

5 METODOS DE POBLACION VIRTUAL

Este capítulo está dedicado, en principio, a las mismas materias tratadas en el Capítulo 4; sin embargo, ahora el análisis y los requisitos de datos están más detallados. Los métodos del Capítulo 4 se podrían aplicar a conjuntos de datos procedentes de muestras pequeñas, obtenidas de capturas comerciales o de capturas efectuadas por buques de investigación, mientras que los métodos descritos en este capítulo requieren de estimaciones del *número total de individuos capturados por la pesca comercial*.

Los métodos (o modelos) descritos en este capítulo están íntimamente relacionados con aquellos que serán descritos en el Capítulo 8. El Capítulo 5 trata sobre los métodos que se pueden utilizar para analizar el efecto que ha tenido la pesca en una clase anual particular de un stock y; por su parte, el Capítulo 8 versa sobre los métodos que se pueden emplear para predecir el efecto futuro de la aplicación de diferentes niveles de esfuerzo pesquero. Los métodos de la segunda categoría usualmente se basan en los resultados de los primeros. Los métodos que miran hacia el pasado, usando datos “históricos”, se denominan “*análisis de población virtual (APV)*” o “*análisis de cohorte*”, mientras que aquellos métodos que tratan con el futuro, se denominan “*métodos predictivos*” o “*métodos de Thompson y Bell*”.

El APV y el análisis de cohorte fueron desarrollados en primera instancia como métodos basados en la edad. Sin embargo, en años recientes se han desarrollado métodos basados en las tallas, lo cual es de especial interés para las pesquerías tropicales. En las Secciones 5.1 y 5.2 se discuten los métodos basados en la edad, mientras que los métodos basados en las tallas se examinan en la Sección 5.3.

También se han desarrollado versiones para efectuar análisis multiespecíficos de APV, pero estos no se incluyen en este manual. En Sparre (1991) se entregan nociones generales sobre estos modelos.

Como se mencionó anteriormente, se requiere disponer de información sobre la magnitud de la captura, en términos de número de peces. Los desembarques totales deben ser divididos en grupos de edad (métodos basados en la edad) o en grupos de tallas (métodos basados en las tallas). El número total de peces en la captura global se obtiene, expandiendo las distribuciones de edad o de tallas; establecidas en las muestras aleatorias del desembarque, a la captura total, empleando para ello la información de desembarque, expresada en toneladas. Así, se deben preparar tablas que contengan el desembarque total en número de individuos, por edad o tallas, por año o por mes, antes de comenzar el análisis.

5.1. ANALISIS DE POBLACION VIRTUAL (APV)

El análisis de población virtual o APV es básicamente el análisis de las capturas logradas por la pesca comercial, registros que se obtienen a través de estadísticas pesqueras, combinada con información detallada sobre la contribución de cada cohorte a la captura total, la cual generalmente se obtiene por medio de programas de muestreo y lecturas de edad. La palabra “virtual”, introducida por Fry (1949), se basa en la analogía con la “imagen virtual”, tomada de la física. Una “población virtual”, no corresponde a la población real, sino que es la única que podemos ver.

La idea tras este método es analizar lo que se puede ver, en este caso particular la captura, de modo de calcular la población que debía haber en el agua para producir esa captura (véase la Fig. 5.1.1).

Los desembarques totales de una cohorte a través de su vida dan una primera estimación sobre el número de reclutas de esa cohorte. Sin embargo, a través de este proceso se obtendría una

