

4 ESTIMACION DE LAS TASAS DE MORTALIDAD

El Capítulo 3 fue dedicado al crecimiento y los aspectos positivos de la dinámica de una población de peces. Este capítulo se ocupa de su contraparte negativa, el proceso de muerte o mortalidad (véase la Fig. 1.3.1.1). El crecimiento se describió con ayuda de un modelo con varios parámetros; lo mismo se hará con el proceso de muerte. Los principales parámetros utilizados para describir la muerte se denominan “tasas de mortalidad”.

Este capítulo trata de la definición de mortalidad y presenta algunos de los métodos para estimar tasas de mortalidad que requieren datos de entrada, procedentes de muestras aleatorias representativas de cierta parte de la población, concretamente de la parte explotada. Estos métodos no exigen estimaciones de la captura total de la población. Por otro lado, no proporcionan estimaciones del tamaño de la población. Los métodos relacionados con esos aspectos se presentarán en el Capítulo 5.

La manera más fácil de describir la variación de tamaño de una población de peces consiste, a menudo, en seguir el destino de los peces nacidos aproximadamente al mismo tiempo, es decir, de una cohorte. Consideraremos que la mortalidad de una cohorte se compone de: la mortalidad provocada por la pesca y la “mortalidad natural”, que comprende las muertes por todas las otras causas agrupadas como: depredación, enfermedad y muerte por edad avanzada.

4.1 EL CONCEPTO DE COHORTE Y SU NOTACION BASICA

Una “cohorte” es un grupo de peces de aproximadamente la misma edad y pertenecientes a la misma población (véase la Sección 1.3.1). Los conceptos de “fecha de reclutamiento de una cohorte” y de “reclutamiento” ya se expusieron en la Sección 1.6. En todas las derivaciones siguientes partiremos de la hipótesis (de Beverton y Holt, 1957) de que una cohorte consiste sólo en “peces promedio”. Esto significa que suponemos que todos los peces de una cohorte tienen la misma edad en un momento dado, por lo que todos ellos alcanzan la “edad de reclutamiento”, T_r (véase la Sección 1.6) al mismo tiempo. En el Capítulo 3 utilizamos análogamente la talla media de una cohorte para describir el crecimiento. En el contexto de las tasas de mortalidad, lo que interesa es el número de sobrevivientes de una cohorte en función del tiempo (véase la Fig. 1.3.1.1A).

El símbolo “ $N(t)$ ” designa el “número de sobrevivientes de una cohorte que alcanzan la edad t ”. La edad se suele medir en unidades de años. Así, $N(T_r)$ es el “número de reclutas” de la pesquería. El símbolo “ R ” se utiliza a menudo para designar el “reclutamiento”, $R = N(T_r)$. La elección concreta de T_r no es decisiva, ya que todos los cálculos se basan en edades relativas (diferencias de edad). En muchas aplicaciones no es necesario definir la edad de reclutamiento. T_r es la edad mínima en la que los peces pueden entrar a la pesquería, es decir, quedan expuestos a los artes de pesca (Beverton y Holt, 1957). La edad en la que efectivamente ingresan a la pesquería, T_c , depende del tamaño de malla. T_c se denomina “edad de primera captura” y representa el comienzo de la “fase explotada”.

La Fig. 4.1.1 ilustra las características básicas de la dinámica de una cohorte, debido a la mortalidad (por causas naturales o por pesca) hay una continua disminución del número de sobrevivientes. Al momento de nacer, la cohorte tiene edad cero. Desde la edad 0 hasta T_r la cohorte está en la “fase de prerreclutamiento”. En el presente contexto no interesa lo que ocurre antes de la edad T_r . Después de esa edad los peces pueden ser capturados si se emplea un arte adecuado con luz de malla pequeña. A la edad T_c , comienzan a ser capturados con la luz de malla efectivamente en uso. Por definición se debe tener que $T_r < T_c$.

En algunas aplicaciones se consideran varias cohortes a la vez, como se ilustra en la Fig. 4.1.2., que representa una situación con dos cohortes por año durante un período de dos años. La Fig. 4.1.2

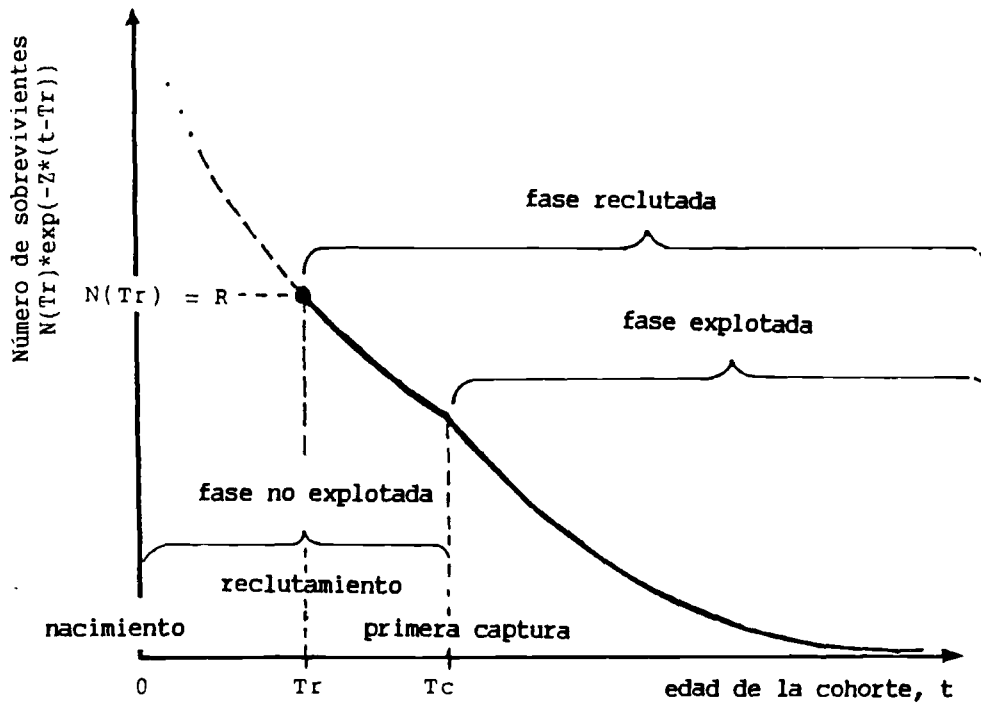


Fig. 4.1.1 Características básicas de la dinámica de una cohorte.

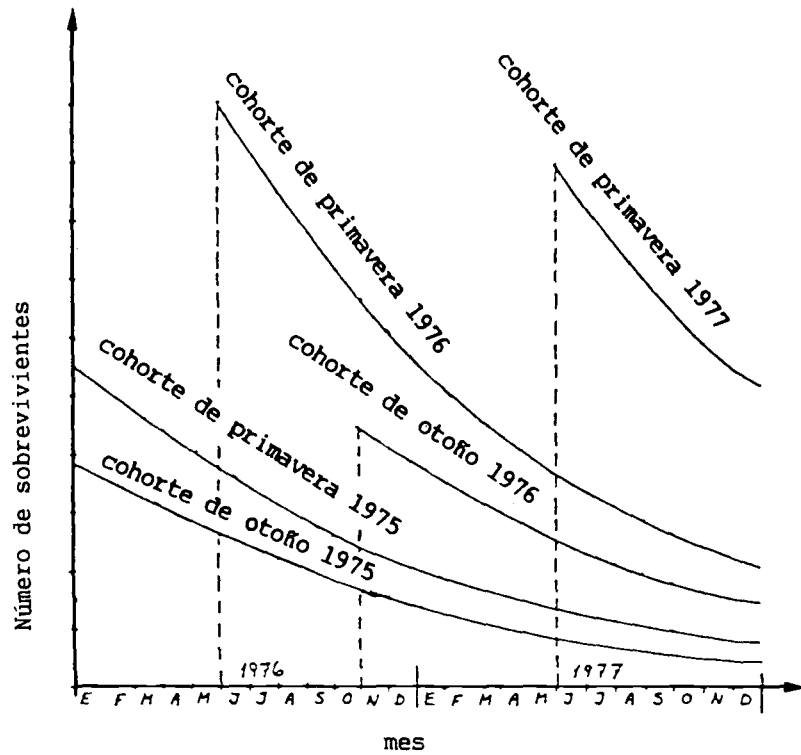


Fig. 4.1.2 Ilustración de una situación con más de una cohorte (véase la Fig. 3.2.1.1).

es un símil del caso de multicohortes en relación con el crecimiento ilustrado en la Fig. 3.2.1.1. Si se considera más de una cohorte a la vez, el símbolo $N(t)$ no es suficiente, entonces habría que utilizar algún índice para indicar la cohorte. Sin embargo, como aquí se trabajará normalmente con una sola cohorte, bastará el símbolo breve $N(t)$.

4.2 DINAMICA DE UNA COHORTE, MODELO DE EXTINCION EXPONENCIAL

Sea, por ejemplo, $N(0.5)$ el número de sobrevivientes en la edad $t = 0.5$ años y $N(0.50274)$ el número de sobrevivientes un día después ($1 \text{ día} = 1/365 \text{ años} = 0.00274 \text{ años}$). El número de ejemplares perdidos durante ese día es: $N(0.5) - N(0.50274)$.

Para designar la variación del número de individuos en un período de tiempo relativamente corto (por ejemplo, 1 día) se usa el símbolo ΔN :

$$\Delta N(0.5) = N(0.50274) - N(0.5)$$

Obsérvese que ΔN es negativo, porque representa una pérdida en la cohorte. La tasa de variación del número de individuos se expresa como:

$$\Delta N(t) / \Delta t$$

donde Δt es la duración del período de tiempo (expresado como fracción de año).

Si $N(0.5) = 1000$ y $N(0.50274) = 997$, entonces:

$$\frac{\Delta N(0.5)}{\Delta t} = \frac{997-1000}{0.00274} = -1095 \text{ por año}$$

Obviamente, la tasa de variación del número de individuos por año, $\Delta N / \Delta t$, depende del número de sobrevivientes, N . Mientras más sobrevivientes hayan, mayor será el número de los que mueran. El alto número de muertes (¡más de $N(0.5)$!) se debe al hecho de que el cálculo se hace como si todos los días se partiera con $N(0.5) = 1000$ peces. $\Delta N / \Delta t$ no depende de Δt , ya que una disminución de Δt reducirá en consecuencia ΔN . Por eso, es natural suponer que $\Delta N / \Delta t$ sea proporcional a N :

$$\frac{\Delta N(t)}{\Delta t} = -Z * N(t) \quad (4.2.1)$$

donde Z es el coeficiente de proporcionalidad.

En el ejemplo anterior:

$$\frac{\Delta N(0.5)}{\Delta t} = -Z * N(0.5) \quad \text{ó} \quad \frac{-3}{0.00274} = -1.095 * 1000$$

el coeficiente de proporcionalidad, Z , es de 1.095 por año. Z se denomina “tasa instantánea de mortalidad total”, “coeficiente de mortalidad total” o simplemente “tasa de mortalidad total”. La unidad de medida de Z es “por año” o, en general, “por unidad de tiempo”. Si Z permanece constante, durante toda la vida de la cohorte, se puede demostrar que la Ec. 4.2.1 es matemáticamente equivalente a:

$$N(t) = N(\text{Tr}) * \exp[-Z * (t - \text{Tr})] \quad (4.2.2)$$

La Ec. 4.2.2 se llama “modelo de extinción exponencial” y, junto con la ecuación de crecimiento, es una piedra angular de la teoría de poblaciones de peces explotados (véase Baranov, 1918; Thompson y Bell, 1934; Fry, 1949 y Beverton y Holt, 1957). La Fig. 4.2.1 muestra una familia de curvas de extinción exponencial para diferentes valores de Z . Cuanto más alto sea el valor de Z , más rápido decrece en el tiempo el número de peces en la población y se hace más pequeña la edad máxima que pueden alcanzar.

En general, es más sencillo entender los conceptos de mortalidad y sobrevivencia si el número de sobrevivientes, en un momento determinado, se expresa como un porcentaje de la cantidad original. La Tabla siguiente entrega los porcentajes de sobrevivientes después de uno y dos años

respectivamente de dos poblaciones sujetas a dos rangos diferentes de mortalidad total, $Z = 0.5$ y $Z = 2.0$.

tasa de mortalidad total Z	porcentaje de sobrevivientes (%) /*	
	después de un año $100*(Tr+1)/N(Tr)$	después de dos años $100*(Tr+2)/N(Tr)$
0.5	61	37
2.0	14	2

/* Porcentaje de sobrevivientes = $100*\exp(-Z*(t-Tr))$ y $t-Tr = 1$ y 2 , respectivamente

Resulta evidente que $Z = 2.0$ representa una tasa de mortalidad alta; y que una cohorte sujeta a una tasa de mortalidad total tan alta, estaría prácticamente extinta en dos años.

La Tabla 4.2.1 y la Fig. 4.2.2 ofrecen un ejemplo de la extinción exponencial de una cohorte sujeta a una mortalidad total constante de $Z = 1.5$ por año. Para simplificar el ejemplo, se supone que la cohorte comienza a ser capturada tan pronto como está disponible a la pesca, por lo que $Tr = Tc$ (véase la Fig. 4.1.1).

La cantidad de sobrevivientes de una cohorte de 100000 reclutas, $N(Tr)$, en una fecha específica, puede ser calculada con la Ec. 4.2.2 como se muestra en la segunda columna de la Tabla 4.2.1, por ejemplo:

$$N(Tr+0.4) = 100000*\exp(-1.5*(Tr+0.4 - Tr)) = 100000*\exp(-0.6) = 54881$$

Como se observa en la tercera columna de la Tabla 4.2.1, el número de peces disminuye progresiva-

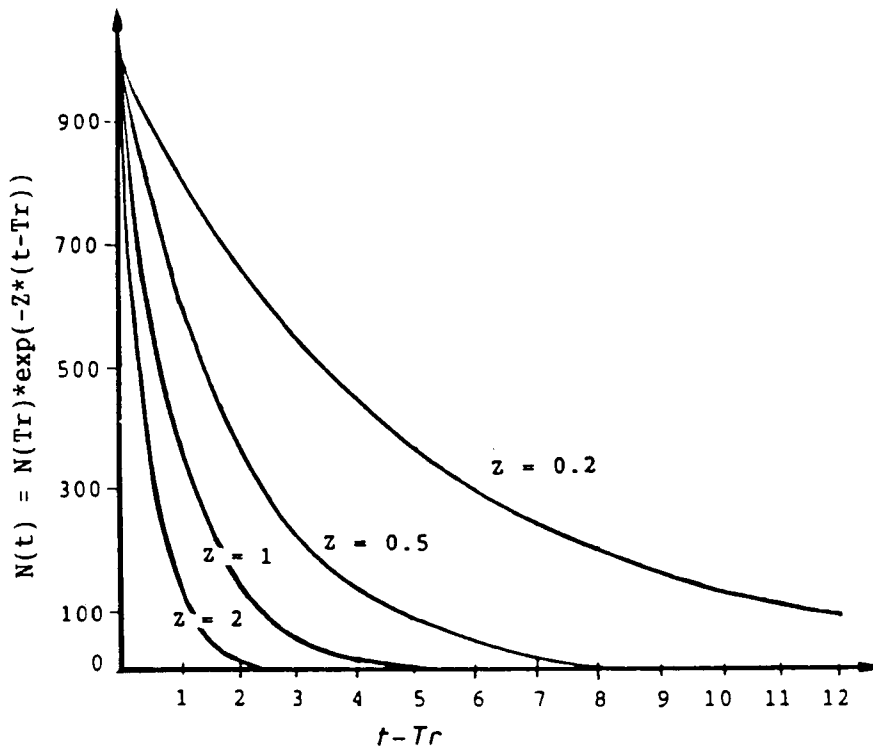


Fig. 4.2.1 Curvas de extinción exponencial, para $Z = 0.2, 0.5, 1$ y 2 por año, con reclutamiento $N(Tr) = 1000$ peces.

TABLA 4.2.1
Extinción exponencial de una cohorte con reclutamiento $N(T_r) = 100000$
y mortalidad total (constante) $Z = 1.5$ por año.
Se demuestra que la ecuación $\Delta N/\Delta t = -Z*N$ se cumple
para diferentes edades de la cohorte (t).
En la Fig. 4.2.2 se muestra el gráfico correspondiente a estos valores.
 Δt es un día (= 1/365 del año)

edad de la cohorte t años	número de sobrevivientes $N(T_r)*\exp(-Z*t-T_r)$	cambio en el número de peces durante un día, ΔN	$-\frac{\Delta N}{\Delta t} * \frac{1}{N} = Z$
T_r	100000		
$T_r+0.0+\Delta t$	99590	-410	1.5
$T_r+0.2$	74081		
$T_r+0.4$	54881		
$T_r+0.6$	40657		
$T_r+0.6+\Delta t$	40490	-167	1.5
$T_r+0.8$	30119		
$T_r+1.0$	22313		
$T_r+1.5$	10540		
$T_r+1.5+\Delta t$	10497	-43	1.5
$T_r+2.0$	4978		
$T_r+2.5$	2351		
$T_r+3.0$	1111		
$T_r+3.5$	524.75		
$T_r+3.5+\Delta t$	522.60	-2.15	1.5
$T_r+4.0$	247.88		
$T_r+5.0$	55.31		
$T_r+8.0$	0.61		

mente, durante la vida de una cohorte, ya que la cantidad total de peces sobrevivientes es cada día más pequeña. Sin embargo, se puede demostrar que la Ec. 4.2.1

$$\frac{\Delta N(t)}{\Delta t} = -Z*N(t)$$

es efectiva para distintas edades de la cohorte, a lo largo de todo su lapso de vida.

De esta manera, Ricker (1975) define la “tasa de sobrevivencia”, S, como “el número de peces vivos tras un intervalo de tiempo específico, dividido por el número inicial, considerando para ello usualmente el lapso de un año”.

