. University of Queensland Press. pp 89. Un sumario de los principales métodos prácticos para ajustar los coeficientes de los modelos no lineales. Se asume algún conocimiento de cálculo y álgebra matricial. Exposiciones sucintas y muy claras de los algoritmos esenciales.
- 20 Seber G.A.F.- 1977 - Linear Regression Analysis. Wiley-Interscience. pp 465. Más teórico, completo y actualizado que el texto de Draper & Smith. Se requiere un buen entendimiento del álgebra de matrices, pero es un libro de referencia muy útil para el estadístico.
- 21 Shannon R.E.- 1975 - Systems Simulation: The Art and Science. Prentice-Hall. pp 387. Un libro de referencia muy útil para el investigador interesado en la construcción de modelos de simulación. Cubre generación de números aleatorios, ajuste de modelos, análisis de sistemas, modelos experimentales, toma de decisiones usando modelos y contiene varios casos de estudio.
- 22 Snedecor G.W. & Cochran W.G. - 1967 - Statistical Methods. Iowa State College Press. Excelente libro de referencia de métodos estadísticos. No requiere un nivel excesivamente alto de habilidad matemática (no se necesita cálculo ni álgebra de matrices). Cubre

entre otras cosas, regresión lineal y no lineal, regresión múltiple, diseño experimental y diseño y análisis del muestreo. Todas las técnicas están bien ilustradas con ejemplos de trabajo y contiene numerosas preguntas en cada sección.

23 Stark P.A - 1970 - Introduction to Numerical Methods. Macmillan. pp 334. Texto básico sobre métodos numéricos para computadoras. Incluye solución de ecuaciones, ecuaciones simultáneas, integración y diferenciación numérica e interpolación con polinomios. Muchos métodos están ilustrados con programas cortos en FORTRAN. También da una introducción al álgebra de matrices. Requiere habilidad matemática de un nivel apropiado de ingreso a la universidad. Explica el álgebra de matrices, pero supone conocimientos de cálculo.

24 Universal Encyclopaedia of Mathematics. Pan books. pp 715. Un libro de referencia económico y extremadamente útil para fórmulas de álgebra, trigonometría, geometría, cálculo, etc, tablas matemáticas y terminología.

25 Wagner H.M - 1975 - Principles of Management Science. Prentice-Hall. pp 612. Un excelente libro de texto de métodos cuantitativos para la toma de decisiones para administradores, incluyendo programación lineal y matemática de todos los tipos, control de inventarios, modelos de simulación y de colas. No requiere muchos conocimientos matemáticos (no se necesita cálculo ni álgebra de matrices).

26 Wright H (Editor) - 1980 - Planning, performance and evaluation of growth and yield studies. Commonwealth Forestry Institute, Oxford, Great Britain. (En prensa). Recopilación de artículos de la reunión del Grupo S4.01 de IUFRO. Muchas ideas útiles.