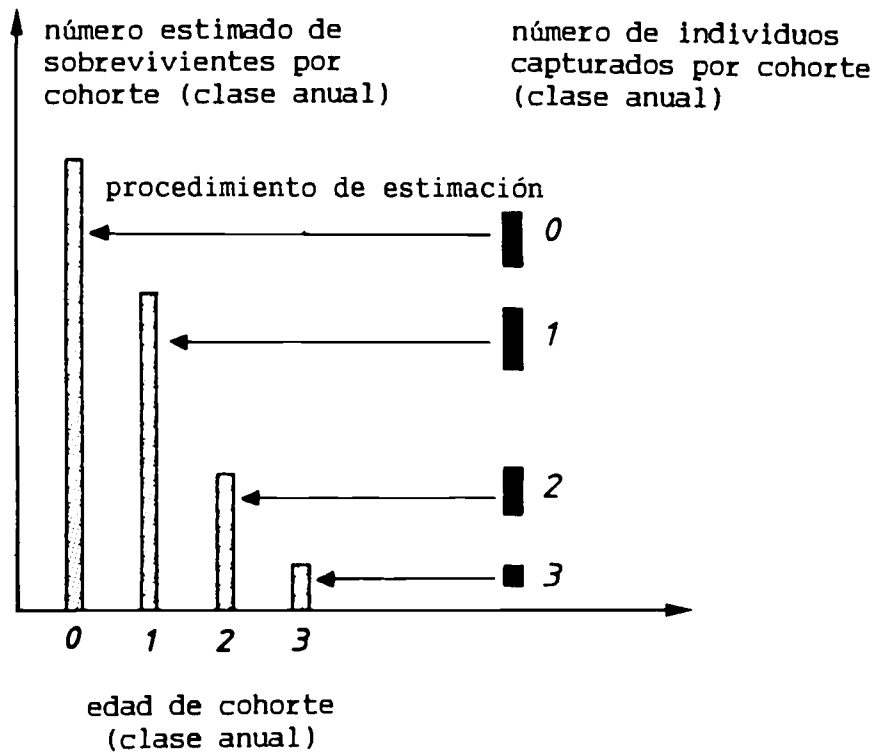


Fig. 5.1.1 Características básicas del APV. Para mayores explicaciones, véase el texto.

subestimación, ya que algunos peces tienen que haber muerto por causas naturales. Disponiendo de una estimación de M se puede realizar un cálculo retrospectivo y determinar cuántos peces de la cohorte sobrevivieron año tras año y, por último, cuántos reclutas habían. Al mismo tiempo, se pueden establecer los valores del coeficiente de mortalidad por pesca, F , porque se ha calculado el número de los peces vivos y se sabe desde el principio cuántos de ellos fueron capturados en un determinado año.

El APV por tanto, considera a las poblaciones desde una perspectiva histórica. La ventaja de realizar un APV es que una vez que se conoce su historia, resulta más sencillo predecir las futuras capturas, lo que usualmente es una de las tareas más importantes que se le encomienda a los especialistas pesqueros.

Una completa revisión sobre el desarrollo de los métodos de APV se encuentra en Megrey (1989). Este método se originó en la URSS, donde Derzhavin (1922) fue probablemente el primero en combinar los datos de edad con estadísticas de captura. Este método fue redescubierto por Fry (1949) y posteriormente modificado por varios autores, incluyendo a Gulland (1965) y Pope (1972). La modificación hecha por Pope es conocida como el "análisis de cohorte de Pope". Este método será analizado por separado en la Sección 5.2.

En los últimos años se han publicado diversos trabajos tendientes a divulgar el uso del APV, entre los cuales se puede mencionar los artículos de Pauly (1984) y Jones (1984).

El modo más sencillo de explicar los conceptos del APV es por medio de un ejemplo, basado en datos reales.

Ejemplo 18: Análisis de población virtual (APV), plegonero del Mar del Norte

La Tabla 4.4.3.1 contiene el tipo de datos, requerido para un análisis de población virtual, es decir,

las cantidades totales de individuos capturadas por grupos de edad en toda la pesquería comercial. Para explicar los conceptos del APV se utilizarán los datos consignados en la Tabla 4.4.3.1 para la cohorte de 1974 del plegonero del Mar del Norte (véase también el Ejercicio 4.4.3). De esta manera, sea $C(y,t,t+1)$ = número de peces capturados en el año y , con edades comprendidas entre t y $t+1$ años.

Las cantidades capturadas (en millones de ejemplares) fueron:

$$\begin{aligned} C(1974,0,1) &= 599, \text{ entre las edades } 0 \text{ y } 1 \\ C(1975,1,2) &= 860, \text{ entre las edades } 1 \text{ y } 2 \\ C(1976,2,3) &= 1071, \text{ entre las edades } 2 \text{ y } 3 \\ C(1977,3,4) &= 269, \text{ entre las edades } 3 \text{ y } 4 \\ C(1978,4,5) &= 69, \text{ entre las edades } 4 \text{ y } 5 \\ C(1979,5,6) &= 25, \text{ entre las edades } 5 \text{ y } 6 \\ C(1980,6,7) &= 8, \text{ entre las edades } 6 \text{ y } 7 \end{aligned}$$

Se comienzan los cálculos desde la parte inferior, vale decir en este caso con el número de peces capturados entre las edades 6 y 7, $C(1980,6,7) = 8$ millones de peces. Supongamos que sabemos que la mortalidad natural fue $M = 0.2$ por año para todos los grupos de edad. Si disponemos de la mortalidad por pesca terminal para el grupo de edades entre 6 y 7 años, llamado grupo 6, entonces se podría calcular cuántos peces tienen que haber habido en el mar el 1º de enero de 1980, $N(1980,6)$ para permitir una captura de 8 millones de plegoneros en 1980. Esta cantidad se calcula según la ecuación de captura (Ec. 4.2.7):

$$C(1980,6,7) = N(1980,6) * \frac{F}{Z} * [1 - \exp(-Z*(7-6))]$$

si hacemos una suposición inicial de $F(1980,6,7) = 0.5$ por año, entonces $Z = 0.5 + 0.2 = 0.7$. La ecuación de captura se expresa ahora como:

$$8 = N(1980,6) * \frac{0.5}{0.7} * [1 - \exp(-0.7*(7-6))] = N(1980,6) * 0.36$$

$$\text{por lo tanto, } N(1980,6) = \frac{8}{0.36} = 22.2 \text{ millones}$$

Ahora que conocemos el número de sobrevivientes al 1º de enero de 1980, $N(1980,6)$, cantidad que es igual al número de peces a finales de 1979, se puede calcular cuántos plegoneros deben haber habido en el mar el 1º de enero de 1979 para permitir una captura equivalente a $C(1979,5,6) = 25$ millones de peces durante 1979.