La tasa de sobrevivencia después de un año es:

$$S = \frac{N(T_r+1)}{N(T_r)} = \frac{N(T_r)*\exp(-Z*(T_r+1-T_r))}{N(T_r)} = \exp(-Z)$$

Sean t_1 y t_2 dos edades, con $t_1 < t_2$. El número total de muertes durante el intervalo de tiempo de t_1 a t_2 es:

$$N(t_1) - N(t_2)$$

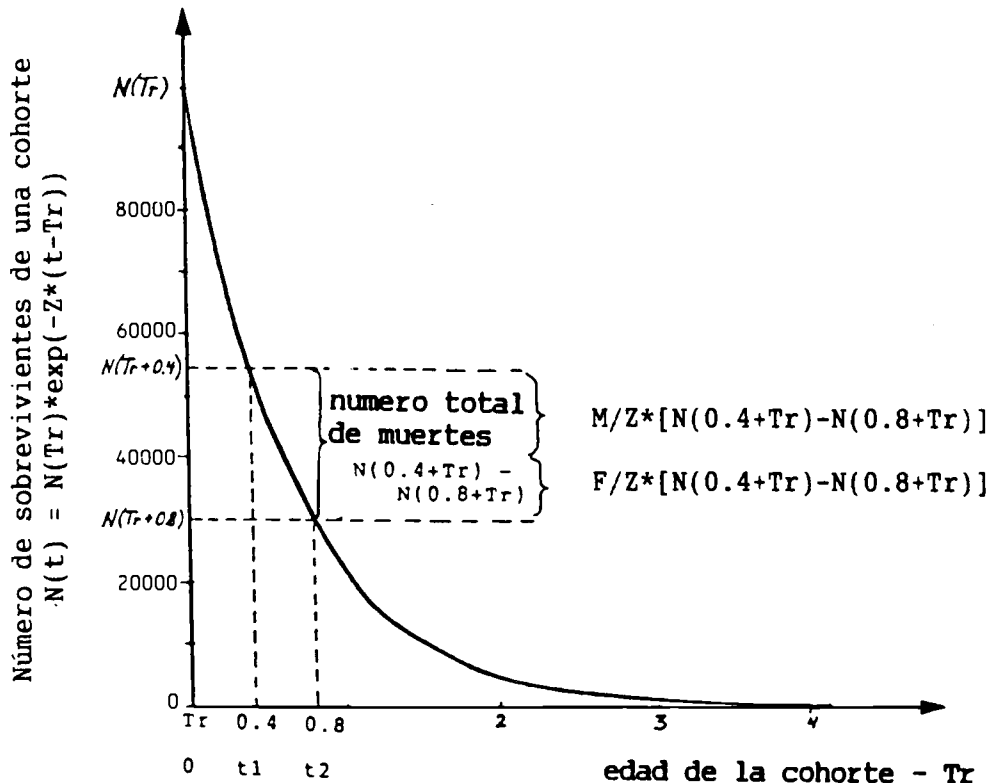


Fig. 4.2.2 Curva de extinción exponencial con $N(Tr) = 100000$ reclutas y $Z = 1.5$ (datos de la Tabla 4.2.1). Z permanece constante para todas las edades, t .

En la Tabla 4.2.1 y la Fig. 4.2.2 se da un ejemplo en el que $t_1 = Tr+0.4$ y $t_2 = Tr+0.8$ años. El número de muertes en este período es la diferencia en el número de sobrevivientes entre las edades t_1 y t_2 :

$$54881 - 30119 = 24762$$

De estos 24762 peces, algunos murieron debido a la pesca y el resto murió por otras causas (muertes naturales).

Ya que lo que interesa es conocer el efecto de la pesca en los stocks de peces, se debe hacer una clara distinción entre las mortalidades por pesca y aquellas causadas por otros factores. Z es el coeficiente de proporcionalidad que toma en cuenta el número total de muertes. De un modo similar se puede asignar un coeficiente de proporcionalidad para las muertes debidas a la pesca, llamado F , y otro a las causadas por la mortalidad natural, denominado M . F es llamado el "coeficiente de mortalidad por pesca" y M el "coeficiente de mortalidad natural". Estos dos coeficientes pueden sumarse de modo que

$$Z = F + M \tag{4.2.3}$$

De este modo, las muertes se pueden dividir en: las que son consecuencia de la pesca (C) y las que se deben a causas naturales (D). La muerte por pesca durante el período de tiempo de t_1 a t_2 es:

$$C(t_1, t_2) = \frac{F}{Z} * [N(t_1) - N(t_2)] \tag{4.2.4}$$

La Ec. 4.2.4 se denomina "ecuación de captura" (también denominada como la "ecuación de Baranov"), en el supuesto de que F y M son constantes (y por lo tanto Z es constante) entre las edades t_1 y t_2 (Baranov, 1918). La fracción de las muertes causadas por la pesca, F/Z , se denomina "tasa de explotación", la cual se designa como E .

El número de muertes por causas naturales es, pues:

$$D(t_1, t_2) = \frac{M}{Z} * [N(t_1) - N(t_2)] \quad (4.2.5)$$

Téngase en cuenta que $N(t_1) - N(t_2) = C(t_1, t_2) + D(t_1, t_2)$ porque $F/Z + M/Z = 1.0$.

En el ejemplo dado anteriormente, basado en la Tabla 4.2.1 y en la Fig. 4.2.2, el número total de muertes fue de 24762 peces, con una tasa de mortalidad total constante $Z = 1.5$. Suponga ahora, que entre las edades $t_1 = Tr+0.4$ y $t_2 = Tr+0.8$ el coeficiente de mortalidad por pesca es $F = 0.6$, y el coeficiente de mortalidad natural $M = 0.9$. Ahora el número de muertes debidos a la pesca y a causas naturales puede ser calculado como sigue:

$C(Tr+0.4, Tr+0.8)$	=	$(0.6/1.5) * (54881 - 30119)$	=	9905
$D(Tr+0.4, Tr+0.8)$	=	$(0.9/1.5) * (54881 - 30119)$	=	14857
$N(Tr+0.4) - N(Tr+0.8)$	=	$54881 - 30119$	=	24762

En la vida real, las mortalidades varían por lo general con la edad de la cohorte. Los peces pequeños (jóvenes) están expuestos a una mayor mortalidad natural porque son más los depredadores que se los pueden comer. Pero, por otro lado, los peces pequeños sufren menos mortalidad por pesca que los más grandes (viejos), bien porque aún no han emigrado a los caladeros, o bien porque escapan a través de las mallas del arte. Sin embargo, si el lapso de tiempo de t_1 a t_2 no es demasiado largo, se considera una aproximación bastante buena suponer que F y M permanecen constantes en ese período.

La “ecuación de captura” (Ec. 4.2.4) es una de las expresiones matemáticas más importantes de la biología pesquera. Para muchas aplicaciones, sin embargo, es conveniente reordenar sus términos, donde la captura está relacionada con el número presente al comienzo del período, $N(t_1)$. Para ello, la Ec. 4.2.2 se aplica a $N(t_2)$:

$$N(t_2) = N(Tr) * \exp[-Z*(t_2 - Tr)] \text{ que es equivalente a}$$

$$N(t_2) = N(Tr) * \exp[-Z*(t_1 - Tr)] * \exp[-Z*(t_2 - t_1)] \text{ y también a}$$

$$N(t_2) = N(t_1) * \exp[-Z*(t_2 - t_1)] \quad (4.2.6)$$

Insertando la Ec. 4.2.6 en la Ec. 4.2.4 se obtiene:

$$C(t_1, t_2) = N(t_1) * \frac{F}{Z} * [1 - \exp(-Z*(t_2 - t_1))] \quad (4.2.7)$$

La Ec. 4.2.7 es la versión más comúnmente usada de la ecuación de captura. Para aplicaciones especiales es conveniente utilizar otra:

$$C(t_1, t_2) = (t_2 - t_1) * F * \bar{N}(t_1, t_2) \quad (4.2.8)$$

donde $\bar{N}(t_1, t_2)$ es el “*número medio de sobrevivientes durante el período de tiempo de t_1 a t_2* ”. Para que haya conformidad entre la Ec. 4.2.7 y la Ec. 4.2.8 hay que tener:

$$N(t_1, t_2) = N(t) * \frac{1 - \exp(-Z*(t_2 - t_1))}{Z*(t_2 - t_1)} \quad (4.2.9)$$

La prueba matemática de la Ec. 4.2.9 cae fuera del ámbito de este manual. Sin embargo, en la Fig. 4.2.3 se demuestra que la Ec. 4.2.9 se ajusta al concepto intuitivo del “*número medio*”.

Para el ejemplo usado anteriormente (Fig. 4.2.2 y Tabla 4.2.1), se encuentra que:

$$\begin{aligned} \bar{N}(Tr+0.4, Tr+0.8) &= 54881 * \frac{1}{1.5*(0.8-0.4)} * [1 - \exp(-1.5*(0.8-0.4))] = \\ &= 41269 \text{ (compare con la Fig. 4.2.2)} \end{aligned}$$

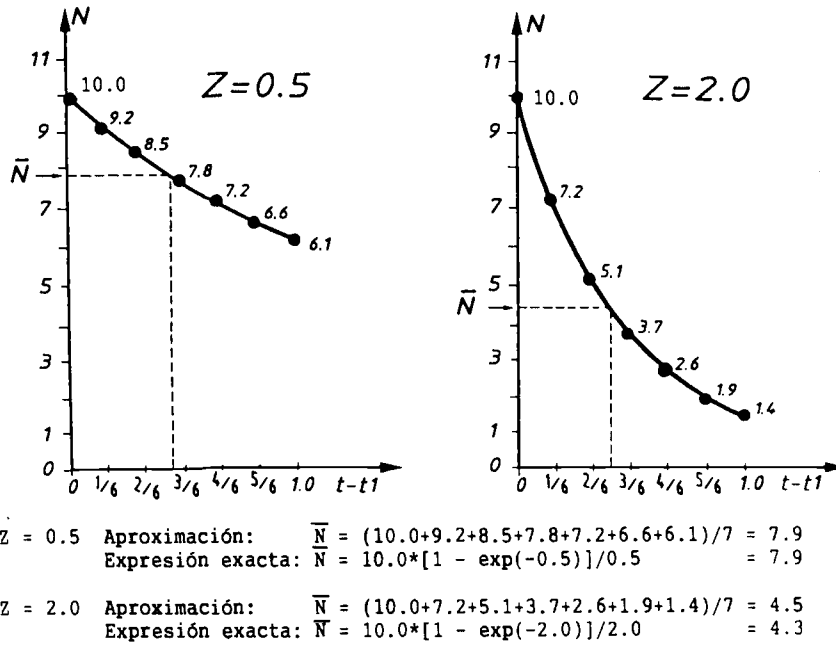


Fig. 4.2.3 Ilustración de la Ec. 4.2.9: $\bar{N}(t1,t2) = N(t1)*[1 - \exp(-Z*(t2-t1))]/Z$ si $t2-t1 = 1$ año y $Z = 0.5$ ó 2.0 . Obsérvese que mientras más grande sea Z , mayor será la desviación entre la aproximación y el valor real.

$$C(Tr+0.4,Tr+0.8) = (0.8 - 0.4) * 0.6 * 41269 = 9905,$$

que es también el resultado que se obtuvo al aplicar la Ec. 4.2.4.

La Ec. 4.2.8 tiene la ventaja de que es fácil de interpretar. Sostiene que el número capturado durante el período de tiempo de $t1$ a $t2$ depende de:

- 1) la duración del período de tiempo
- 2) la mortalidad por pesca
- 3) el número medio de peces en el mar

y todas estas afirmaciones son fáciles de aceptar.

Si $\Delta t = t2-t1$ es muy pequeña, se puede considerar que la ecuación:

$$C(t,t+\Delta t) = \Delta t * F * N(t) \tag{4.2.10}$$

es aproximadamente correcto. Si Δt es pequeña, el número de sobrevivientes cambiará muy poco durante el período y N y \bar{N} serán aproximadamente iguales. La Ec. 4.2.10 deriva entonces de la Ec. 4.2.8. La Ec. 4.2.10 es una tercera versión de la ecuación de captura, que es conveniente para estimar la mortalidad por pesca, creada por una única operación de pesca, por ejemplo, un lance de arrastre, como se demostrará en la Sección 4.3.

Para aplicar el modelo exponencial, la Ec. 4.2.2, y las ecuaciones de captura, no es necesario suponer que M , F y Z permanecen constantes durante toda la vida de la cohorte. El lapso vital se puede dividir en períodos de tiempo más cortos, dentro de los cuales se presume que las mortalidades permanecen constantes, mientras que pueden variar entre los períodos. Como ejemplo, considere

una cohorte con un lapso vital de siete años. Los siete años se pueden dividir en tres períodos, como se muestra en la Tabla 4.2.2. Suponga que $N(\text{Tr}) = 100000$; entonces, utilizando la Ec. 4.2.6:

$$\begin{aligned} N(t_2) &= N(t_1) \cdot \exp[-Z \cdot (t_2 - t_1)] \\ N(\text{Tr}+0.5) &= 100000 \cdot \exp(-2.0 \cdot 0.5) = 36788 \\ N(\text{Tr}+1.0) &= 36788 \cdot \exp(-1.5 \cdot 0.5) = 17377 \\ N(\text{Tr}+6.0) &= 17377 \cdot \exp(-1.5 \cdot 5.0) = 9.61 \\ N(\text{Tr}+7.0) &= 9.61 \cdot \exp(-1.5 \cdot 1.0) = 2.14 \\ N(\text{Tr}+8.0) &= 2.14 \cdot \exp(-1.5 \cdot 1.0) = 0.48 \end{aligned}$$

Así, después de siete años la cohorte se ha extinguido. El número capturado en el primer período (de Tr a $\text{Tr}+0.5$) es cero porque $F = 0$. El número capturado en el segundo período (de $\text{Tr}+0.5$ a $\text{Tr}+1.0$) se obtiene (utilizando la Ec. 4.2.7):

$$\begin{aligned} C(\text{Tr}+0.5, \text{Tr}+1) &= N(\text{Tr}+0.5) \cdot \frac{F}{Z} \cdot [1 - \exp(-Z \cdot 0.5)] = \\ &= 36788 \cdot \frac{0.5}{1.5} \cdot [1 - \exp(-1.5 \cdot 0.5)] = 6470 \end{aligned}$$

También se podría haber utilizado la Ec. 4.2.4 para calcular C :

$$\begin{aligned} C(\text{Tr}+0.5, \text{Tr}+1.0) &= \frac{F}{Z} \cdot [N(\text{Tr}+0.5) - N(\text{Tr}+1.0)] = \\ &= \frac{0.5}{1.5} \cdot (36788 - 17377) = 6470 \end{aligned}$$

Para el tercer período se procede de modo similar. Los resultados se pueden resumir de la siguiente manera:

t_1	t_2	$t_2 - t_1$	Z	$N(t_1)$	F	$C(t_1, t_2)$
Tr	$\text{Tr}+0.5$	0.5	2.0	100000	0	0
$\text{Tr}+0.5$	$\text{Tr}+1.0$	0.5	1.5	36788	0.5	6470
$\text{Tr}+1.0$	$\text{Tr}+7.0$	6.0	1.5	17377	1.0	11583

(Véanse los **Ejercicios** en la Parte 2).

4.3 ESTIMACION DE Z A PARTIR DE DATOS DE CPUE Y EL CONCEPTO DE COEFICIENTE DE CAPTURABILIDAD

El coeficiente de mortalidad Z se puede calcular cuando se dispone de estimaciones del número de peces de la cohorte en dos momentos diferentes, t_1 y t_2 . Para calcular Z con esos datos, la Ec. 4.2.6 se puede reformular como sigue:

$$Z = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \ln \frac{N(t_1)}{N(t_2)} \quad (4.3.0.1)$$

Para estimar Z con esta fórmula, no es necesario conocer los valores absolutos de $N(t_1)$ y $N(t_2)$, sino sólo su razón. Por lo tanto, así se tiene sólo la estimación de alguna cantidad proporcional a $N(t)$, la Ec. 4.3.0.1 aún se puede aplicar.

La captura por unidad de esfuerzo (CPUE), por ejemplo, el número de peces capturado por hora de arrastre, es una cantidad que se puede suponer proporcional al número de peces en el mar, N . Intuitivamente, no es difícil aceptar que si en el mar hay el doble de peces, se capturará dos veces

TABLA 4.2.2

Ejemplo de la dinámica de una cohorte con diferentes tasas de mortalidad durante su lapso de vida

comienzo del período t1	fin del período t2	mortalidad natural M	mortalidad por pesca F	mortalidad total Z	observaciones
Tr	Tr+0.5	2.0	0	2.0	La cohorte ha sido reclutada en los caladeros, pero todavía no está explotada. Expuesta a gran depredación.
Tr+0.5	Tr+1.0	1.0	0.5	1.5	La cohorte ha migrado al área de pesca, pero el 50% ha escapado a través de las mallas. Mortalidad por depredación reducida.
Tr+1.0	Tr+7.0	0.5	1.0	1.5	La cohorte está bajo plena explotación (todos los peces son retenidos por las mallas). Mortalidad por predación más reducida.

el número de individuos por operación de pesca. Si CPUE(t) es el número de peces de una cohorte, capturada por unidad de esfuerzo en el tiempo t, entonces, matemáticamente, el supuesto se expresa:

$$CPUE(t) = q * N(t) \tag{4.3.0.2}$$

donde q es un parámetro llamado “*coeficiente de capturabilidad*”. Mientras más eficiente sea el arte, más alto será el valor de q, porque este último es una medida de la capacidad del arte para capturar peces.

Datos de la CPUE a partir de una prospección pesquera

Suponga que se obtuvieron datos de CPUE para una determinada especie en una prospección, realizada con una embarcación científica, utilizando red de arrastre en diferentes períodos, t1 y t2; sin cambiar el arte de pesca durante la investigación y, por lo tanto, el coeficiente de captura, q, se mantuvo constante. En este caso se deduce de la Ec. 4.3.0.2 que:

$$\frac{N(t1)}{N(t2)} = \frac{q * N(t1)}{q * N(t2)} = \frac{CPUE(t1)}{CPUE(t2)}$$

Insertando la ecuación anterior en la Ec. 4.3.0.1 se tiene:

$$Z = \frac{1}{t2-t1} * \ln \frac{CPUE(t1)}{CPUE(t2)} \tag{4.3.0.3}$$

La Ec. 4.3.0.3 se puede utilizar con series de tiempo de datos de CPUE procedentes de prospecciones pesqueras para obtener un estimado del valor de Z, si se ha determinado la composición por edades; ya sea, mediante las lecturas de anillos de las partes duras o por un análisis de frecuencias de tallas. Cuando se tienen datos de edad, se puede determinar directamente el número de peces capturados por unidad de esfuerzo en cada grupo de edad (cohorte). Así, cuando se dispone de estas cifras para una serie de observaciones, realizadas en el tiempo, el número de peces presente en una cohorte específica en varios momentos de su vida, se puede utilizar para aplicar la Ec. 4.3.0.3. Recuerde igualmente que los resultados que se obtienen al efectuar análisis de distribuciones de frecuencias de tallas, como por ejemplo, el método de Bhattacharya (Sección 3.4.1), también incluye estimaciones

de la cantidad de peces pertenecientes a cada cohorte. Si se dispone de estas cantidades para una misma cohorte en distintos períodos, la disminución progresiva del número de individuos en ese lapso representa la mortalidad total y se puede aplicar la Ec. 4.3.0.3 para obtener un estimado de Z . El Ejercicio 4.3 ilustra la aplicación de este método, basado en los datos de la Tabla 3.2.1.2.

Datos de CPUE de pesquerías comerciales

A veces la CPUE se calcula como el valor medio de un período más largo. Es lo que ocurre cuando la información procede de pesquerías comerciales, que suelen proporcionar datos trimestrales o anuales. El modelo que hay que usar es matemáticamente equivalente a la Ec. 4.3.0.3, pero conceptualmente es algo diferente. El paralelo de la Ec. 4.3.0.2 para un período de tiempo más largo es:

$$\overline{CPUE}(t1,t2) = q*\overline{N}(t1,t2) \quad (4.3.0.4)$$

Este es el modelo que hay que aplicar a los datos de las pesquerías comerciales. La $\overline{CPUE}(t1,t2)$, normalmente se calcula como la captura (en número) obtenida de una cohorte durante el período de $t1$ a $t2$, dividida por el esfuerzo del período. $\overline{N}(t1,t2)$ es el número medio de sobrevivientes en el período de $t1$ a $t2$.

La teoría que sustenta las Ecs. 4.3.0.2 y 4.3.0.4 se utilizará repetidamente en los capítulos siguientes. Por lo tanto, se dedicará el resto de esta sección a estudiar el razonamiento que conduce a estas expresiones.

Sea f el esfuerzo durante un año ($t2-t1 = 1$). La Ec. 4.3.0.4 se puede formular entonces como:

$$C/f = q*\overline{N} \quad (4.3.0.5)$$

Cuando $t2-t1 = 1$ año, se tiene una versión especial de la Ec. 4.2.8:

$$C = F * \overline{N} \quad (4.3.0.6)$$

Insertando la Ec. 4.3.0.6 en la Ec. 4.3.0.5 se obtiene que:

$$F = q*f \quad (4.3.0.7)$$

Se puede demostrar que la Ec. 4.3.0.7 es aplicable a cualquier período de tiempo ($t2,t1$). Intuitivamente, esta ecuación es fácil de aceptar. Afirma que mientras más esfuerzo (por ejemplo, días de embarcación) se aplique a la pesquería, más alta será la mortalidad por pesca o, en otras palabras, que la mortalidad por pesca es proporcional al esfuerzo. Puesto que, la Ec. 4.3.0.7 es tan simple, se podría haberla tomado como punto de partida para la derivación de las Ecs. 4.3.0.2 o 4.3.0.4.

La Fig. 4.3.0.1 ilustra la Ec. 4.3.0.7 en un sistema simplificado, que consiste en un área costera en la que se encuentran uniformemente distribuidos 2 millones de peces. La figura muestra sólo 200 peces (1/10000 del sistema).

El rectángulo "A" indica el área barrida por una red de arrastre en, por ejemplo, una hora = Δt . La captura en este corto tiempo, $\Delta C1$, es de seis peces. Por simplicidad, se supone que ningún pez muere por causas naturales, durante el período en que se realiza el arrastre, y que todos los ejemplares que se encuentran con la red quedan retenidos en el arte de pesca.

La captura, $\Delta C1$, obtenida en un lance de pesca de arrastre, depende de la duración del lance, Δt , y de la abundancia de peces en el lugar, \overline{N} . El modelo más simple que refleja esta presunción intuitiva es la proporcionalidad que se indica a continuación:

$$\Delta C1 = q*\Delta t*\overline{N} \quad (4.3.0.8)$$

Si se acepta este modelo para un lance de pesca, no debería haber problema para aceptar igualmente dos lances (vale decir, el lance A y el lance B):

$$\Delta C2 = q*\Delta t*f*\overline{N} \quad (4.3.0.8')$$

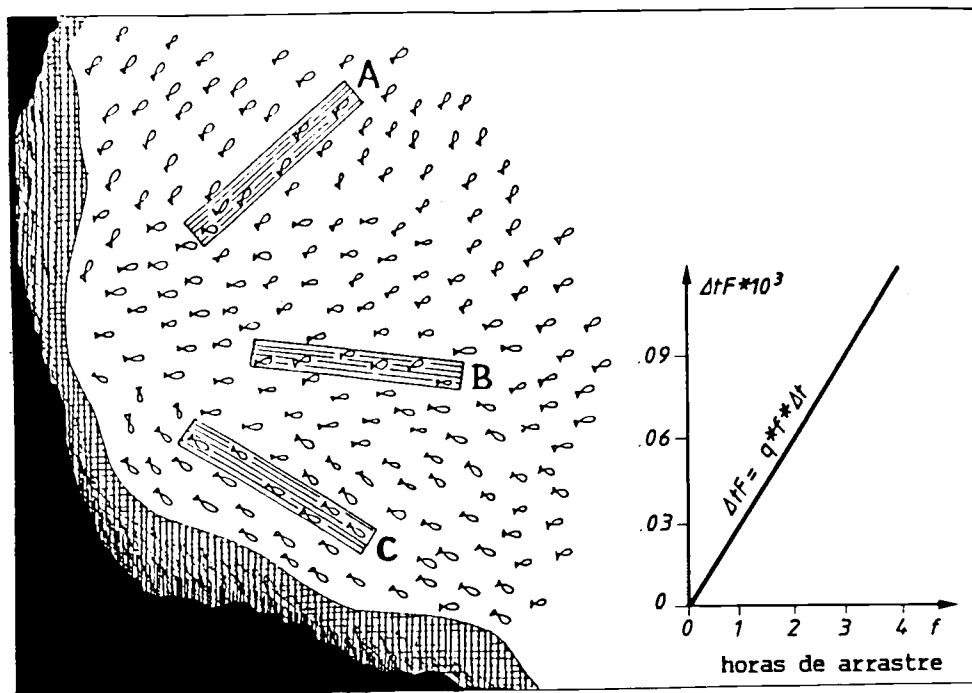


Fig. 4.3.0.1 Ilustración de la Ec. 4.3.0.7: $F = q \cdot f$. (Para mayores explicaciones, véase el texto).

en donde el esfuerzo, $f = 2$ lances. Si se extiende este modelo a un tercer lance (lance C), aún no hay ningún problema, ya que la abundancia, \bar{N} , se mantiene aproximadamente constante, en atención a que en conjunto los tres lances sólo remueven una muy pequeña parte de la población.

Combinando la Ec. 4.3.0.8' con la Ec. 4.2.10, resulta (cuando ΔC es pequeño):

$$\Delta C = q \cdot \Delta t \cdot f \cdot N = \Delta t \cdot F \cdot \bar{N}$$

esto implica que $q \cdot f = F$. Así, la Ec. 4.3.0.7 es intuitivamente aceptable cuando ΔC es pequeño.

Por otra parte, resulta menos claro como se relacionan el esfuerzo y la mortalidad por pesca cuando se considera un período de tiempo amplio, durante el cual la abundancia, \bar{N} , no se puede esperar que permanezca constante.

Sin embargo, si se aceptan algunos supuestos, la ecuación $q \cdot f = F$ se puede aplicar igualmente cuando la captura, ΔC , es grande respecto a la abundancia, \bar{N} , y cuando el tiempo considerado, Δt , es amplio (por ejemplo, un año). A menudo se supone que estas condiciones se cumplen en la realidad.

El razonamiento anterior se aplica cuando los peces están distribuidos uniformemente en los fondos de pesca. Sin embargo, esto ocurre rara vez. En el caso de los peces que nadan en cardúmenes (los pelágicos) el argumento es simplemente erróneo. Al calar la red al azar, la captura de la especie objetivo puede ser nula en nueve de cada diez arrastres, y sin embargo uno de los lances puede dar una captura muy abundante. Para las especies de peces demersales el razonamiento podría ser aproximadamente correcto, aun cuando estos peces también tienden a agruparse en determinadas áreas, que pueden corresponder o no a las zonas donde se puede pescar. El razonamiento ilustrado en la Fig. 4.3.0.1 fundamenta el "método del área barrida", descrito en el Capítulo 13. El hecho de que el razonamiento se basa en una captura relativamente pequeña, y en muy pocas unidades de esfuerzo, no limita su aplicabilidad.

Considere ahora un sistema durante un período más extenso. La Fig. 4.3.0.2 muestra un ejemplo (igualmente hipotético), en que más de la mitad de los peces que estaban presentes originalmente son eliminados por la pesca. Observe que una unidad de esfuerzo (un lance de arrastre) produce la misma

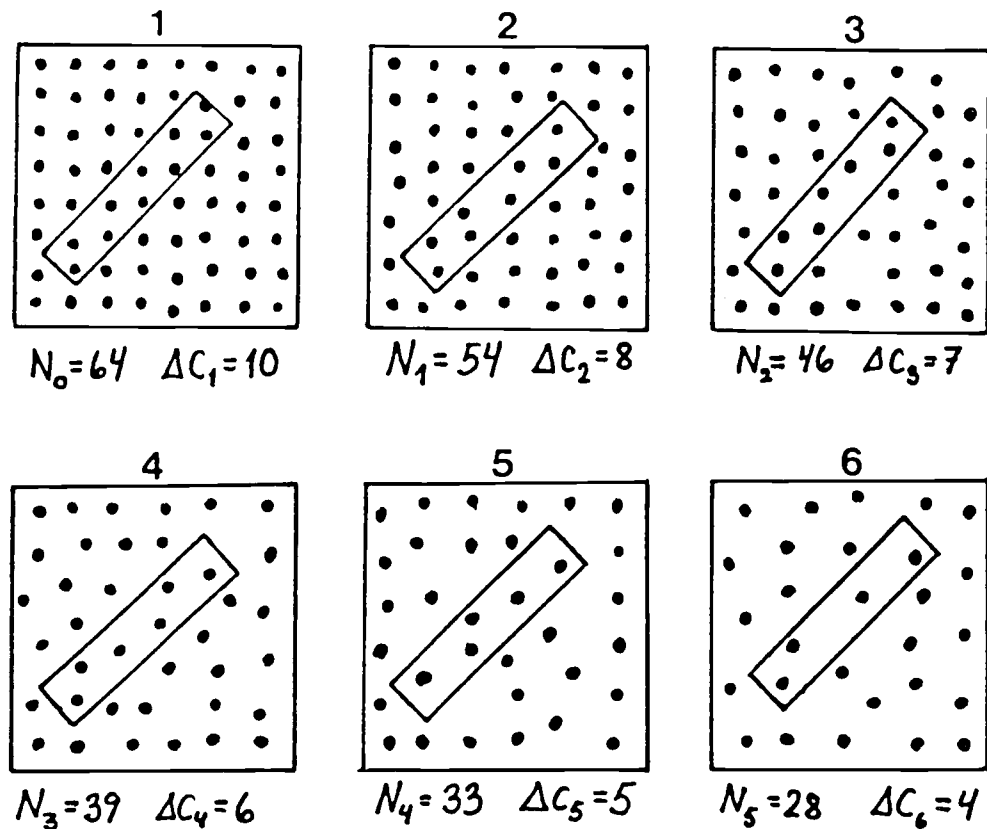


Fig. 4.3.0.2 Ilustración de la Ec. 4.3.0.7: $F = q \cdot f$, aplicada varias veces a un sistema durante un período de tiempo más largo (Para mayores explicaciones, véase el texto).

mortalidad por pesca, independientemente del número de sobrevivientes, es decir, todos los lances dan el mismo $\Delta t \cdot F$ (véase la Ec. 4.2.10):

$$\Delta t \cdot F \approx \frac{\Delta C(t)}{N(t)} \approx \frac{10}{64} \approx \frac{8}{54} \approx \frac{7}{46} \approx \frac{6}{39} \approx \frac{5}{33} \approx \frac{4}{28} = 0.15$$

donde \approx significa "aproximadamente igual a". Una unidad de esfuerzo (un lance de arrastre) captura la misma fracción de la población. La mortalidad por pesca es independiente del número de sobrevivientes, es decir, todos los lances dan igual $Dt \cdot F$. Observe, además, que $Dt \cdot F$ permanecerá constante sólo si los peces se redistribuyen en forma uniforme después de cada faena de pesca extractiva.

Las Figs. 4.3.0.3A y B muestran un ejemplo en el que la Ec. 4.3.0.7, $F = q \cdot f$, no es aplicable, a saber, cuando el aumento del número de individuos produce también un aumento del área que ocupaba el stock. En ese caso, una unidad de esfuerzo (un lance de arrastre) extraerá una parte más pequeña de la población y producirá una menor mortalidad por pesca. Las Figs. 4.3.0.3A y C ilustran la forma en que se debe comportar un stock para satisfacer la Ec. 4.3.0.7, es decir la zona ocupada debe permanecer constante, independientemente del número de individuos presente en el stock.

4.3.1 El método de Heincke

Hay muchas formas de estimar Z a partir del número de individuos capturados. Aquí se describe el método que fue desarrollado en 1913. En Ricker (1975) se describen varios otros procedimientos.

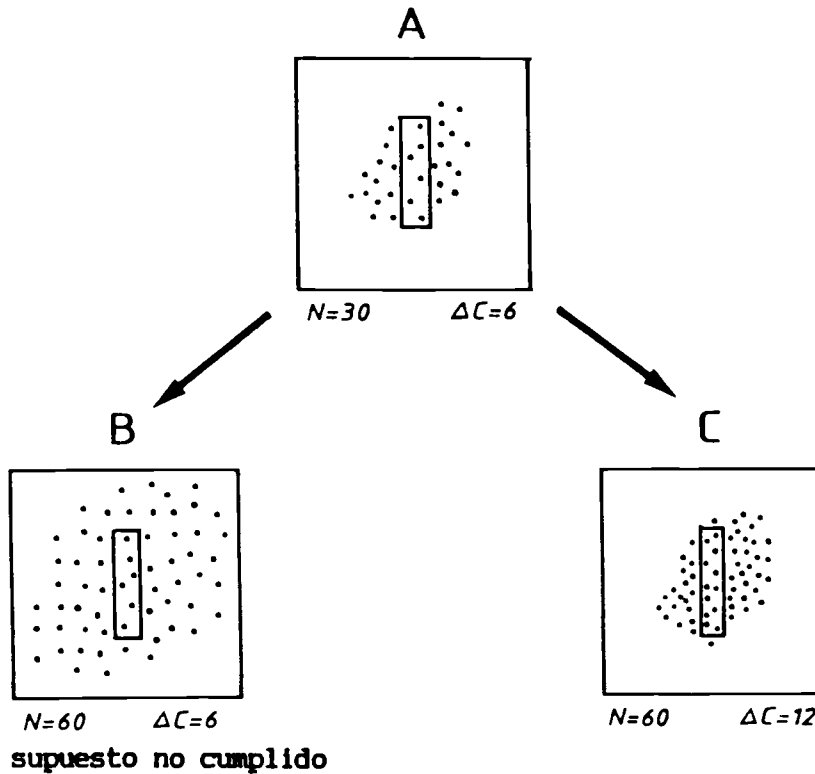


Fig. 4.3.0.3 Ilustración de uno de los supuestos que sustenta la Ec. 4.3.0.7: $F = q \cdot f$ (Para mayores explicaciones, véase el texto).

Para introducir el método se comenzará con una fórmula algebraica común:

$$\sum_{i=0}^{\infty} a^i = \frac{1}{1-a} \quad \text{lo cual es válido si } a < 1$$

Si $a = \exp(-Z)$ entonces para $Z > 0$ se tiene que $a < 1$ y, en consecuencia, la siguiente expresión es válida:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \exp(-Z \cdot t) = D \frac{1}{1 - \exp(-Z)} \tag{4.3.1.1}$$

Al multiplicar la Ec. 4.3.1.1 a ambos lados del signo igual por la misma constante, $N(0)$, se obtiene:

$$\sum_{t=0}^{\infty} N(0) \cdot \exp(-Z \cdot t) = \frac{N(0)}{1 - \exp(-Z)} \tag{4.3.1.2}$$

Suponiendo que la mortalidad total Z permanece constante, se tiene según la Ec. 4.2.6 que:

$N(t) = N(0) \cdot \exp(-Z \cdot t)$ y de allí la Ec. 4.3.1.2 se puede reescribir como:

$$\sum_{t=0}^{\infty} N(t) = \frac{N(0)}{1 - \exp(-Z)} \tag{4.3.1.3}$$

La Ec. 4.3.1.3 es equivalente a:

$$Z = -\ln \frac{N(1) + N(2) + N(3) + N(4) + \dots}{N(0) + N(1) + N(2) + N(3) + N(4) + \dots}$$

o bien,

$$Z = -\ln \left[\frac{\sum_{t=1}^{\infty} N(t)}{\sum_{t=0}^{\infty} N(t)} \right] \quad (4.3.1.4)$$

La Ec. 4.3.1.4 es la “*fórmula de Heincke*” (Heincke, 1913; en Ricker, 1975).

La Ec. 4.3.1.4 sigue siendo válida si se reemplazan los valores N por la CPUE(t), si se puede suponer que la CPUE es proporcional al número de individuos en la población. De esta manera, la Ec. 4.3.1.4 se puede utilizar en la forma que se expresa a continuación:

$$Z = -\ln \frac{CPUE(1) + CPUE(2) + CPUE(3 \text{ años de edad y más})}{CPUE(0) + CPUE(1) + CPUE(2) + CPUE(3 \text{ años de edad y más})}$$

donde las CPUE de los grupos de mayor edad están unidos. La razón para juntarlos es que, en general, los primeros dos o tres (o quizá cuatro) grupos de edad se pueden separar con relativa facilidad, mientras que es difícil hacerlo con los grupos de mayor edad (Ricker, 1975). A veces, también es necesario excluir el grupo de edad más joven por no estar completamente explotado por la pesquería. En este caso, la CPUE(0) no debe ser incluida en el denominador y la CPUE(1) se elimina del numerador.

4.3.2 El método de Robson y Chapman

En 1961, Robson y Chapman (en Ricker, 1975) introdujeron otro método, en el que indican que la mejor estimación de Z, a partir de los datos de composición por edades, vale decir, utilizando el número de peces capturados a cada edad, es:

$$Z = \bar{Y} \ln \frac{A}{B + A - 1} \quad (4.3.2.1)$$

donde

$$A = N(1) + 2*N(2) + 3*N(3) + \dots$$

$$B = N(0) + N(1) + N(2) + N(3) + \dots$$

La varianza de la tasa de supervivencia, $S = \exp(-Z)$, es:

$$\text{VAR}(S) = S * \{(S - (A - 1)) / (B + A - 2)\}$$

4.4 ESTIMACION DE Z A PARTIR DE UNA CURVA DE CAPTURA LINEALIZADA

Una “*curva de captura linealizada*” es una representación gráfica del logaritmo del número de peces capturados respecto a las correspondientes edades.