Sin embargo, en este proceso no es necesario efectuar una nueva suposición del valor de F , ya que ahora se puede calcular la mortalidad por pesca correspondiente a la captura registrada en ese año. Para el cálculo de F se aplica nuevamente la Ec. 4.2.7, pero ahora en forma conjunta con el modelo de extinción exponencial (Ec. 4.2.6). (En el ejemplo, en ambas ecuaciones el término $(t_2-t_1) = (t+1-t)$ ha sido omitido, en atención a que es igual a 1).

$$C(1979,5,6) = N(1979,5) * \frac{F}{Z} * [1 - \exp(-Z)] \quad (5.1.1)$$

y,

$$N(1980,6) = N(1979,5) * \exp(-Z)$$

que es equivalente a:

$$N(1979,5) = N(1980,6) * \exp(Z) \quad (5.1.2)$$

Introduciendo el valor de $N(1980,6) = 22.2$ millones, calculado anteriormente, se tiene ahora:

$$N(1979,5) = 22.2 * \exp(Z)$$

Si insertamos esa cantidad y el número de ejemplares capturados, $C(1979,5,6) = 25$ millones en la Ec. 5.1.1, se obtiene:

$$25 = 22.2 * \exp(Z) * \frac{F}{Z} * (1 - \exp(-Z))$$

lo que después de multiplicar y reorganizar es equivalente a:

$$\frac{25}{22.2} = \frac{F}{Z} * [\exp(Z) - 1]$$

si se supone que $M=0.2$, luego $Z = F+M = F + 0.2$ se tiene:

$$1.126 = \frac{F}{F+0.2} * [\exp(F+0.2) - 1]$$

De este modo, se ha obtenido una ecuación en que F es la única incógnita. Resolviéndola tendremos una estimación de F . Sin embargo, la ecuación anterior no es del tipo que se puede resolver mediante operaciones algebraicas. Hay que utilizar algún método de tanteo. Más adelante se verá cómo obviar este problema técnico menor; por el momento será pasado por alto, diciendo que la solución es $F = 0.696$, es decir:

$$1.126 = \frac{0.696}{0.696+0.2} * [\exp(0.696+0.2) - 1]$$

con $F = 0.696$ y $M = 0.2$ se llega a:

$$Z(1979,5,6) = M + F(1979,5,6) = 0.2+0.696 = 0.896$$

Con la estimación de $Z(1979,5,6) = 0.896$ es fácil calcular mediante el modelo de extinción (Ec. 5.1.2), el número de peces que compone el grupo de edad 5, al 1º de enero de 1979:

$$N(1979,5) = N(1980,6) * \exp(Z(1979,5,6))$$

o bien,

$$N(1979,5) = 22.2 * \exp(0.896) = 54.4 \text{ millones}$$

Los resultados de los cálculos efectuados hasta el momento pueden resumirse como sigue:

grupo de edad t	año y	individuos capturados en el año y $C(y,t,t+1)$	mortalidad por pesca en el año y $F(y,t,t+1)$	sobrevivientes al 1º de enero del año y $N(y,t)$
0	1974	599	↑	↑
1	1975	860	↑	↑
2	1976	1071	↑	↑
3	1977	269	↑	↑
4	1978	69	↑	↑
5	1979	25	0.70	54.4
6	1980	8	0.50 *)	22.2

*) se supone conocida de antemano

El par siguiente, $N(1978,4)$ y $F(1978,4,5)$, se puede calcular exactamente como para el año 1979. De este modo se puede trabajar "retrocediendo en el tiempo", estimando el número de sobrevivientes y las mortalidades por pesca de cada grupo de edad (como se indica por medio de las flechas).