Los métodos que se describirán en esta sección se basan esencialmente en datos de composición por edades, los que se han aplicado a stocks de aguas templadas. Como la determinación directa de la edad es problemática en el caso de los stocks de peces tropicales (véase la Sección 3.2.1.), los métodos se han convertido en versiones que utilizan como datos de entrada las composiciones de tallas. Esto es posible cuando se dispone de los parámetros de crecimiento, de modo que las tallas se pueden convertir a edades, utilizando para ello la ecuación inversa de von Bertalanffy (Ec. 3.3.3.3). Las derivaciones teóricas comienzan utilizando el modelo estructurado por edades, que después se convertirá en el correspondiente modelo estructurado por tallas.

4.4.1 El sistema de parámetros constantes

Los métodos que utilizan la curva de captura linealizada para estimar Z , se basan en el supuesto de un “sistema de parámetros constantes”. Por lo tanto, esta sección se dedicará a explicar este concepto.

Considérese, por ejemplo, una población de peces durante el período 1971-1975, con un lapso vital de cinco años. Para simplificar, se supone que hay sólo una cohorte por año, la que se recluta el 1º de enero. La cantidad de peces sobrevivientes serán los que aparecen en la Tabla 4.4.1.1A, que son el número de sobrevivientes por cohorte y por grupo de edad al 1º de enero. Como se están considerando muchas cohortes al mismo tiempo, se necesita un índice, a , para especificar el año de nacimiento de la cohorte. Sea, $N(a,t)$ el número de sobrevivientes de la cohorte reclutada al comienzo del año $a-t$ que alcanzan la edad t . En este caso particular, t sólo toma los valores 0, 1, 2, 3 ó 4. Obsérvese que leyendo la tabla diagonalmente, se puede seguir una cohorte en el tiempo. Cada año los sobrevivientes de esa cohorte pasan a un nuevo grupo de edad. Cada columna, por su parte, contiene el número de sobrevivientes de cinco cohortes diferentes al 1º de enero de un año determinado.

La Tabla 4.4.1.1A contiene información de nueve cohortes diferentes, de las cuales sólo una se presenta en todo su lapso vital (la cohorte de 1971). Se observa que el reclutamiento $N(a,0)$, $a = 1971, 1972, 1973, 1974$ y 1975 ha variado de un año a otro. La cohorte de 1970 y la de 1973 son fuertes, mientras que la de 1972 es débil (fuerte significa que $N(a,0)$ es considerablemente mayor que el reclutamiento promedio).

Suponga ahora que el reclutamiento, $N(a,0)$, permanece constante todos los años, como se muestra en la Tabla 4.4.1B, y que F y M también permanecen constantes; en ese caso, el número de sobrevivientes y el número de individuos capturados serán los mismos para todas las cohortes. Si se observa la Tabla B se ve que el número de sobrevivientes por año durante el lapso vital de una cohorte es igual al número de sobrevivientes de un año determinado en cada grupo de edad. Así, en el caso del reclutamiento constante no importa si se considera una cohorte en todo su lapso vital o todas las diferentes cohortes (el stock total) en un año determinado. La teoría de Beverton y Holt (1957) se basa esencialmente en la hipótesis de un reclutamiento constante.

Se sabe con seguridad que la hipótesis de un sistema de parámetros constantes nunca se cumple en forma estricta en la vida real. Sin embargo, a menudo no queda más remedio que trabajar con hipótesis, sabiendo que son aproximaciones inexactas de la realidad. Suele ocurrir que sólo formulando esas hipótesis se puede llevar a cabo un análisis de los datos disponibles; de allí que es mejor hacer un análisis aproximativo que no hacer ningún análisis.

Se habla de una “*pseudocohorte*” cuando se trabaja con los datos de un año y , se supone, que se asemejan a los de una cohorte en todo su lapso de vida. Así, los números 2105, 2575, 155, 102, y 6 de la Tabla 4.4.1.A forman una pseudocohorte, en tanto que los números 2105, 736, 281, 109, y 29 forman una cohorte real.

4.4.2 La ecuación de la curva de captura linealizada

Suponga que se dispone de una estimación de la composición por edades en las capturas, realizadas durante un año, es decir, de pares de observaciones:

intervalo de edad	individuos capturados
t1-t2	$C(t1,t2)$
t2-t3	$C(t2,t3)$
t3-t4	$C(t3,t4)$
.	.
.	.

TABLA 4.4.1.1

Ilustración del “sistema de parámetros constantes” y del “sistema de parámetros variables”.
 Observe que la columna de los números en las casillas consta de cinco cohortes diferentes
 en el año 1971, mientras que la diagonal de los números en las casillas corresponde
 a la cohorte completa de 1971 (Para mayores explicaciones, véase el texto)

A: SISTEMA DE PARAMETROS VARIABLES

edad*/años t	Cohortes, número de peces sobrevivientes				
	1971 N(71,t)	1972 N(72,t)	1973 N(73,t)	1974 N(74,t)	1975 N(75,t)
0	2105	1111	9560	1869	1236
1	2575	736	405	3817	618
2	155	1097	281	142	1193
3	102	58	298	109	59
4	6	38	18	138	29

B: SISTEMA DE PARAMETROS CONSTANTES

edad*/años t	Cohortes, número de peces sobrevivientes				
	1971 N(71,t)	1972 N(72,t)	1973 N(73,t)	1974 N(74,t)	1975 N(75,t)
0	2560	2560	2560	2560	2560
1	942	942	942	942	942
2	346	346	346	346	346
3	127	127	127	127	127
4	47	47	47	47	47

* edad a partir de la fecha de reclutamiento

Para desarrollar un método que permita estimar Z a partir de tales datos, el punto de partida es la ecuación de captura (Ec. 4.2.7):

$$C(t_1, t_2) = N(t_1) * \frac{F}{Z} * [1 - \exp(-Z * (t_2 - t_1))]$$

Aunque el intervalo de tiempo de t_1 a t_2 es el primer intervalo, a continuación se utilizará como símbolo del intervalo de tiempo general, es decir, $t_2 - t_3$ ó $t_3 - t_4$, etc. Como la Ec. 4.2.7 no es lineal en t_1 (ó t_2), hay que hacer algunas transformaciones para convertir el análisis en una regresión lineal (véase la Sección 2.6). El primer paso consiste en sustituir $N(t_1)$, aplicando la Ec. 4.2.2, lo que da:

$$C(t_1, t_2) = N(T_r) * \exp[-Z * (t_1 - T_r)] * \frac{F}{Z} * [1 - \exp(-Z * (t_2 - t_1))]$$

El segundo paso consiste en tomar logaritmos a ambos lados. Después de reordenar los términos, se obtiene:

$$\ln C(t_1, t_2) = \ln N(T_r) + \ln \frac{F}{Z} + Z * T_r - Z * t_1 + \ln [1 - \exp(-Z * (t_2 - t_1))]$$

Al menos ahora t_1 aparece en un término lineal (a saber: " $-Z * t_1$ "). El término " $\ln N(T_r) + \ln (F/Z) + Z * T_r$ " es una constante, ya que se supone que $N(T_r)$, T_r , F y Z permanecen constantes. Para simplificar la notación, esta constante se denomina "d", y la ecuación se convierte en:

$$\ln C(t_1, t_2) = d - Z * t_1 + \ln [1 - \exp(-Z * (t_2 - t_1))] \quad (4.4.2.1)$$

A excepción del último término, hemos obtenido una expresión lineal en t_1 . Hay diversos métodos que proponen modos diferentes de tratar este término.

Los primeros usos de esta "ecuación de la curva de captura linealizada" se remontan a Edser (1908), Heincke (1913) y Baranov (1918), como aparece reseñado en Ricker (1975). En el resto de la Sección 4.4 se examinan diversas aplicaciones especiales de la Ec. 4.4.2.1.

4.4.3 La curva de captura linealizada, basada en datos de la composición por edades

Uno de los métodos comúnmente aplicados para estimar la mortalidad total en aguas templadas es el "método de la curva de captura linealizada con intervalos de tiempo constantes", que se examina en Beverton y Holt (1956), Chapman y Robson (1960), Robson y Chapman (1961) y Ricker (1975).

Si $t_2 - t_1$ permanece constante en la Ec. 4.4.2.1 (por ejemplo, si se consideran grupos de edad de manera que $t_2 - t_1 = t_3 - t_2 = t_4 - t_3 = \dots = 1$ año), el término no lineal se convierte en una constante, que se puede incluir en el término del intercepto. Así, si la constante g se define como:

$$g = d + \ln [1 - \exp(-Z * (t_2 - t_1))]$$

la Ec. 4.4.2.1 pasa a ser:

$$\ln C(t_1, t_2) = g - Z * t_1, \text{ ó}$$

$$\ln (C(t, t + \Delta t)) = g - Z * t \quad (4.4.3.1)$$

La Ec. 4.4.3.1 es la "ecuación de la curva de captura linealizada con intervalos de tiempo constantes", en donde la pendiente es Z .

Ejemplo 13: Curva de captura con intervalos de tiempo constante, plegonero del Mar del Norte

La Tabla 4.4.3.1 presenta un ejemplo del análisis de la curva de captura linealizada, basado en datos de composición por grupos de edad. La mayor parte de estos ejemplos proceden de las aguas templadas, donde es posible determinar directamente la edad de los peces y donde el desove tiene lugar durante un breve período de tiempo, una vez por año. Este es también el caso del ejemplo, que se refiere al plegonero (*Merlangius merlangus*), capturado en el Mar del Norte.

TABLA 4.4.3.1

Análisis de la curva de captura linealizada utilizando datos de composición de edades. Capturas anuales en número de ejemplares por grupos de edad del plegonero del Mar del Norte, valores expresados en millones de ejemplares (ICES, 1981a; véase la Fig. 4.4.3.1)

año a	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980	promedio	
edad t	C(y,t,t+1)							1974-80	
0	599	239	424	664	685	478	330	488	no
1	678	860	431	1004	418	607	288	612	utilizado
2	1097	390	1071	532	335	464	323	601	
3	275	298	159	269	203	211	243	237	parte
4	40	54	75	32	69	86	80	62.3	utilizada
5	6	9	13	18	8	25	31	15.7	en el
6	1	8	3	5	5	3	8	4.7	análisis
7	(6)	(0)	(1)	(0)	(1)	(1)	(1)	1.4	
Z	1.88	1.26	1.36	1.25	1.33	1.40	1.12	1.28	

La Tabla 4.4.3.1 muestra la composición anual por edades de las capturas del plegonero durante el período 1974 - 1980 (ICES, 1981a). Las cifras de la Tabla 4.4.3.1 corresponden al número de peces capturados por año de cada grupo de edad (cohorte), donde

$$C(a, t, t+1) = \text{número de peces capturados en el año "a", de edad entre t y t+1 (en millones).}$$

Por ejemplo $C(1976, 3, 4) = 159$

Para cada año se ha calculado la mortalidad total, Z, utilizando la Ec. 4.4.3.1 (la última fila de la Tabla 4.4.3.1). Estas son regresiones lineales en las que $x = \text{edad}$, $y = \ln C(a, t, t+1)$ y $b = -Z$. Por lo tanto, se supone que el reclutamiento y los otros parámetros permanecen constantes de 1974 a 1980. Sin embargo, también se podría hacer una estimación global de Z para el período de siete años, usando el promedio capturado por grupo de edad, como se muestra en la última columna de la Tabla 4.4.3.1. De esta manera se obvia (en mayor o menor medida) el problema de tener que suponer que los parámetros permanezcan constantes, ya que, por ejemplo, la variación del reclutamiento queda compensada en el proceso de promediación. Obsérvese que en este caso particular el supuesto del reclutamiento constante no es decisivo. A excepción del año 1974, las estimaciones anuales de Z no se desvían mucho de la estimación global.

La Fig. 4.4.3.1 muestra el gráfico para la estimación global de Z. Como se puede ver en la Tabla 4.4.3.1, los datos de los tres primeros grupos de edad se han excluido del análisis de regresión. En la Fig. 4.4.3.1 se observa que no se ajustan a la línea recta. La razón es que estos grupos de edad no están sometidos a plena explotación. La mortalidad por pesca de los grupos de edad de 0 a 2 es menor que la de los grupos de más edad, porque los peces son tan pequeños que escapan a través de las mallas de la red de arrastre. (La mayor parte de los plegoneros del Mar del Norte, se capturan con redes de arrastre con una luz de malla de 70 a 110 mm en el copo). Otra razón por la que cabe esperar una menor mortalidad por pesca, en los peces pequeños, es que puede ser que todavía no hayan sido reclutados en las áreas donde se efectúa la pesca y se encuentren aún en las áreas de cría.

Así pues, la mortalidad total, $Z = M+F$, no permanece constante para todos los grupos de edad, aunque éste es el supuesto en que se basa el análisis de la curva de captura linealizada. Una forma de soslayar el problema es excluir los grupos de edad que se sospecha no están sometidos a plena explotación.

La decisión acerca de cuáles grupos de edad excluir es algo subjetivo. Por lo general, se excluyen los puntos que se desvían sistemáticamente de la línea recta. No obstante, es difícil dar una regla general sobre cuál es la magnitud de la desviación que justifica la exclusión de un punto. Una regla práctica es que siempre que se esté en duda acerca de un punto, se le excluya. En el caso de la Fig.

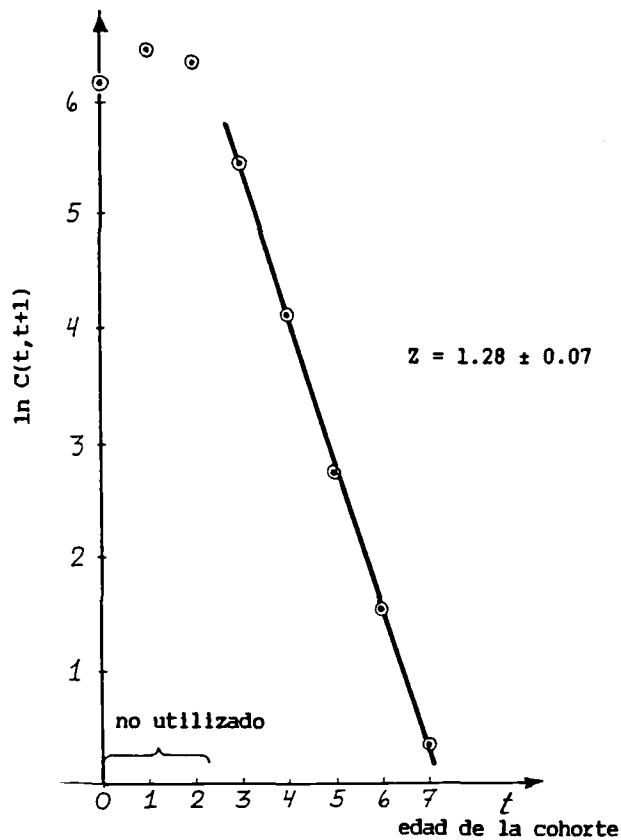


Fig. 4.4.3.1 Curva de captura linealizada en base a la composición promedio de edades de captura del plegonero del Mar del Norte, entre 1974 y 1980 (ICES, 1981a).

4.4.3.1 es fácil hacer la elección, ya que los cinco puntos utilizados dan un ajuste muy convincente respecto al modelo utilizado.

En la estimación de Z con los datos de un año (la última fila de la Tabla 4.4.3.1) también se ha excluido el grupo de edad 7 (indicado entre paréntesis). La razón esgrimida en este caso es que el número de individuos de los grupos 7+ está estimado a partir de muestras pequeñas (simplemente, porque son muy pocos los peces que sobreviven hasta la edad 7) y, por lo tanto, es muy incierto. Para la estimación global de Z se ha incluido el grupo de edad 7, porque en este caso las muestras abarcan siete años y, por consiguiente, el tamaño de la muestra es más grande.

Usando el procedimiento descrito en la Sección 2.4, se pueden calcular los límites de confianza al 95% de Z :

$$Z = -\text{pendiente} = -b = 1.284, \quad s_y = 2.0316, \quad s_x = 1.5811$$

varianza de la pendiente:

$$\begin{aligned} sb^2 &= \frac{1}{n-2} * ((s_y/s_x)^2 - b^2) = \\ &= \frac{1}{5-2} * ((2.0316/1.5811)^2 - 1.284^2) = 0.0005 \\ sb &= \sqrt{0.0005} = 0.0227 \end{aligned}$$

$sb * t_{5-2} = 0.0227 * 3.18 = 0.07$, por lo que el intervalo de confianza es:

$$[1.21, 1.35] \text{ es decir, } Z = 1.28 \pm 0.07$$

Con los datos de la Tabla 4.4.3.1, los cálculos se podrían haber hecho también por cohorte. El Ejercicio 4.4.3 se refiere a este aspecto.

(Véanse los **Ejercicios** en la Parte 2).

4.4.4 La curva de captura linealizada, basada en composiciones por edades con intervalos de tiempo variables

Ahora se va a regresar al modelo general de la curva de captura linealizada (Ec. 4.4.2.1):

$$\ln C(t_1, t_2) = d - Z^*t_1 + \ln[1 - \exp(-Z^*(t_2 - t_1))]$$

Si los intervalos de tiempo $t_2 - t_1$, $t_3 - t_2$, $t_4 - t_3$, ... no son constantes, el término no lineal, $\ln[1 - \exp(-Z^*(t_2 - t_1))]$, adquiere diferentes valores para los distintos valores del intervalo de tiempo. Como se verá en la Sección 4.4.5, este caso es frecuente en las poblaciones de peces tropicales. Se han propuesto dos maneras posibles de eliminar el término no lineal.

Ecuación de la curva de captura acumulativa

Una de las soluciones fue propuesta por Jones y van Zalinge (1981), quienes propusieron que se asignara a t_2 un valor muy alto (de hecho $t_2 = (\text{infinito})$). Con un t_2 muy grande, el término $\exp(-Z^*(t_2 - t_1))$ se acercaría a cero y, en consecuencia, $\ln(1 - \exp(-Z^*(t_2 - t_1))) = \ln 1 = 0$. Así, si $C(t, \infty)$ designa a todos los peces capturados de edad t en adelante, se obtiene una relación lineal de acuerdo a la ecuación:

$$\ln C(t, \infty) = d - Z^*t \quad (4.4.4.1)$$

$C(t, \infty)$ se denomina “*captura acumulada*” y la Ec. 4.4.4.1, “*ecuación de la curva de captura acumulada*”.

Ecuación de la curva de captura linealizada con intervalos de tiempo variables

En este caso, Van Sickle (1977) propuso un procedimiento diferente que luego fue desarrollado por Pauly (1983a). Se basa en la observación de que para valores pequeños de x , ($x < 1.0$):

$$\ln[1 - \exp(-x)] = \ln(x) - x/2 \text{ (aproximadamente)}$$

Si $Z^*(t_2 - t_1)$ es pequeño, resulta que, aproximadamente:

$$\ln[1 - \exp(-Z^*(t_2 - t_1))] = \ln[Z^*(t_2 - t_1)] - Z^*(t_2 - t_1)/2$$

Insertando esto en la Ec. 4.4.2.1 y, reordenando los términos se obtiene:

$$\ln \frac{C(t_1, t_2)}{t_2 - t_1} = d + \ln Z - Z^*t_1 - Z^*(t_2 - t_1)/2$$

Debido a que $t_2 - t_1$ debe ser pequeño, se denomina Δt . Para simplificar la notación se introduce la constante $c = d + \ln Z$. Entonces la ecuación se convierte en:

$$\ln \frac{C(t, t + \Delta t)}{\Delta t} = c - Z^*(t + t/2) \quad (4.4.4.2)$$

que es lineal en el punto medio del intervalo, $(t + \Delta t/2)$. La Ec. 4.4.4.2 es la llamada “*ecuación de la curva de captura linealizada con intervalos de tiempo variables*”. Obsérvese que para el presente análisis sólo la pendiente es importante. El intercepto no se utiliza.

El nombre de la ecuación podría conducir a la idea equivocada de que el método sólo se puede aplicar cuando se tienen datos sobre las capturas totales. Pero la Ec. 4.4.4.2 se puede utilizar incluso si se conoce sólo la composición porcentual de las capturas, porque de éstas se obtienen las capturas

absolutas, multiplicando todos los porcentajes por una constante. Al multiplicar todos los valores de C en la Ec. 4.4.4.2 por una constante, K , cambiará el intercepto, c , pero no la pendiente, Z , ya que:

$$\ln \frac{K \cdot C(t,t+\Delta t)}{\Delta t} = c - Z^*(t+\Delta t/2) \quad \text{que es equivalente a}$$

$$\ln \frac{C(t,t+\Delta t)}{\Delta t} = c1 - Z^*(t+\Delta t/2) \quad , \text{ donde}$$

$$c1 = c - \ln K$$

Así pues, si se tiene una muestra de una población de peces (procedente, por ejemplo, de una prospección o del mercado), pero se desconoce la captura total, se puede aplicar la Ec. 4.4.4.2. Por lo tanto, el análisis de la curva de captura linealizada se utiliza a menudo para datos de prospecciones, mientras que el análisis de cohorte (que se describirá en el Capítulo 5) se emplea para analizar los datos de la captura total. Cabe señalar que el ejemplo utilizado para explicar el análisis de la curva de captura linealizada (véase la Tabla 4.4.5.1), es una muestra de sólo 3816 peces, que no se expandió a la captura total.

4.4.5 La curva de captura linealizada, basada en datos de la composición por tallas

El método que se describe a continuación no supone, como la Ec. 4.4.3.1, una determinación directa de la edad, sino que utiliza la ecuación de crecimiento de von Bertalanffy para convertir las tallas en edades. Este modelo se examina en Pauly (1983a, 1984a y b) y con frecuencia se denomina “*curva de captura convertida a tallas*” o la “*curva de captura linealizada convertida a tallas*”.

Para que la curva de captura se pueda utilizar con los datos sobre las tallas es necesario, en principio, reemplazar las t (edades) de la Ec. 4.4.4.2 por valores de L (tallas), de manera que

$$\ln \frac{C(t,t+\Delta t)}{\Delta t} = c - Z^*(t+\Delta t/2)$$

Sin embargo, lo que se hace en realidad es convertir los datos de tallas a datos de edad, usando la ecuación de crecimiento inversa de von Bertalanffy (Ec. 3.3.3.2).

$$t(L) = t_0 - \frac{1}{K} * \ln \left(1 - \frac{L}{L_\infty} \right)$$

La conversión de las tallas a edades es un proceso bastante complejo, ya que la cantidad de tiempo que un pez tarda en crecer hasta el intervalo de talla siguiente aumenta continuamente a medida que estos envejecen. La Fig. 4.4.5.1 ilustra la transformación de grupos de tallas en intervalos de edad. La curva de crecimiento que se utilizó es la curva de crecimiento promedio de toda la cohorte; en la cual pueden ocurrir grandes desviaciones individuales. Estas pueden no ser significativas en los peces pequeños, pero pueden ser importantes en los peces de mayor tamaño. En otras palabras: mientras más grande sea el pez, más tiempo le tomará el crecer y pasar de un grupo de tallas a otro y, por lo tanto, la relación entre talla y edad se hace menos precisa para los peces más grandes. Por ejemplo, le toma menos de seis meses al *Upeneus vittatus* crecer de 4 a 8 cm, pero mucho más de un año el crecer de 16 a 20 cm.

Los peces más grandes de una captura en general son más grandes porque crecen más aprisa, y no, porque sean más viejos según se puede deducir de la ecuación inversa de von Bertalanffy.

Como ejemplo, si se considera la solución de la muestra de frecuencias de tallas de la Fig. 3.2.2.2 en cohortes distribuidas en forma normal. El grupo de tallas de 15-16 cm, está constituido sólo por miembros de la cohorte de primavera de 1983 (como se observa la Tabla 3.2.1.1), mientras que el grupo de tallas de 45-46 cm está compuesto por tres cohortes:

1. Miembros de la cohorte de otoño de 1981 de rápido crecimiento.

TABLA 4.4.5.1
Curva de captura linealizada basada en datos de composición de tallas para
el salmónete, *Upeneus vittatus* de la Bahía de Manila, Filipinas
(Ziegler, 1979) $L_{\infty} = 23.1$ cm, $K = 0.59$ por año (véase la Fig. 4.4.5.1)

A	B	C	D	E	F	G	H
L1-L2	C(L1,L2)	t(L1) a)	Δt b)	$t\left(\frac{L1+L2}{2}\right)$ c) (x)	$\ln \frac{C(L1,L2)}{\Delta t}$ (y)	Z	observaciones
6-7	3	0.510	0.102	0.56	3.38	-	no
7-8	143	0.612	0.109	0.67	7.18	-	utilizado;
8-9	271	0.721	0.116	0.78	7.76	-	no sometido
9-10	318	0.837	0.125	0.90	7.86	-	a plena
10-11	416	0.961	0.134	1.03	8.04	-	explotación
11-12	488	1.096	0.146	1.17	8.11	-	
12-13	614	1.242	0.160	1.32	8.25	-	
13-14	613	1.402	0.177	1.49	8.15	-	parte
14-15	493	1.579	0.197	1.67	7.83	-	utilizada
15-16	278	1.776	0.223	1.88	7.13	2.64	en el
16-17	93	2.000	0.257	2.12	5.89	3.61	análisis
17-18	73	2.257	0.303	2.40	5.48	3.20	de
18-19	7	2.560	0.370	2.74	2.94	4.03	regresión
19-20	2	2.930	0.473	3.15	1.44	4.19	
20-21	2	3.404	0.659	3.70	1.11	-	no utilizado
21-22	0	4.064	1.094	4.53	-	-	demasiado
22-23	1	5.160	4.047	6.19	-1.40	-	cerca de L_{∞}
23-24	1	-	-	-	-	-	

Detalles de los cinco análisis de regresión:

L1-L2	pendiente b Z	número de observaciones n	distribución de Student 95% t_{n-2}	varianza de la pendiente sb^2	límites de confianza $Z \pm t_{n-2} * sb$
13-14	-	1	-	-	-
14-15	-	2	-	-	-
15-16	2.64	3	12.70	0.198	2.64 ± 5.65
16-17	3.61	4	4.30	0.283	3.61 ± 2.28
17-18	3.20	5	3.18	0.121	3.20 ± 1.11
18-19	4.03	6	2.78	0.198	4.03 ± 1.24
19-20	4.19	7	2.57	0.087	4.19 ± 0.76
a) Ec. 3.3.3.2		b) Ec. 4.4.5.1		c) Ec. 4.4.5.2	

2. Miembros de la cohorte de primavera de 1981 de mediano/rápido crecimiento.

3. Miembros de la cohorte de otoño de 1980 de crecimiento mediano.

La edad correspondiente a una determinada talla se puede calcular, si se prescinde de t_0 , o se supone que esta es igual a 0.

Suponga que la edad t corresponde a $L1$ y la edad $t+\Delta t$ a $L2$:

$$L1 = L(t) \quad y \quad L2 = L(t+\Delta t)$$

Con esta correspondencia exacta entre el intervalo de edad $[t, t+\Delta t]$ y el intervalo de talla $[L1, L2]$, se puede cambiar la notación para el número de individuos capturados:

$$C(t, t+\Delta t) = C(L1, L2)$$

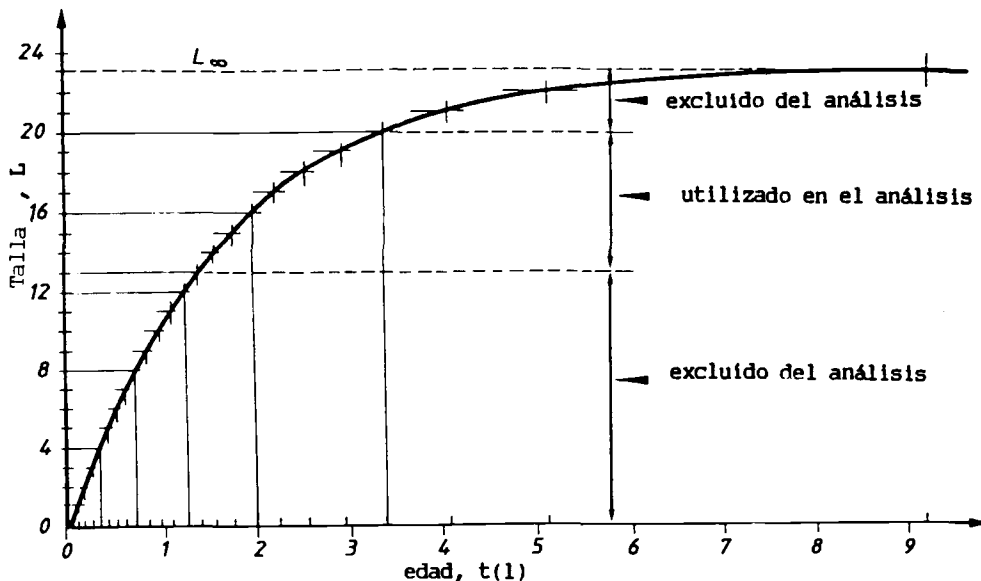


Fig. 4.4.5.1 Conversión de los grupos de 1 cm de talla de *Upeneus vittatus* a intervalos de edad, mediante la ecuación:

$$t(L) = t_0 - \frac{1}{K} * \ln(1 - L/L_{\infty}) \quad \text{con } t_0 = 0, K = 0.59 \quad \text{y } L_{\infty} = 23.1$$

En el presente contexto Δt es el tiempo que tarda un pez medio en crecer de la longitud L_1 a la longitud L_2 ; por lo tanto, Δt se obtiene, substrayendo las dos ecuaciones inversas de von Bertalanffy (Ec. 3.3.3.2) correspondientes a L_2 y L_1 respectivamente:

$$\Delta t = t(L_2) - t(L_1) = \frac{1}{K} * \ln \frac{L_{\infty} - L_1}{L_{\infty} - L_2} \quad (4.4.5.1)$$

Ahora, se puede calcular Δt directamente a partir de los parámetros de crecimiento K y L y de los correspondientes L_1 y L_2 , así como también, naturalmente, substrayendo $t(L_1)$ de $t(L_2)$.

El término $(t + \Delta t / 2)$ de la Ec. 4.4.4.2 también se puede convertir en una expresión de longitud (L_1 y L_2), basándose en la indicación de Pauly de que el punto medio del intervalo de la edad $(t + \Delta t / 2)$ se puede convertir en un punto medio basado en la talla si se supone que:

$t(L_1) + \Delta t / 2$ es aproximadamente igual a:

$$t\left(\frac{L_1 + L_2}{2}\right) = t_0 - \frac{1}{K} * \ln\left(1 - \frac{L_1 + L_2}{2L_{\infty}}\right) \quad (4.4.5.2)$$

El resultado final es la llamada “curva de captura linealizada convertida a tallas”:

$$\ln \frac{C(L_1, L_2)}{\Delta t(L_1, L_2)} = c - Z * t\left(\frac{L_1 + L_2}{2}\right) \quad (4.4.5.3)$$

Esta es una ecuación lineal en que:

$$y = \ln \frac{C(L_1, L_2)}{\Delta t(L_1, L_2)} \quad \text{y} \quad x = t\left(\frac{L_1 + L_2}{2}\right)$$

mientras que la pendiente (b) es $-Z$.

Así, dado un conjunto de datos de frecuencias de tallas y los parámetros de crecimiento K y L_{∞} , se puede obtener una estimación de Z .

Ejemplo 14: Curva de captura basada en datos de composición por tallas, *Upeneus vittatus*

Un ejemplo de una aplicación de la Ec. 4.4.5.3 se da en la Tabla 4.4.5.1, utilizando los datos de *Upeneus vittatus* de la Bahía de Manila (Ziegler, 1979). Los datos de entrada son la captura, en números, de cada grupo de tallas (columnas A y B) así como los valores de L_{∞} y K. Entonces, $t(L1)$ (columna C) se calcula con la Ec. 3.3.3.2 y Δt (columna D), ya sea a partir de la columna C o con la Ec. 4.4.5.1; mientras $t((L1+L2)/2) = x$ (columna E) se deriva de la columna C ó directamente de la Ec. 4.4.5.2, y $\ln (C(L1,L2)/\Delta t) = y$ (columna F) de las columnas B y D.

El paso siguiente consiste en representar gráficamente x respecto de y (Fig. 4.4.5.2), decidiendo cuáles puntos se usarán para un análisis de regresión, cuya pendiente b dará $-Z$.

Los límites de confianza se calculan para varios números de observaciones, a fin de determinar la mejor estimación de Z . (En el Ejercicio 4.4.5 se deberá seguir un procedimiento análogo).

Al igual que con la curva de captura linealizada basada en los grupos de edad, en la Tabla 4.4.5.1 se han excluido algunas de las observaciones del análisis de regresión. Los primeros siete grupos de tallas (6-13 cm) forman la parte ascendente de la curva. Esos peces se considera que aún no están completamente reclutados a la pesquería. Los últimos cuatro grupos de tallas también se excluyen, por las siguientes razones:

- 1) El tamaño reducido de las muestras (al igual que en la curva de captura linealizada, basada en los grupos de edad).
- 2) Al aproximarse a L_{∞} , la relación entre la edad, $t(L)$, y la talla, L , se vuelve incierta (véase la discusión de la Sección 3.3.3 sobre los problemas relativos al gráfico de von Bertalanffy).

Este último punto es importante para las curvas de captura linealizadas basadas en las tallas. Es una buena razón para no utilizar nunca los grupos de tallas más grandes.

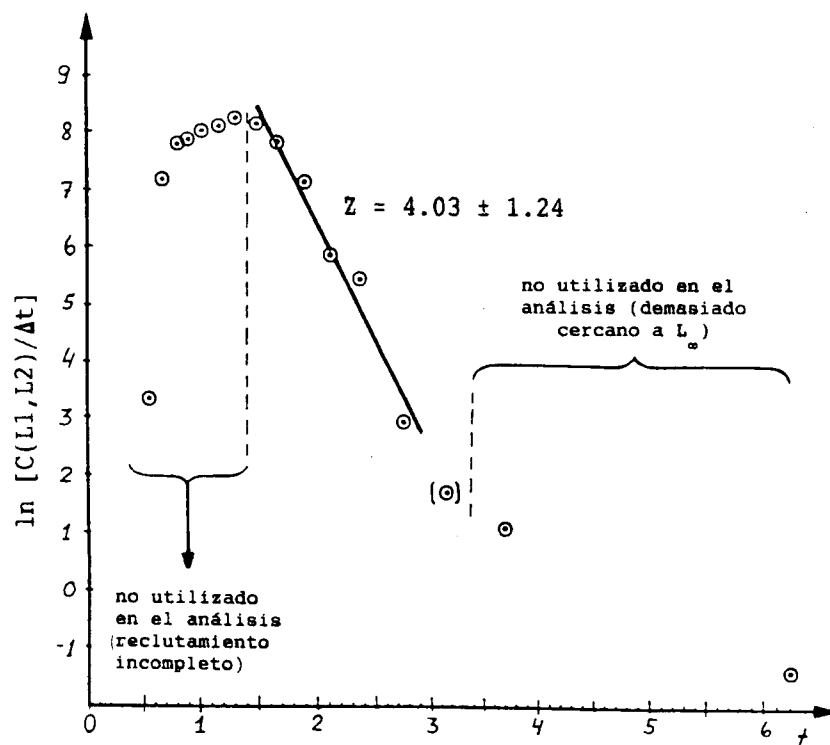


Fig. 4.4.5.2 Curva de captura linealizada basada en los datos de composición de tallas de *Upeneus vittatus* (Ziegler, 1979). Véase la Tabla 4.4.5.1.

Ahora se continuará con el ejemplo de la Tabla 4.4.5.1. Solamente los grupos de tallas de 13-20 cm se utilizan en el análisis de los datos. Para evaluar la sensibilidad, debida a la elección de los puntos excluidos, la pendiente $b = Z$ se ha calculado a partir de 3 puntos, 4 puntos,... y 7 puntos, como se muestra al final de la Tabla 4.4.5.1. El primer Z se calcula para las tallas de 13-16 cm, el siguiente Z para las tallas 13-17 cm, ..., etc. Los límites de confianza se han calculado, empleando el método descrito en la Sección 2.4. La conclusión en este caso es que Z se sitúa en algún valor entre $4.03 - 1.24 = 2.8$ y $4.03 + 1.24 = 5.2$ por año, utilizando los seis intervalos de 13 a 19 cm. Para los grupos de tallas de 16-20 cm, $Z * \Delta t > 1$, de modo que la aproximación en que se basa la curva de captura linealizada ($\ln[1 - \exp(-x)] = \ln x - x/2$, véase la Sección 4.4.4), es muy gruesa.

(Véanse los **Ejercicios** en la Parte 2).