Obsérvese que, a diferencia de los métodos de la curva de captura, no se presupone que F (y Z) permanezcan constantes. Cada grupo de edad puede tener un valor de F diferente. Por lo tanto, este método permite un análisis de la población más detallado que cualquier otro de los que hemos presentado hasta ahora. Las dos ecuaciones generales del APV son (véase la derivación, dada más arriba):

$$\frac{C(y,t,t+1)}{N(y+1,t+1)} = \frac{F(y,t,t+1)}{M+F(y,t,t+1)} * [\exp[F(y,t,t+1)+M] -1] \quad (5.1.3)$$

$$N(y,t) = N(y+1,t+1) * \exp[F(y,t,t+1)+M] \quad (5.1.4)$$

Para el año 1978 del ejemplo, obtenemos:

$$\frac{C(1978,4,5)}{N(1979,5)} = \frac{69}{54.4} = 1.268, \text{ mientras } M = 0.2$$

introduciendo este valor en la Ec. 5.1.3 se encuentra por prueba y error:

$$F(y,t,t+1) = F(1978,4,5) = 0.757$$

y al insertar este valor de F y el número de sobrevivientes al 1º de enero de 1979 en la Ec. 5.1.4 se obtiene el número de sobrevivientes al 1º de enero de 1978:

$$N(1978,4) = N(1979,5) * \exp[F(1979,4,5)+M] = 54.4 \exp(0.757+0.2) = 141.9$$

Repitiendo este procedimiento para los años 1977-1974, se obtienen las estimaciones de las mortalidades por pesca y el número de individuos en el stock que aparecen en la Tabla 5.1.1.

La Fig. 5.1.2 ilustra la dinámica de la cohorte descrita mediante el APV para el plegonero del Mar del Norte (Tabla 5.1.1). En este caso, M es relativamente pequeña, en comparación con F , como se puede ver al comparar el número de individuos capturados (véase la Ec. 4.2.8, con $t_2-t_1 = 1$):

$$C(y,t,t+1) = F(y,t,t+1) * \bar{N}(y,t,t+1) \quad (5.1.5)$$

con el número de muertes naturales:

$$D(y,t,t+1) = M(y,t,t+1) * \bar{N}(y,t,t+1) \quad (5.1.6)$$

TABLA 5.1.1
Resultados del APV para la cohorte de 1974 del plegonero del Mar del Norte
(Datos de captura derivados de la Tabla 4.4.3.1, número de individuos en millones)

grupo de edad	año	número de peces capturados durante el año y	mortalidad por pesca durante el año y	número de peces sobrevivientes al 1º de enero del año y
t	y	C(y,t,t+1)	F(y,t,t+1)	N(y,t)
0	1974	599	0.16	4390
1	1975	860	0.37	3054
2	1976	1071	1.11	1729
3	1977	269	0.99	465
4	1978	69	0.76	142
5	1979	25	0.70	54.4
6	1980	8	0.50 #)	22.2