4.4.6 La curva de captura acumulativa basada en datos de la composición por tallas (El método de Jones y van Zalinge)

Para convertir la “curva de captura acumulativa” en un análisis basado en las tallas, se utiliza la ecuación inversa de von Bertalanffy (Ec. 3.3.3.2):

$$t(L) = t_0 - \frac{1}{K} * \ln\left(1 - \frac{L}{L_\infty}\right)$$

la que se inserta en la ecuación de la curva de captura acumulativa (Ec. 4.4.4.1):

$$\ln C(t, \infty) = d - Z * t$$

lo que da el siguiente resultado:

$$\ln C(L, L_\infty) = d - Z * \left[t_0 - \frac{1}{K} * \ln\left(1 - \frac{L}{L_\infty}\right) \right]$$

que se puede convertir en:

$$\ln C(L, L_\infty) = d - Z * t_0 - \frac{Z}{K} * \ln L_\infty + \frac{Z}{K} * \ln(L_\infty - L)$$

Los primeros tres términos son constantes, que conviene expresar como:

$$a = d - Z * t_0 - \frac{Z}{K} * \ln L_\infty$$

Así se ha obtenido la “ecuación de Jones y van Zalinge”:

$$\ln C(L, L_\infty) = a + \frac{Z}{K} * \ln(L_\infty - L) \quad (4.4.6.1)$$

donde $C(L, L_\infty)$ representa la captura acumulada de peces de talla L y más grandes. La pendiente estimada por la regresión lineal de la Ec. 4.4.6.1 es Z/K , de modo que una estimación de Z viene dada por:

$$Z = K * \text{pendiente}$$

Ejemplo 15: El método de Jones y van Zalinge, *Upeneus vittatus*

La Tabla 4.4.6.1 y la Fig. 4.4.6.1 muestran una aplicación de la Ec. 4.4.6.1 en *Upeneus vittatus* (los datos utilizados en la sección anterior). Observe que también para este método la información básica es la muestra, no la captura total (véase las Secciones 4.4.4 y 4.4.5). Los resultados del análisis de Jones y van Zalinge, utilizando los grupos de tallas entre los 13 y los 19 cm, son parecidos a los del análisis de la curva de captura linealizada (Tabla 4.4.5.1).

(Véanse los **Ejercicios** en la Parte 2).

4.4.7 Resumen de los métodos de curva de captura linealizada

La Fig. 4.4.7.1 muestra un resumen de las versiones de la curva de captura linealizada (Ec. 4.4.2.1) descritas en la Sección 4.4. Todas tienen su origen en la ecuación de captura (o ecuación de Baranov), Ec. 4.2.7. Se presentaron cinco modelos, tres de ellos basados en la composición por edades, a saber:

TABLA 4.4.6.1
Curva de captura acumulativa basada en datos de composición de tallas para el salmonete, *Upeneus vittatus*, de la Bahía de Manila, Filipinas
(Ziegler, 1979)
 $L_{\infty} = 23.1$ cm, $K = 0.59$ por año (véase la Fig. 4.4.6.1)

L1-L2	captura C(L1,L2)	captura acumulada C(L1,L ∞)	ln captura acumulada ln C(L1,L ∞) (y)	ln(L ∞ -L1) (x)	pendiente Z/K	observaciones
6-7	3	3816	8.25	2.84	-	no
7-8	143	3813	8.25	2.78	-	utilizado;
8-9	271	3670	8.21	2.71	-	no sometido a plena
9-10	318	3399	8.13	2.65	-	explotación
10-11	416	3081	8.03	2.57	-	
11-12	488	2665	7.89	2.49	-	
12-13	614	2177	7.69	2.41	-	
13-14	613	1563	7.35	2.31	-	parte
14-15	493	950	6.86	2.21	-	usada
15-16	278	457	6.12	2.09	5.61	en el
16-17	93	179	5.19	1.96	6.20	análisis
17-18	73	86	4.45	1.81	5.98	de
18-19	7	13	2.56	1.63	6.86	regresión
19-20	2	6	1.79	1.41	6.51	
20-21	2	4	1.39	1.13	-	no usado,
21-22	0	2	0.69	0.74	-	demasiado
22-23	1	2	0.69	0.10	-	cerca de L ∞
23-24	1	1	0.00	-2.30	-	

Detalles de los cinco análisis de regresión:

L1-L2	pendiente*K Z	número de observaciones n	distribución de Student 95% t_{n-2}	varianza de la pendiente sb^2	límites de confianza de Z $Z \pm K*t_{n-2}*sb$
13-14	-	1	-	-	-
14-15	-	2	-	-	-
15-16	3.30	3	12.71	0.131	3.30 ± 2.71
16-17	3.66	4	4.30	0.118	3.66 ± 0.87
17-18	3.53	5	3.18	0.047	3.53 ± 0.41
18-19	4.05	6	2.78	0.202	4.05 ± 0.74
19-20	3.84	7	2.57	0.110	3.84 ± 0.50

- 1) La curva de captura linealizada con intervalos de tiempo constantes.
Ec. 4.4.3.1.
- 2) La curva de captura linealizada con intervalos de tiempo variables.
Ec. 4.4.4.2 (generaliza la Ec. 4.4.3.1).
- 3) La curva de captura acumulativa.
Ec. 4.4.4.1.

y dos basados en datos de composición por tallas:

- 4) La curva de captura linealizada convertida a tallas.
Ec. 4.4.5.3, derivada de la Ec. 4.4.4.2.

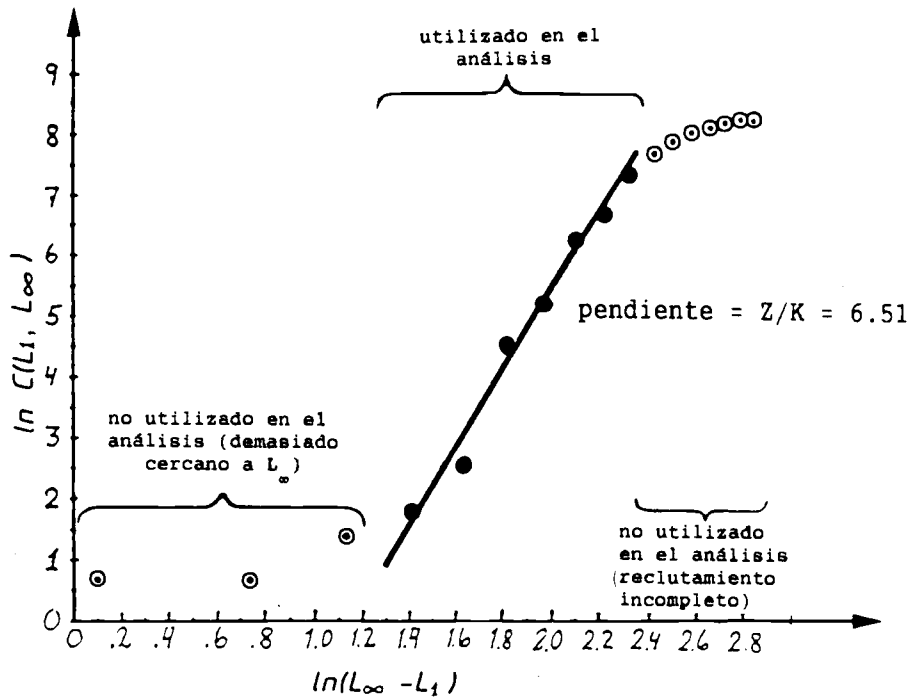


Fig. 4.4.6.1 Curva de captura acumulativa basada en datos de composición de tallas de *Upeneus vittatus*. La línea dibujada se ha estimado utilizando siete puntos. Datos de la Tabla 4.4.6.1.

- 5) El método de Jones y van Zalinge.
Ec. 4.4.6.1, derivada de la Ec. 4.4.4.1.

Sobre este particular, Sparre (1990) señaló que hay problemas con los métodos de evaluación de stocks, basados en las tallas cuando el crecimiento es estacional, en particular, con el método de la curva de captura convertida a tallas. En el mismo ejemplar de la revista *Fishbyte*, Pauly (1990) describe un nuevo método para la construcción de curvas de captura convertidas a tallas, la cual toma en cuenta la estacionalidad del crecimiento. El sesgo que se origina en la estimación de Z , en especies pequeñas y de vida corta, las cuales están expuestas a fuertes fluctuaciones estacionales en su crecimiento debido a cambios en las condiciones ambientales, es suprimido en gran medida gracias a este nuevo método. De esta manera, se logran valores mucho más bajos de Z que aquellas obtenidas con los métodos en que se convierten las tallas, descritos en las Secciones 4.4.5 y 4.4.6.

4.5 ECUACIONES DE Z DE BEVERTON Y HOLT

El primer método que se expone en esta sección estima Z a partir de la talla media de los peces de la captura y de los parámetros de von Bertalanffy K y L_{∞} . Por lo tanto, la exigencia de datos es aún menor que la indicada para los métodos de la curva de captura linealizada, basados en las tallas, para los que hay que conocer la composición relativa de tallas de la captura (no necesariamente la absoluta; véanse las Secciones 4.4.5 y 4.4.6). Sin embargo, la derivación de las ecuaciones de Z de Beverton y Holt es algo más complicada desde un punto de vista matemático. A continuación se intentará explicar y justificar los métodos con ayuda de un ejemplo numérico, omitiendo los cálculos matemáticos. Igualmente se indicará que aún L_{∞} se puede calcular junto a un estimado de Z/K .

Suponga ahora que se han recogido muestras de composiciones por tallas de las capturas de una pesquería en 1960, 1970 y 1980, y que los resultados son los que aparecen en la Tabla 4.5.0.1. El

MODELO GENERAL PARA LA CURVA DE CAPTURA LINEALIZADA

$$\ln C(t_1, t_2) = d - Z*t_1 + \ln[1 - \exp(-Z*(t_2-t_1))] \quad (\text{Ec. 4.4.2.1})$$

Modelos basados en datos de composición de edades	$\Delta t = t_2-t_1$ es constante ECUACION DE CAPTURA LINEALIZADA CON INTERVALOS DE TIEMPO CONSTANTE $\ln C(t, t+\Delta t) = g - Z*t$ (Eq. 4.4.3.1)	
	$\Delta t = t_2-t_1$ es variable $\Delta t =$ pequeño ECUACION DE LA CURVA DE CAPTURA LINEALIZADA CON INTERVALOS DE TIEMPO VARIABLES $\ln \frac{C(t, t+\Delta t)}{\Delta t} = c - Z*(t+\Delta t/2)$ (Ec. 4.4.4.2)	$\Delta t = \infty$ ECUACION DE LA CURVA DE CAPTURA ACUMULADA $\ln C(t, \infty) = d - Z*t$ (Ec. 4.4.4.1)
Conversión de tallas a edad	$\Delta t(L_1, L_2) = \frac{1}{K} \ln \frac{L_\infty - L_1}{L_\infty - L_2}$ (Ec. 4.4.5.1) y $t + \Delta t/2 \approx t_0 - \frac{1}{K} \ln \left[1 - \frac{L_1 + L_2}{2L_\infty} \right]$ (Ec. 4.4.5.2)	$t(L) = t_0 - \frac{1}{K} \ln \left[1 - \frac{L}{L_\infty} \right]$ (Ec. 3.3.3.2)
Modelos basados en datos de composición de tallas	CURVA DE CAPTURA LINEALIZADA CONVERTIDA A LONGITUD $\ln \frac{C(L_1, L_2)}{\Delta t(L_1, L_2)} = c - Z*t \left[\frac{L_1 + L_2}{2} \right]$ (Ec. 4.4.5.3)	METODO DE JONES Y VAN ZALINGE $\ln C(L, L_\infty) = a + \frac{Z}{K} \ln(L_\infty - L)$ (Ec. 4.4.6.1)

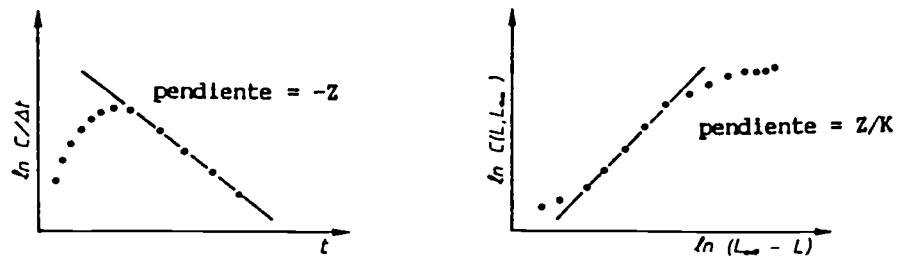
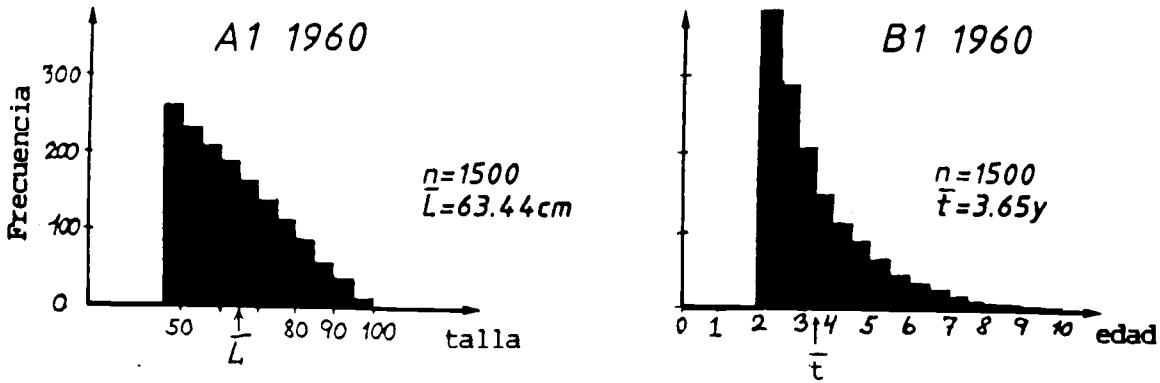


Fig. 4.4.7.1 Resumen de los modelos presentados en la Sección 4.4.

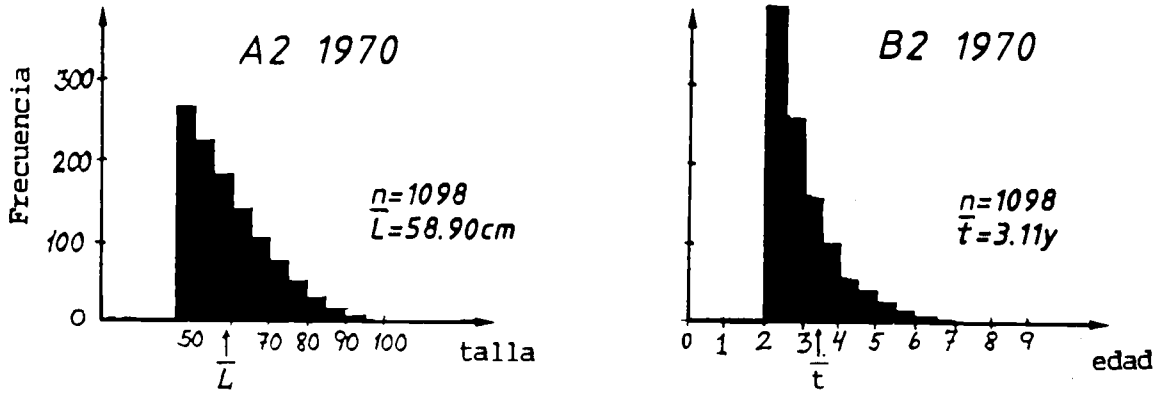
A TALLA

B EDAD

Explotación leve: $Z = 0.6$ por año



Explotación mediana: $Z = 0.9$ por año



Explotación intensa: $Z = 1.2$ por año

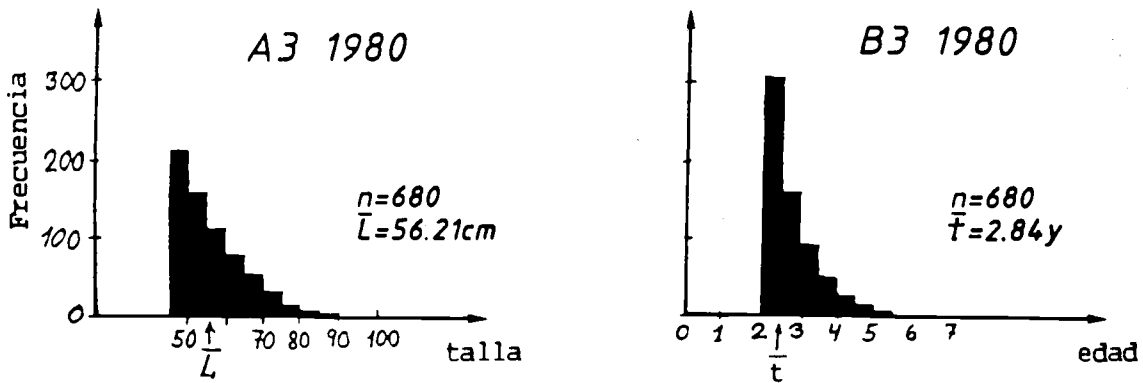


Fig. 4.5.0.1 Ejemplo hipotético para ilustrar la ecuación de Z de Beverton y Holt (Ec. 4.5.0.1). $K = 0.3$, $L' = 45$ cm y $L_{\infty} = 100$ cm.

TABLA 4.5.0.1
Muestras de la composición de tallas en las capturas (ejemplo hipotético para ilustrar el método). Las tallas medias se calculan como se explica en la Sección 2.1 (Tabla 2.1.2). L' es la talla a la cual todos los peces de esa longitud y más grandes están sometidos a plena explotación

año		1960	1970	1980	1960	1970	1980
grupo de talla	marca de clase	número de peces capturados			número de peces*marca de clase		
L1-L2	$\frac{L1+L2}{2}$		C		$C * \frac{L1+L2}{2}$		
L' = 45-50	47.5	256	268	212	12160.0	12730.0	10070.0
50-55	52.5	237	226	161	12442.0	11865.0	8452.5
55-60	57.5	211	180	116	12132.5	10350.0	6670.0
60-65	62.5	187	141	79	11687.5	8812.5	4937.5
65-70	67.5	161	105	52	10867.5	7087.5	3510.0
70-75	72.5	138	76	31	10005.0	5510.0	2247.5
75-80	77.5	113	50	17	8757.5	3875.0	1317.5
80-85	82.5	87	30	8	7177.5	2475.0	660.0
85-90	87.5	62	15	3	5425.0	1312.5	262.5
90-95	92.5	36	6	1	3330.0	555.0	92.5
95-100	97.5	12	1	0	1170.0	97.5	0.0
Total, n		1500	1098	680			
$\Sigma C * \frac{L1+L2}{2}$					95154.5	64670.0	38220.0
$\bar{L} = (\Sigma C * \frac{L1+L2}{2}) / n$					63.44	58.90	56.21

ejemplo se basa en un conjunto de datos hipotéticos, es decir, un grupo de datos para los que se conocen los parámetros verdaderos. Los grupos de tallas representan sólo la parte del stock que está sometida a plena explotación (véase para este propósito la Sección 4.4.5), es decir, aquella parte del stock en la que se supone que Z permanece constante en todos los grupos de tallas. Naturalmente, Z puede tener valores diferentes en los tres años en cuestión.

Además, se deben conocer los parámetros K y L_{∞} de von Bertalanffy. En el ejemplo, de la Tabla 4.5.0.1 los parámetros son:

$$K = 0.3 \text{ por año} \quad \text{y} \quad L_{\infty} = 100 \text{ cm}$$

Las Figuras 4.5.0.1A1 a 4.5.0.1A3 muestran las distribuciones de frecuencias de tallas. La talla media \bar{L} tiene una tendencia decreciente en el tiempo. De este modo, en 1980 sobrevivieron menos peces de una determinada talla que en 1970 y 1960. Si esta variación de la talla media se debe solamente a un cambio en la mortalidad por pesca de la población, se deduce que:

$$(F \text{ en } 1960) < (F \text{ en } 1970) < (F \text{ en } 1980).$$

En otras palabras, mientras menor sea la talla media de la captura, mayor será F. Suponiendo que la mortalidad natural, M, sea constante, la misma conclusión se aplica a la mortalidad total, $Z = F+M$.

4.5.1 Ecuación de Z de Beverton y Holt, basada en las tallas

Beverton y Holt (1956) demostraron que la relación funcional entre Z y \bar{L} es:

$$Z = K * \frac{L_{\infty} - \bar{L}}{\bar{L} - L'} \quad (4.5.1.1)$$

donde \bar{L} es la talla media de los peces de longitud L' y más grandes, y L' es "alguna talla en la que todos los peces de ese tamaño y más grandes están sometidos a una explotación plena". Observe que L' es el límite

inferior del intervalo de talla correspondiente. Para la elección de L' se pueden aplicar las mismas observaciones que se hicieron en las Secciones 4.4.2 y 4.4.6. En el ejemplo, se ha elegido un valor de $L' = 45$ cm.

Los valores de Z para los tres años del ejemplo son (véase la Tabla 4.5.0.1 y la Fig. 4.5.0.1A):

$$Z(1960) = 0.3 * \frac{100.0 - 63.44}{63.44 - 45.0} = 0.6 \text{ por año}$$

$$Z(1970) = 0.3 * \frac{100.0 - 58.90}{58.90 - 45.0} = 0.9 \text{ por año}$$

$$Z(1980) = 0.3 * \frac{100.0 - 56.21}{56.21 - 45.0} = 1.2 \text{ por año}$$

Este método se perfecciona en la Sección 4.5.4.

(Véanse los **Ejercicios** en la Parte 2).

4.5.2 Ecuación de Z de Beverton y Holt, basada en las edades

Al igual que el método de la curva de captura linealizada, la fórmula de Beverton y Holt, basada en las tallas, tiene un paralelo, basado en la edad. Aquí se le menciona principalmente porque ilustra una característica básica de la teoría de Beverton y Holt (véase la Sección 1.3).

Las composiciones por edades correspondientes a las composiciones por tallas de la Tabla 4.5.0.1 aparecen en la Tabla 4.5.2.1 y en la Fig. 4.5.0.1B. El mismo razonamiento que se utilizó para la talla media se puede aplicar a la edad media: mientras mayor sea la mortalidad por pesca, menor será la edad media, \bar{t} , de la captura, o bien, mientras mayor sea la edad media, menor será F . Esto se puede considerar como una consecuencia de la relación funcional entre la edad y la talla. Sin embargo, la relación exacta entre la edad media y la talla media es algo complicada. Se debe tener en cuenta que la ecuación de von Bertalanffy no transforma la edad media en talla media, porque la ecuación de crecimiento no es lineal.

El paralelo de la Ec. 4.5.1.1, basado en la edad, es algo más sencillo; Beverton y Holt demostraron que:

$$Z = \frac{1}{\bar{t} - t'} \quad (4.5.2.1)$$

donde \bar{t} es la edad media de todos los peces de edad t' y más viejos, y t' es "alguna edad en la que todos los peces de esa edad y más viejos están sometidos a una explotación plena". En el ejemplo, se tiene que la edad t' correspondiente a $L' = 45$ cm, es

$$t'_{45} = t_0 - \frac{1}{K} * \ln(1 - L/L_\infty) = 0 - \frac{1}{0.3} * \ln(1 - 45/100) = 1.99 \text{ años}$$

y que:

$$Z(1960) = \frac{1}{3.65 - 2.0} = 0.6 \text{ por año}$$

$$Z(1970) = \frac{1}{3.11 - 2.0} = 0.9 \text{ por año}$$

$$Z(1980) = \frac{1}{2.84 - 2.0} = 1.2 \text{ por año}$$

4.5.3 Ecuación de Z de Beverton y Holt, basada en la talla de primera captura

Existe una tercera versión de la ecuación que es matemáticamente equivalente a la Ec. 4.5.1.1, pero conceptualmente distinta. Considere en esta oportunidad la "curva de selectividad del arte de pesca", por ejemplo para una red de arrastre, como la que aparece en la Fig. 4.5.3.1. El eje vertical indica el

TABLA 4.5.2.1
Composición por edades de las muestras listadas en la
Tabla 4.5.0.1

grupo de edad	1960	1970	1980
2.0- 2.5	390	399	308
2.5- 3.0	289	255	169
3.0- 3.5	214	162	92
3.5- 4.0	150	103	52
4.0- 4.5	118	66	28
4.5- 5.0	97	42	15
5.0- 5.5	64	27	8
5.5- 6.0	48	17	6
6.0- 6.5	35	11	2
6.5- 7.0	26	7	-
7.0- 7.5	19	4	-
7.5- 8.0	14	3	-
8.0- 8.5	11	2	-
8.5- 9.0	8	-	-
9.0- 9.5	6	-	-
9.5-10.0	4	-	-
10.0-10.5	3	-	-
10.5-11.0	2	-	-
11.0-11.5	2	-	-
tamaño muestral	1500	1098	680
Σ número*edad	5475	3415	1931
edad media, \bar{t}	3.65	3.11	2.84

porcentaje de peces que entran en el arte (la red de arrastre) y que quedan retenidos por las mallas. L_c , ó $L_{50\%}$, es la talla en la que un 50% es retenido y el otro 50% escapa a través de las mallas. Nótese que $L_c < L'$. (En el Capítulo 6 se examinarán más a fondo las propiedades de las curvas de selección).

Esta versión de la ecuación de Z de Beverton y Holt tiene la expresión:

$$Z = K * \frac{L_{\infty} - \bar{L}_c}{\bar{L}_c - L_c} \quad (4.5.3.1)$$

donde L_c es la "talla en que queda retenido el 50% de los peces que entran en el arte" y \bar{L}_c es la "talla media de la captura total". La Ec. 4.5.3.1 se ha demostrado útil en muchos casos en que se disponía de estimaciones de \bar{L} y L_c , pero no se conocían L y L' .

4.5.4 El método de Powell-Wetherall

Como se expone en Wetherall *et al.* (1987), Powell (1979) propuso una aplicación especial de la Ec. 4.5.1.1 que permite estimar L_{∞} y Z/K . Como L' puede adquirir cualquier valor igual o superior a la talla más pequeña en régimen de explotación plena, la Ec. 4.5.1.1 puede dar una serie de estimaciones de Z, a saber, una para cada L' elegida. Esto permite transformar la Ec. 4.5.1.1 en un análisis de regresión, con L' como variable independiente. Mediante una serie de operaciones algebraicas se demuestra que la Ec. 4.5.1.1 es equivalente a:

$$\bar{L} - L' = a + b * L' \quad (4.5.4.1)$$

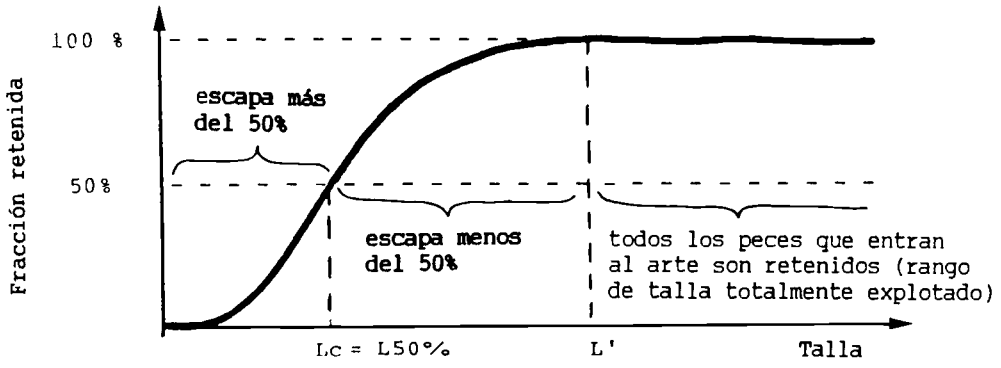


Fig. 4.5.3.1 Curva logística de selección.

donde

$$Z/K = -(1+b)/b \text{ y } L_{\infty} = -a/b$$

ó

$$b = -K/(Z+K) \text{ y } a = -b \cdot L_{\infty}$$

Así, representando gráficamente $\bar{L}-L'$ respecto de L' se obtiene: una regresión lineal con la que se pueden estimar a y b , y, por lo tanto, L_{∞} y Z/K (véase la Fig. 4.5.4.1). Powell (1979) propuso en realidad toda una serie de fórmulas diferentes para Z/K , de las cuales la Ec. 4.5.4.1 es la más simple. Este método es especialmente adecuado cuando se sabe poco o nada sobre el stock de peces en cuestión. En este caso, la estimación de L_{∞} es especialmente útil.

Cabe recordar que, al igual que la fórmula de Beverton y Holt (Ec. 4.5.1.1), este método se basa en el supuesto de un sistema de parámetros constantes, lo que reduce su aplicabilidad.

Ejemplo 16: El método de Powell-Wetherall

La Tabla 4.5.4.1 y la Fig. 4.5.4.2 ilustran un ejemplo del método de Powell-Wetherall. El cálculo de \bar{L} comienza con la clase de talla más grande, en este caso, con $L' = 46$ cm.

El próximo valor de \bar{L} se calcula como sigue: $(46 \cdot 3 + 44 \cdot 10) / 13 = 44.462$. L' es el límite inferior de cada clase de talla. Los valores para $\bar{L}-L'$ se obtienen, substrayendo \bar{L} del valor correspondiente de L' ; por ejemplo, $46.000 - 45 = 1.000$ y $44.462 - 43 = 1.462$. Estos valores se grafican primero frente a

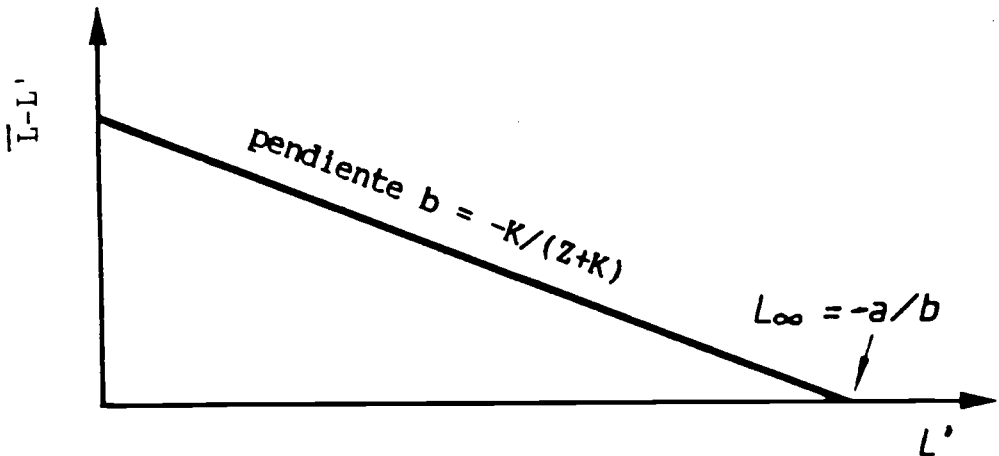


Fig. 4.5.4.1 Gráfico de Powell-Wetherall.

TABLA 4.5.4.1
Método de Powell-Wetherall (véase la Fig. 4.5.4.2). En la Tabla 6.5.1
se utilizan los mismos datos

intervalo de talla L1-L2 (x) = L1	número peces capturados C(L1,L2)	talla media de los peces mayores que L' \bar{L}	$\bar{L} - L'$ (y)	
3-5	37	21.101	18.101	
5-7	56	21.291	16.291	
7-9	86	21.552	14.552	no
9-11	129	21.917	12.917	utilizado
11-13	188	22.419	11.419	en el
13-15	258	23.101	10.101	análisis
15-17	319	23.998	8.998	
17-19	352	25.108	8.108	
19-21	351	26.394	7.394	
21-23	324	27.801	6.801	
23-25	283	29.279	6.279	
25-27	239	30.792	5.792	
27-29	196	32.320	5.320	
29-31	158	33.852	4.852	utilizado
31-33	123	35.392	4.392	en el
33-35	93	36.926	3.926	análisis
35-37	69	38.447	3.447	
37-39	48	39.982	2.982	
39-41	31	41.516	2.516	
41-43	18	43.032	2.032	
43-45	10	44.462	1.462	no
45-47	3	46.000	1.000	utilizado
intercepto a: 11.671		límites de confianza de a: [11.64 , 11.70]		
pendiente b: -0.2349		límites de confianza de b: [-0.2359 , -0.2340]		
$L_{\infty} = -a/b = 49.7$		$Z/K = -(1+b)/b = 3.26$		

L' , con el fin de poder juzgar qué puntos se ubican en la línea recta y deberían ser incluidos en el análisis de regresión lineal. En este ejemplo, se excluyeron los dos puntos que corresponden a las tallas más grandes, ya que son representativos de muy pocos peces. (Nótese que el mismo conjunto de datos se usó para ilustrar la estimación de la ojiva de selección de una curva de captura, véase la Sección 6.5).

Programas para computador

El programa "BHZWET" del paquete de programas para microcomputador LFSA (Sparre, 1987) puede ejecutar el análisis de Powell-Wetherall, así como, el cálculo de Z, de acuerdo a la ecuación de Z de Beverton y Holt. Los paquetes de programas para microcomputador "COMPLEAT ELEFAN" (Gayanilo *et al.*, 1988) y FiSAT (Gayanilo *et al.*, 1995) también contienen módulos para realizar este cálculo.

4.6 GRAFICO DE Z RESPECTO DEL ESFUERZO PARA LA ESTIMACION SEPARADA DE F Y M

La estimación de Z, calculada con los métodos descritos en la sección anterior; se puede utilizar, a veces, para obtener estimaciones de F, la mortalidad por pesca, y M, la mortalidad natural. Esto es

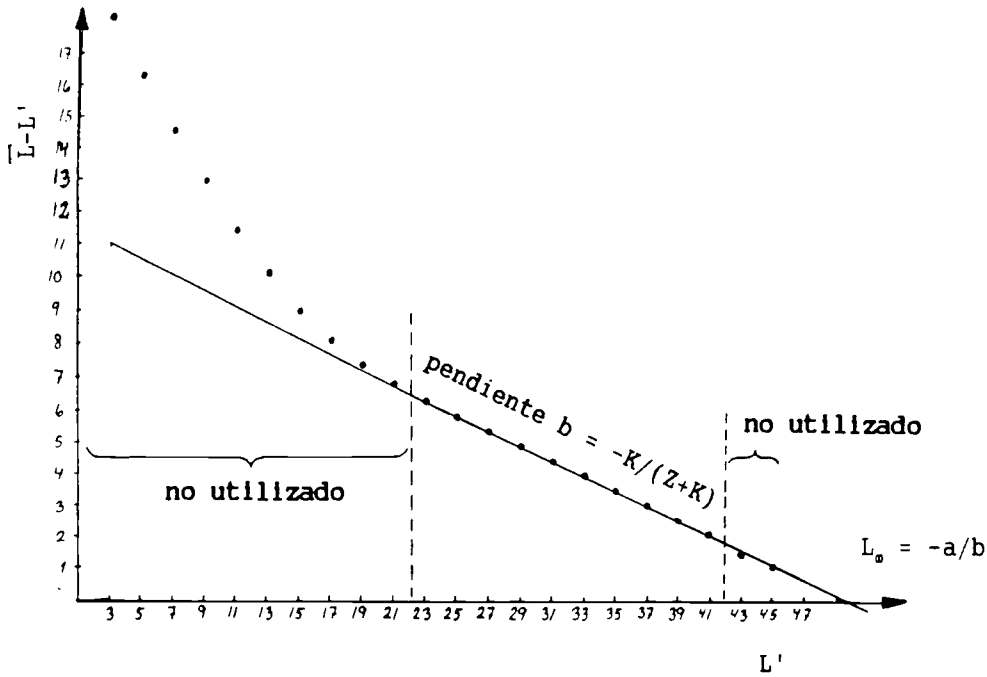


Fig. 4.5.4.2 Gráfico de Powell-Wetherall basado en datos de la Tabla 4.5.4.1.

posible, si se dispone de pares de estimaciones de Z y del esfuerzo para varios períodos de tiempo, que abarquen una amplia serie de niveles de esfuerzo.

Sean Z(a) y F(a) la mortalidad total y el esfuerzo en el año a. El método (Paloheimo, 1958, 1961 y 1980) se basa en la Ec. 4.2.3: $Z = F+M$, y en el supuesto de que el esfuerzo y la mortalidad por pesca se relacionan del modo simple enunciado en la Ec. 4.3.0.7: $F(a) = q*f(a)$, donde q es el coeficiente de capturabilidad. Al insertar la Ec. 4.3.0.7 en la Ec. 4.2.3 se obtiene:

$$Z(a) = M + q*f(a) \tag{4.6.1}$$

Con Z como variable dependiente y f como variable independiente, la Ec. 4.6.1 se transforma en una regresión lineal con pendiente q y con la mortalidad natural, M, como intercepto. La mortalidad por pesca del período de tiempo a, F(a), se deriva de:

$$F(a) = Z(a) - M$$

Ejemplo 17: Estimación de M y q en una especie tropical

La Tabla 4.6.1 muestra una aplicación de la Ec. 4.6.1 al *Selavoides leptolepis* del Golfo de Tailandia (Boonyubol y Hongskul, 1978). En este caso, Z se calcula por medio de la Ec. 4.5.3.1, es decir, las observaciones son L_c , la talla de retención del 50%, y \bar{L}_c , la talla media de todos los peces de la captura. El esfuerzo se expresa en millones de horas de arrastre por año. La Fig. 4.6.1 muestra el gráfico de Z respecto del esfuerzo.