#) se supone que se conoce anticipadamente

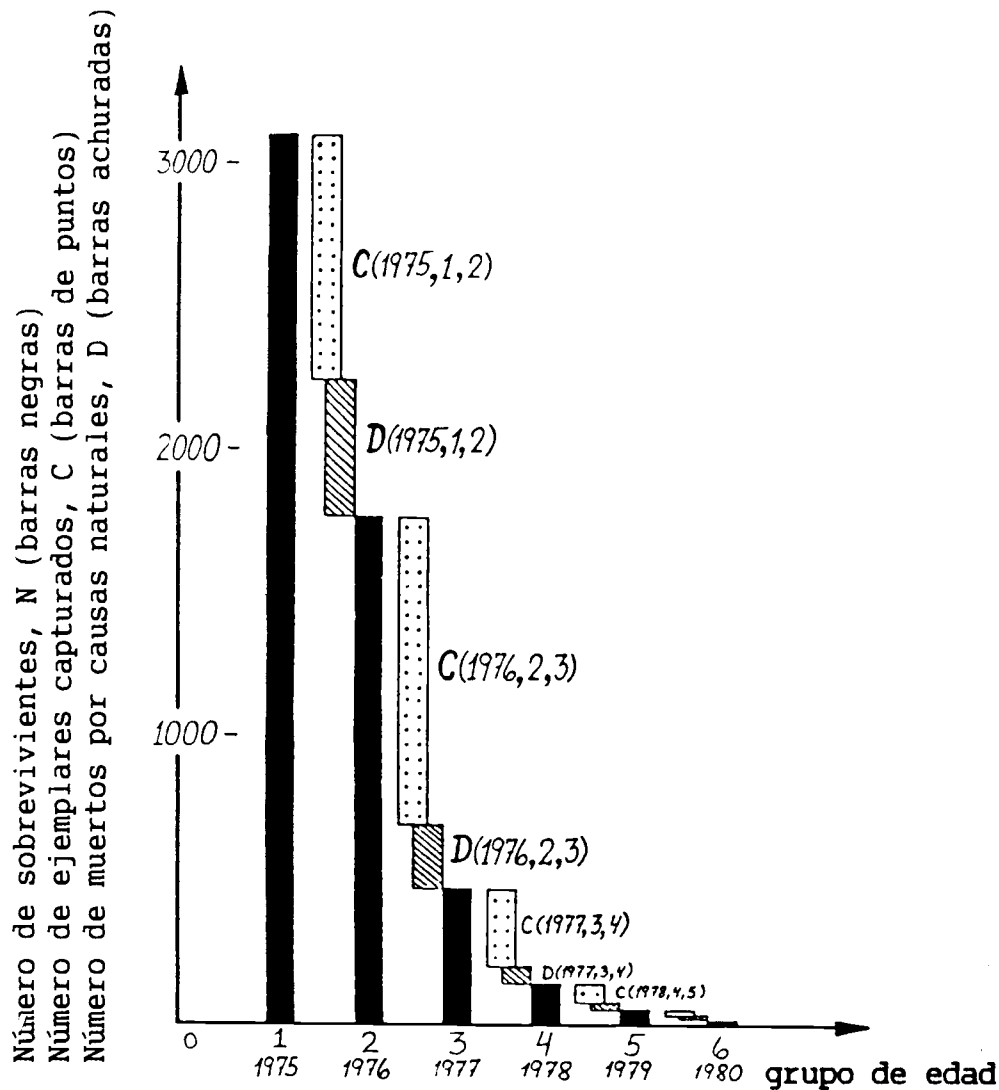


Fig. 5.1.2 Número de sobrevivientes, N (barras negras), número de ejemplares capturados, C = $F \cdot N$, y número de muertos por causas naturales D = $M \cdot N$, derivados mediante el APV en la Tabla 5.1.1 para el plegonero del Mar del Norte.

La Fig. 5.1.2 presenta los resultados obtenidos sobre el número de sobrevivientes (N), pero también se podría haber escogido la mortalidad por pesca (F) como resultado básico, ya que:

F y C determinan N y
 N y C determinan F,

por lo que, existe una correspondencia exacta entre N y F, cuando C y M se conocen.

APV usando un "grupo-plus"

En el Ejemplo 18 se comenzaron los cálculos de N(1980,6), pero no se tomaron en cuenta los peces mayores de 6 años. Este enfoque es correcto, porque no es necesario tomar en consideración a los grupos de mayor edad. Sin embargo, los peces mayores de 6 años pueden ser muy numerosos y se podría querer incluirlos a todos, pero ya que estos son difíciles de separar en grupos de edad, se les

combina en un sólo grupo, llamado grupo adicional. Si se incluye a los peces de mayor edad entonces, consecuentemente, las fórmulas deben ser modificadas.

Al volver al ejemplo y reemplazar $C(1980,6,7)$ por el grupo-plus, se obtiene:

$$C(1980,6+) = C(1980,6,7) + C(1981,7,8) + C(1982,8,9) + \dots$$

donde la suma contiene el números de todos los peces viejos sobrevivientes, distinto a cero, o la captura en números de todos los peces de 6 o más años.

Más aún, se supuso que las mortalidades por pesca son las mismas para todos los componentes del grupo-plus:

$$F(1980,6+) = F(1980,6,7) = F(1981,7,8) = F(1982,8,9) = \dots$$

La Ec. de captura para el grupo de mayor edad (véase el Ejemplo 18):

$$C(1980,6,7) = N(1980,6) * (F/Z) * (1 - \exp(-Z(7-6)))$$

debería ser reemplazado por:

$$C(1980,6+) = N(1980,6) * (F/Z) * (1 - \exp(-Z(\infty - 6)))$$

y dado que $[1 - \exp(-Z(\infty - 6))] = 1 - 0 = 1$ el último término desaparece, de modo que:

$$C(1980,6+) = N(1980,6) * (F/Z)$$

De manera general, en los casos en que la primera observación corresponda a un grupo-plus, el APV comienza con:

$$C(y,t+) = N(y,t) * F(y,t+) / Z(y,t+) \quad (5.1.7)$$

Teóricamente, los resultados deberían ser los mismos, ya sea que se considere o no el último grupo de edad como grupo-plus.

El concepto de biomasa

El concepto de biomasa asociado a la Tabla 5.1.1 es bastante preciso si se considera el peso de la cohorte en un tiempo particular. Por ejemplo, el peso de la cohorte en el año 1979 es $N(1979,5) * w(5)$, donde $w(5)$ es el peso corporal de un plegonero de 5 años de edad. No obstante lo anterior, resulta mucho más difícil alcanzar un concepto de biomasa que refleje a la cohorte durante toda su vida.

La biomasa promedio al 1º de enero de cada año, durante los 6 primeros años de vida de la cohorte es:

$$\frac{N(1974,0) * w(0) + N(1975,1) * w(1) + \dots + N(1974,6) * w(6)}{6}$$

La biomasa promedio anual puede definirse como:

$$\frac{\bar{N}(1974,0) * \bar{w}(0) + \bar{N}(1975,1) * \bar{w}(1) + \dots + \bar{N}(1974,6) * \bar{w}(6)}{6}$$

donde \bar{N} es definido por la Ec. 4.2.9 con $t_2 - t_1 = 1$ y \bar{w} es el peso corporal promedio anual. Los dos conceptos de biomasa son diferentes y no resulta obvio como deben ser usados. El mismo tipo de problema surge al tratar de definir el número promedio de sobrevivientes. Se volverá a tratar el concepto de biomasa en las siguientes secciones.

Características básicas del APV

A partir de las observaciones sobre el número de individuos capturados en cada grupo de edad, el APV estima cuántos peces debe haber habido en el mar para que se pueda conseguir esa captura, bajo

el supuesto de que se conoce la mortalidad natural (véase la Fig. 5.1.1). Si la captura constituye una parte pequeña de la población (es decir, si F es pequeño), la estimación del tamaño de la población se vuelve más incierta. De este modo, mientras más alta sea la mortalidad por pesca, más fiable será el APV.

Se supone que la mortalidad natural, M , se ha determinado en investigaciones independientes a los análisis del APV, pero en realidad en la mayoría de los casos se desconoce. La confiabilidad del APV también depende del tamaño de M en relación con F . A menudo la estimación de M es más bien una “conjetura” (hipótesis calificada), pero si M es pequeña en comparación con F puede no importar mucho que no esté bien estimada. El significado de que M sea una “conjetura” se explicó en la Sección 4.7.

Un conjunto de ecuaciones pueden tener una única solución, cuando el número de ecuaciones es igual al número de variables desconocidas. Si hay más variables desconocidas que ecuaciones, habrá una cantidad infinita de soluciones.

Todo el conjunto de ecuaciones del APV consiste en pares de ecuaciones para cada grupo de edad (Ecs. 5.1.3 y 5.1.4). Aparentemente, hay tres variables desconocidas en cada par de ecuaciones, es decir: $N(y,t)$, $N(y+1,t+1)$ y $F(y,t,t+1)$. Sin embargo, para todos los casos exceptuando el primer par, correspondiente al grupo de mayor edad, $N(y+1,t+1)$, es ya conocido por la solución del conjunto anterior de ecuaciones, por lo que terminamos con dos variables desconocidas en dos ecuaciones y, por consiguiente, con una única solución.

El problema con el primer conjunto de ecuaciones correspondiente al grupo de mayor edad puede ser resuelto, haciendo una suposición plausible y formulándola como una ecuación adicional. Con ello se obtiene una solución condicionada a esta suposición. La solución para el caso de un APV es asumir un valor de F para el grupo de mayor edad, el cual es llamado “ F terminal”.

Por ejemplo, podemos suponer que el F terminal es igual al F del segundo grupo de mayor edad, así que la ecuación adicional sería:

$$F_7 = F_6 \text{ (suponiendo que 7 es el grupo de mayor edad)}$$

Tendremos entonces cuatro ecuaciones, dos grupos de Ecs. 5.1.3 y 5.1.4, con cuatro variables desconocidas, es decir F_7 , N_7 , N_6 y N_5 .

Si hay más ecuaciones que variables desconocidas (como es usual que suceda) no habrá solución. En este caso, se utiliza el análisis de regresión de modo de encontrar el mejor “ajuste” de los datos para lograr una solución y lograr calcular los límites de confianza. En un análisis de regresión el concepto de “variable desconocida” se reemplaza con el concepto de “parámetro”.

Para calcular intervalos de confianza para las estimaciones de los parámetros, el número de observaciones debe ser más grande que los números de los parámetros a determinar. El número de los parámetros en el APV (los N y la F del grupo de edad más viejo) es igual al número de observaciones (C) más uno. En consecuencia, no es posible calcular los límites de confianza para las estimaciones de los N (o de los F).

Los datos usados para ilustrar el APV se obtuvieron mediante lecturas directas de la edad (otolitos). Sin embargo, los datos de entrada también se podrían haber deducido de la serie de tiempo de frecuencias de tallas, resolviéndola en componentes de cohortes, por ejemplo, mediante el método de Bhattacharya (Sección 3.4). Este aspecto se verá en mayor detalle al final de la Sección 5.3.

El APV sirve para analizar datos históricos con el fin de estimar los parámetros de la población. El objetivo final de la estimación de esos parámetros es determinar la estrategia de pesca óptima, es decir, la serie de F por edades, o el llamado “patrón de captura”, que a largo plazo, da el rendimiento más alto del stock que se estudia. Para evaluar las distintas estrategias (futuras) de pesca se necesita un complemento al APV, es decir, un modelo que permita predecir la población y la captura en

función de diversas hipótesis sobre el futuro patrón de captura. El “modelo de Thompson y Bell” (Sección 8.6) es la versión predictiva del APV.