Utilizando la regresión lineal se obtiene:

Pendiente : $q = 0.2532$

Intercepto : $M = 2.034$ por año

Los límites de confianza se calculan como se describió en la Sección 2.4:

$$sq^2 = \frac{1}{n-2} * \left[\left(\frac{SY}{SX} \right)^2 - q^2 \right] = \frac{1}{6} * \left[\left(\frac{0.7724}{2.7423} \right)^2 - 0.2532^2 \right] = 0.002533$$

TABLA 4.6.1
Datos para la estimación de M y q en *Selaroides leptolepis* del
Golfo de Tailandia (Boonyubol y Hongskul, 1978)
K = 1.16 por año, Lc = 10.0 cm, L_∞ = 20.0 cm

año	esfuerzo a)	talla media	Z = K* $\frac{L_{\infty} - \bar{L}_c}{\bar{L}_c - L_c}$	(Ec. 4.5.3.1)
y	f(y)	\bar{L}_c cm		
1966	2.08	13.25		2.41
1967	2.08	13.01		2.69
1968	3.50	12.99		2.72
1969	3.60	13.07		2.62
1970	3.80	12.37		3.73
1971	-	-	sin datos	-
1972	7.19	12.30		3.88
1973	9.94	12.01		4.61
1974	6.06	12.60		3.30

a) esfuerzo calculado en millones de horas de arrastre

$$sq = 0.0503$$

$$sM^2 = sq^2 * \left(\frac{n-1}{n} * sx^2 + \bar{x}^2 \right) = 0.002533 * \left(\frac{7}{8} * 2.7423^2 + 4.7813^2 \right) = 0.07457$$

$$sM = 0.2731$$

Los límites de confianza al 95% de q y M son:

$$q: [q - sq * t_{n-2}, q + sq * t_{n-2}] = [0.253 - 0.0503 * 2.45, 0.253 + 0.0503 * 2.45] = [0.13, 0.38]$$

$$M: [M - sM * t_{n-2}, M + sM * t_{n-2}] = [2.03 - 0.2731 * 2.45, 2.03 + 0.2731 * 2.45] = [1.36, 2.70]$$

Las estimaciones de M y q que se obtienen de esta forma no son precisas. Por ejemplo, se basan en el supuesto de que el esfuerzo es proporcional a la mortalidad por pesca, es decir, de que q es constante; supuesto que siempre se puede poner en duda debido a la tendencia ascendente de la eficiencia de pesca. Una hora de arrastre en 1970 puede no haber producido la misma mortalidad por pesca que una hora de arrastre en 1980, porque en 1980 las embarcaciones de pesca estaban mejor equipadas (aparejos más eficaces, motores más grandes, etc.) que en 1970. Si esto se aplica al ejemplo de la Fig. 4.6.1, las observaciones más recientes deberían ser desplazadas hacia la derecha para compensar la mayor eficacia de pesca. Esto equivaldría a expresar el esfuerzo en unidades de horas de arrastre por año de acuerdo a 1966. El efecto en el análisis de regresión sería una pendiente más pequeña y un intercepto más grande, es decir, la estimación de M sería mayor y la de q menor.

Hay que tener en cuenta también que la aplicación del método sólo es posible si ha habido un cambio evidente en el esfuerzo durante el período considerado (véase el Ejercicio 4.6). Si el esfuerzo (la variable independiente) permanece constante en ese período, no será posible ajustar una línea a los puntos.

En la Sección 4.7 se seguirá analizando la mortalidad natural y se propondrán otros dos métodos simples para estimar M. Como todos los métodos sencillos para calcular la mortalidad natural son

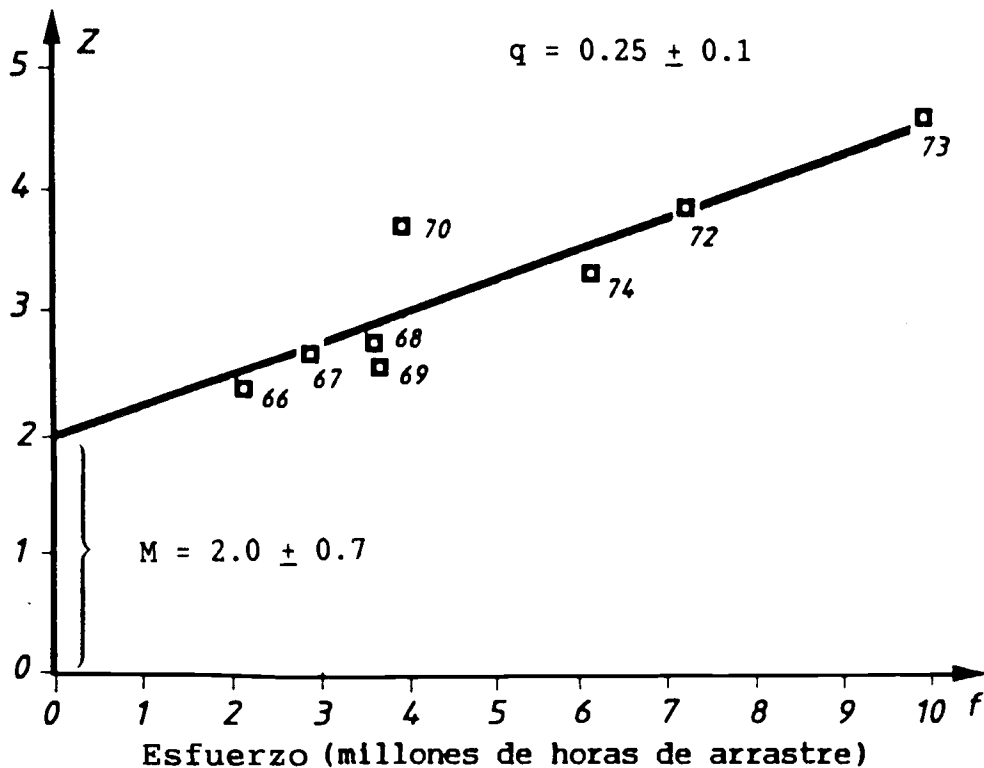


Fig. 4.6.1 Gráfico de mortalidad total, Z, sobre el esfuerzo, f, para la estimación de la mortalidad natural, M, y el coeficiente de capturabilidad, q. Basado en datos de la Tabla 4.6.1 (Boonyubol y Hongskul, 1978).

inciertos, se recomienda evaluar siempre si las estimaciones son razonables, comparando los resultados con los de otros métodos posibles y las estimaciones de M con la mortalidad natural de especies parecidas.

(Véanse los Ejercicios en la Parte 2).

4.7 MORTALIDAD NATURAL

En la Sección 4.6 se describió un método para estimar el coeficiente de mortalidad natural, M. En las publicaciones especializadas se han propuesto muchos otros procedimientos; la mayor parte de ellos, sino todos ellos, no pasan de ser “conjeturas” o “hipótesis calificadas”. Algunos de estos métodos ya se aplican ampliamente, y quizás suceda lo mismo con otros en el futuro. Por lo tanto, vale la pena examinarlos.

Recuerde, que la mortalidad natural es aquella producida por cualquier causa diferente de la pesca, por ejemplo, la depredación (incluido el canibalismo), las enfermedades, el estrés del desove, la inanición y la vejez. La mortalidad por depredación e inanición y otros tipos de mortalidad están ligados al ecosistema del ambiente. Una misma especie puede tener distintas tasas de mortalidad natural, en diferentes zonas; según la densidad de los depredadores y competidores, cuya abundancia está influenciada por las actividades de pesca.

Como a menudo es imposible obtener mediciones directas de M, se ha intentado identificar cantidades que se pueden suponer proporcionales a M y que sean más fáciles de medir (o de estimar).

Se ha demostrado que el parámetro de curvatura de von Bertalanffy, K, se relaciona con la

longevidad de los peces (Beverton y Holt, 1959), y la longevidad está relacionada con la mortalidad (véase la Ec. 4.5.2.1) (Tanaka, 1960; Holt, 1965 y Saville, 1977). En la Sección 4.7.1 se tratan otros métodos en que interviene la longevidad.

Como tosca generalización, se puede indicar que las especies ícticas con un valor de K alto tienen igualmente un valor alto de M , y las especies con un valor de K bajo tienen una mortalidad natural baja. Una especie de crecimiento lento (K bajo) simplemente no puede soportar una mortalidad natural alta, pues se extinguiría rápidamente. Respecto a esto mismo, Beverton y Holt (1959) hallaron que los valores de la razón M/K , por lo general, se sitúan en el rango de 1.5 a 2.5.

La mortalidad natural también debe estar relacionada con L_{∞} o el peso máximo de la especie, W_{∞} , ya que los peces grandes tienen menos depredadores que los pequeños. Se ha sugerido que, para ciertos grupos de animales, M se puede predecir a partir del tamaño corporal (Taylor, 1960, para los bivalvos, y Peterson y Wroblewski, 1984, para los peces pelágicos).

Así también, Rikhter y Efanov (Sección 4.7.3) demostraron que los peces con una mortalidad natural alta maduran precozmente, compensando así la M alta con un inicio temprano de la fase reproductiva. Cabe mencionar también que Gunderson y Dygert (1988) descubrieron una relación entre M y la razón del peso de las gónadas al peso somático. Esto resulta razonable, porque los peces pueden compensar una mortalidad alta produciendo más huevos.

Además, como la mayoría de los procesos biológicos son más rápidos a temperaturas más altas (naturalmente, dentro de ciertos límites) se podría pensar que existe una relación entre la mortalidad natural y la temperatura ambiental. La fórmula empírica de Pauly (Sección 4.7.2) describe M como una función de K , L_{∞} y T , la temperatura del ambiente en donde viven los organismos.

4.7.1 Mortalidad natural y longevidad

Intuitivamente se tiende a considerar que la longevidad está mucho más relacionada con la mortalidad que con K , L_{∞} ó la temperatura ambiente. El concepto básico de los coeficientes de mortalidad se examinó en la Sección 4.2 (véase, por ejemplo, la Fig. 4.2.1). No obstante, Alagaraja (1984) propuso otra forma de ilustrar el concepto de coeficiente de mortalidad. Definió provisionalmente el lapso de vida natural de las especies ícticas (o longevidad) como: la edad a la que el 99% de una cohorte habría muerto si hubiera estado expuesta solamente a la mortalidad natural (es decir, si $Z = M$). Si T_m representa la longevidad y $M1\%$ la mortalidad natural correspondiente al 1% de supervivencia, entonces:

$$M1\% = -\ln(0.01)/T_m \quad (4.7.1.1)$$

La Tabla 4.7.1.1 muestra una serie de valores de M correspondientes a un lapso vital del 99.0% y del 99.9%.

La Tabla 4.7.1.1 se puede emplear para hacer una primera estimación de la mortalidad conjuntamente con un análisis de progresión modal (en particular, para especies tropicales). Si, por ejemplo, el análisis de progresión modal (véase la Sección 3.4.2) da un número significativo (más del 1%) de peces de tres años de edad en las muestras de captura, no se debería aceptar una mortalidad total Z superior a 1.5. Si se encuentran muy pocos individuos (menos del 1 por mil), se puede aceptar una mortalidad total de hasta 2.3.

Como la longevidad es normalmente tan difícil de observar como la mortalidad natural, la relación de la mortalidad con el lapso vital no ofrece ningún modo más sencillo de calcular M , pero ayuda a presentar los conceptos de una forma que quizás sea más fácil de comprender. El grado de facilidad de la estimación de la longevidad de una determinada especie depende de la dificultad para determinar la edad de los ejemplares más viejos. Si la edad de éstos se puede determinar a partir de las partes duras y si la población no está explotada, es relativamente fácil obtener una estimación de T_m .

TABLA 4.7.1.1
Valores de M para diferentes lapsos de vida

Tm	(meses)	3	4	5	6	7	8	10	12	
M1%	por año	18	14	11	9	8	6.9	5.5	4.6	
M0.1%	por año	28	21	17	14	12	10	8.3	6.9	
Tm	(años)	2	3	4	5	6	8	10	15	20
M1%	por año	2.3	1.5	1.2	0.92	0.77	0.58	0.46	0.31	0.23
M0.1%	por año	3.5	2.3	1.7	1.4	1.2	0.86	0.77	0.69	0.63

Estos aspectos fueron estudiados por Hoenig (1983), quien también desarrolló un modelo para calcular Z a partir de las observaciones sobre la longevidad. Básicamente se trata del mismo modelo que el de Alagaraja (1984), sólo que se aplica a Z y no a M. Así, Hoenig propuso la siguiente ecuación, basada en las observaciones de Z y Tm y el análisis de regresión lineal:

$$\ln(Z) = a + b \cdot \ln(Tm) \quad \text{con}$$

$a = 1.46$ y $b = -1.01$ para los peces (sobre la base de 84 stocks de 53 especies diferentes), y

$a = 1.23$ y $b = -0.832$ para los moluscos (sobre la base de 28 stocks de 13 especies diferentes).

Los resultados anteriores se basaron principalmente en datos de stocks no explotados. Hoenig sugirió que Tm se estimara a partir de la edad media de los “ejemplares más viejos” de una muestra. Sin embargo, este criterio resulta algo problemático, ya que el cálculo de Tm depende entonces del tamaño de la muestra y de la proporción de la misma que se considera que representa a “los ejemplares más viejos”.

Por último, es preciso recalcar que el supuesto frecuente de que la mortalidad natural permanece constante para todos los grupos de edad (talla) dentro de una especie, es muy poco realista para determinados grupos de edad (talla). Naturalmente, un ejemplar pequeño está sometido a una mayor mortalidad por depredación que uno más grande, simplemente porque los animales pequeños tienen más depredadores que los grandes. Esta diferencia en la mortalidad por depredación (que tal vez sea la principal causa de mortalidad natural en los peces pequeños) puede ser muy grande.

Al estimar las mortalidades por depredación mediante un análisis de cohorte de multiespecies, combinado con el trabajo relativo al contenido gástrico, el Grupo de Trabajo de Multiespecies del CIEM (ICES, 1986; Gislason y Sparre, 1987) encontró un factor de alrededor de 10 entre las mortalidades de los peces del grupo 0 y del grupo 2 en el Mar del Norte. (Más adelante, en la Sección 10.2, se discute el APV multiespecífico).

4.7.2 Fórmula empírica de Pauly

Pauly (1980b) hizo un análisis de regresión de M (por año) sobre K (por año), L_{∞} (cm) y T (temperatura media anual en la superficie, en grados centígrados), basado en los datos de 175 poblaciones diferentes, y estimó la relación lineal empírica:

$$\ln M = -0.0152 - 0.279 \cdot \ln L_{\infty} + 0.6543 \cdot \ln K + 0.463 \cdot \ln T \quad (4.7.2.1)$$

La Tabla 4.7.2.1 muestra los valores de M (por año), calculados con la fórmula de Pauly para diversas combinaciones de L_{∞} , K y T. Tenga presente que la estimación de M, obtenida con la Ec. 4.7.2.1 pertenece a la categoría de las “hipótesis calificadas”.

TABLA 4.7.2.1
Mortalidad natural (por año) calculada por la fórmula de Pauly para varias combinaciones de L_{∞} , K y T

L_{∞}	T = 5°C				T = 25°C			
	K 0.1	0.5	1.0	2.0	K 0.1	0.5	1.0	2.0
10	0.24	0.70	1.10	1.7	0.51	1.5	2.3	3.6
80	0.14	0.38	0.60	1.0	0.29	0.8	1.3	2.0
200	0.10	0.30	0.47	0.7	0.22	0.6	1.0	1.6

La Ec. 4.7.2.1 puede ser correcta para un "pez promedio" y, sin embargo, alejarse mucho de la realidad para todo un stock de peces. La fórmula indica que:

1. Los peces pequeños tienen una mortalidad natural alta.
2. Las especies de crecimiento rápido tienen una mortalidad natural alta.
3. Mientras más cálida sea el agua, más alta será la mortalidad natural.

La conclusión es que cualquier otro aspecto que pueda influir en la mortalidad natural se considera "ruido aleatorio en torno a la línea de regresión" (Ec. 4.7.2.1). Los otros aspectos son, por ejemplo, el comportamiento (cardúmenes, pelágicos/demersales), la fisiología de la reproducción, el ecosistema (abundancia de depredadores). De allí que Pauly (1983) sugiere que en la Ec. 4.7.2.1 se tenga en cuenta estos aspectos. Por ejemplo, en especies que forman cardúmenes la estimación será un 20 por ciento menor; por esta razón el resultado se debe multiplicar por 0.8. Así la ecuación queda de la siguiente manera:

$$M = 0.8 * \exp[-0.0152 - 0.279 * \ln L_{\infty} + 0.6543 * \ln K + 0.463 * \ln T] \quad (4.7.2.2)$$

Hay que tener presente también que la calidad de los datos de entrada para el análisis de regresión del que se derivó la Ec. 4.7.2.1, es discutible. Para llegar a la Ec. 4.7.2.1 Pauly tuvo que utilizar "observaciones" de M, que, como se indicó anteriormente, son difíciles de obtener. Cualquier valor de M empleado para la estimación de la Ec. 4.7.2.1, resulta discutible. Por lo tanto, se recomienda usar sólo un decimal al presentar el resultado de la Ec. 4.7.2.1. En el caso de algunas especies, el resultado parece ser el doble o la mitad de lo que debería ser. Sin embargo, cuando no se dispone de ninguna otra información sobre M, que es el caso más frecuente, no se debería dudar en aplicar la Ec. 4.7.2.1 o la fórmula de Rikhter y Efanov expuesta en la Sección 4.7.3. En general, sólo se puede calcular M para las poblaciones no explotadas ($M = Z$).

Obsérvese que la fórmula de Pauly se basa en datos sobre poblaciones de peces solamente y que el resultado depende de cómo se mida la talla (longitud total, longitud a la horquilla, longitud estándar, etc.). Sin embargo, como la ecuación de Pauly sólo da una estimación aproximada de M, se puede prescindir de este detalle. No se debe emplear la fórmula de Pauly para crustáceos, moluscos, cefalópodos, o cualquier otro animal que no sean peces, ya que la fórmula no abarca a esos grupos.

4.7.3 Fórmula de Rikhter y Efanov

Beverton y Holt (1959) estudiaron una relación entre la longevidad, T_m , y la razón L_m/L_{∞} , donde L_m es la talla en el primer desove. Holt (1962) señaló que, en general, se aceptaba una razón L_m/L_{∞} de alrededor de 2/3 (0.64 como promedio, con valores mínimos y máximos de 0.3 y 0.9).

Prosiguiendo estas investigaciones, en la dinámica comparativa para las poblaciones de latitudes altas, Rikhter y Efanov (1976) demostraron que existe una relación estrecha entre M y $T_m 50\%$, la edad en que el 50% de la población está madura (también denominada "edad de maduración masiva"):

$$M = 1.521 / (T_m 50\%^{0.720}) - 0.155 \text{ por año} \quad (4.7.3.1)$$

Además, propusieron que $T_{m50\%}$ se considerara la “edad óptima”, definida como la edad en que la biomasa de una cohorte es máxima.

La Ec. 4.7.3.1 da los siguientes valores para $T_{m50\%}$:

$T_{m50\%}$	4 meses	8 meses	1 año	5 años	10 años
M	3.2	1.9	1.4	0.3	0.1