Programas computacionales

Mesnil (1988) presenta un paquete de programas para microcomputadores, ANACO (ANALYSIS of COHORTS) o “L’ANALYSE des COHORTES”), que puede realizar los cálculos del APV descritos más arriba. El paquete ANACO ofrece además varias otras opciones, por ejemplo, el análisis de sensibilidad.

5.2 ANALISIS DE COHORTE BASADO EN LA EDAD (Análisis de cohorte de Pope)

Debido a que el APV se origina en la ecuación de captura, la solución de la Ec. 5.1.3 implica la utilización de algunas técnicas numéricas (algún método de tanteo). Cuando se tiene acceso a un computador, este es un problema técnico menor. Sin embargo, este problema se puede soslayar fácilmente, de modo que el APV también se puede efectuar con una calculadora de bolsillo. La versión adecuada para calculadoras de bolsillo es el “análisis de cohorte”, elaborado por Pope (1972) y reexaminado por Jones (1984) y Pauly (1984).

El análisis de cohorte es conceptualmente idéntico al APV, pero la técnica de cálculo es más simple. Se basa en la aproximación ilustrada en la Fig. 5.2.1, que muestra la dinámica de una cohorte durante un año. Aunque en realidad las capturas se efectúan durante todo el año, en el análisis de cohorte se hace la aproximación de que *todos los peces se capturan en un único día*. El día elegido es el 1º de julio, es decir, cuando ya ha transcurrido la mitad del año. En consecuencia, durante los primeros seis meses los peces sufren sólo la mortalidad natural, por lo que los sobrevivientes al 1º de julio son:

$$N(y,t+0,5) = N(y,t) \cdot \exp(-M/2)$$

Entonces, en forma instantánea, tiene lugar la captura y el número de sobrevivientes, pasa a ser:

$$N(y,t) \cdot \exp(-M/2) - C(y,t,t+1)$$

Estos sobrevivientes sufren luego la mortalidad natural en la segunda mitad del año y su número al final del año es:

$$N(y+1,t+1) = [N(y,t) \cdot \exp(-M/2) - C(y,t,t+1)] \cdot \exp(-M/2)$$

Para facilitar los cálculos, la ecuación se reordena del siguiente modo:

$$N(y,t) = [N(y+1,t+1) \cdot \exp(M/2) + C(y,t,t+1)] \cdot \exp(M/2) \quad (5.2.1)$$

Observe que F , que causaba problemas de cómputo en la ecuación del APV, no aparece aquí. Una vez más se demostrará el método con los mismos datos del plegonero del Mar del Norte.

Ejemplo 19: Análisis de cohorte de Pope, plegonero del Mar del Norte

Para aplicar la Ec. 5.2.1 al ejemplo del plegonero, se comienza de la misma manera como se hizo para el APV, suponiendo que se conoce F para el grupo de edad más viejo (el llamado F terminal), $F(1980,6,7) = 0.5$, y que $M = 0.2$, y se calcula $N(1980,6)$ mediante la ecuación de captura:

$$N(1980,6) = \frac{C(1980,6,7)}{(F/Z) \cdot [1 - \exp(-Z)]} = 22.2$$

Luego se aplica la Ec. 5.2.1 para calcular $N(1979,5)$:

$$\begin{aligned} N(1979,5) &= [N(1980,6) \cdot \exp(M/2) + C(1979,5,6)] \cdot \exp(M/2) = \\ &= [22.2 \cdot 1.1052 + 25] \cdot 1.1052 = 54.7 \end{aligned}$$

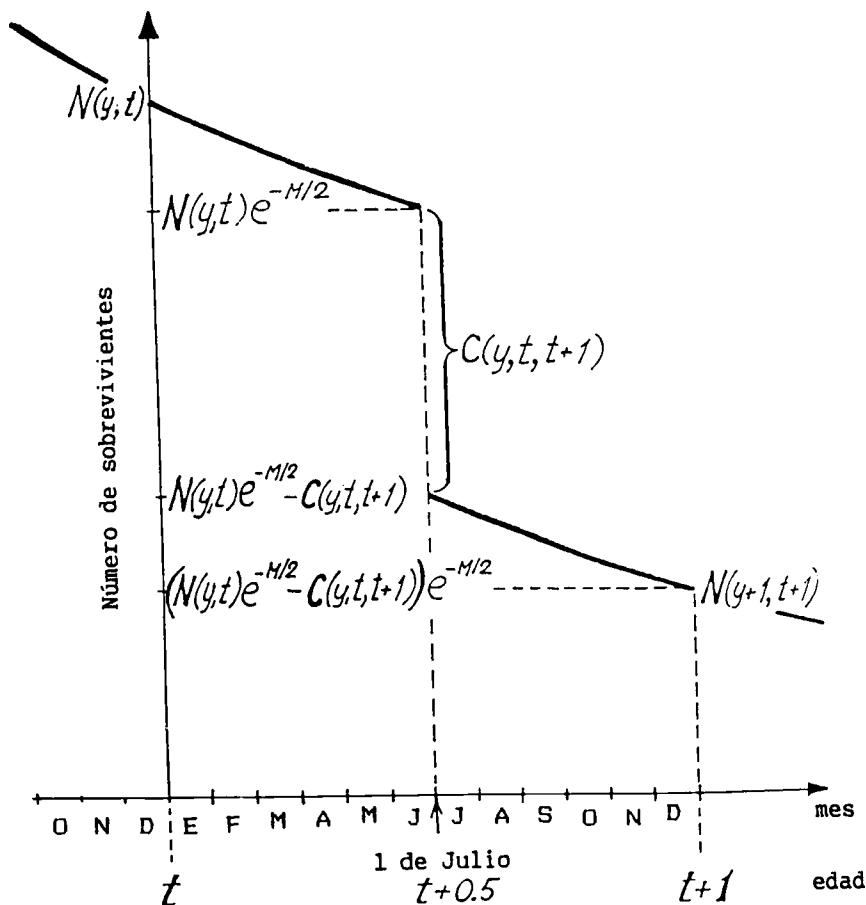


Fig. 5.2.1 Ilustración de la aproximación que sustenta el análisis de cohorte de Pope (para mayores explicaciones, véase el texto).

y se continúa de la misma forma:

$$N(1978,4) = [N(1979,5) \cdot \exp(M/2) + C(1978,4,5)] \cdot \exp(M/2) =$$

$$= [54.7 \cdot 1.1052 + 69] \cdot 1.1052 = 143.1$$

$$N(1977,3) = [143.1 \cdot 1.1052 + 269] \cdot 1.1052 = 472.1$$

y de igual forma para los años previos.

De esta manera, al igual que en el APV, se retrocede en el tiempo, estimando en cada paso un nuevo número de individuos en el stock. El procedimiento de cálculo se presenta en la primera mitad de la Tabla 5.2.1 (con una notación menos extensa).

A partir de las estimaciones de N, la mortalidad por pesca se obtiene mediante la fórmula:

$$F(y,t,t+1) = \ln \left[\frac{N(y,t)}{N(y+1,t+1)} \right] - M \tag{5.2.2}$$

TABLA 5.2.1
Procedimiento computacional para realizar el análisis de cohorte de
Pope basado en la edad, ilustrado utilizando la cohorte de 1974 del
plegonero del Mar del Norte (obtenido de la Tabla 4.4.3.1)

ANÁLISIS DE COHORTE DE POPE, BASADO EN LA EDAD	
M = 0.2 por año	
FACTOR DE MORTALIDAD NATURAL:	
G = exp(M/2) = exp(0.2/2) = 1.1052	
CONJETURA DEL VALOR TERMINAL DE F: F6 = 0.5	
NUMERO DE PECES EN EL STOCK:	$N(1980,6) = \frac{C(1980,6,7)}{[F6/Z6]*[1-\exp(-Z6)]} =$ $= N6 = \frac{8}{[0.5 / (0.5+0.2)]*[1-\exp\{-0.5+0.2\}]} = 22.2$
$N(1979,5) = N5 = (N6*G + C5,6)*G =$ $N5 = (N6*G + C5)*G = (22.2*G + 25)*G = 54.7$ $N4 = (N5*G + C4)*G = (54.7*G + 69)*G = 143.1$ $N3 = (N4*G + C3)*G = (143.1*G + 269)*G = 472.1$ $N2 = (N3*G + C2)*G = (472.1*G + 1071)*G = 1760.3$ $N1 = (N2*G + C1)*G = (1760.3*G + 860)*G = 3100.4$ $N0 = (N1*G + C0)*G = (3100.4*G + 599)*G = 4448.9$	
MORTALIDAD POR PESCA:	
F6 = (conjetura sobre F terminal) = 0.50	
$F(1979,5,6) = F5 = \ln \frac{N(1979,5)}{N(1980,6)} - M =$	
$F5 = \ln(N5/N6) - M = \ln(54.7/22.2) - 0.2 = 0.70$ $F4 = \ln(N4/N5) - M = \ln(143.1/54.7) - 0.2 = 0.76$ $F3 = \ln(N3/N4) - M = \ln(472.1/143.1) - 0.2 = 0.99$ $F2 = \ln(N2/N3) - M = \ln(1760.3/472.1) - 0.2 = 1.12$ $F1 = \ln(N1/N2) - M = \ln(3100.4/1760.3) - 0.2 = 0.37$ $F0 = \ln(N0/N1) - M = \ln(4448.9/3100.4) - 0.2 = 0.16$	

que resulta del modelo de extinción exponencial resuelto para F:

$$N(y+1,t+1) = N(y,t)*\exp[-F(y,t,t+1) - M]$$

Los estimados de F se presentan en la segunda mitad de la Tabla 5.2.1.

Si se comparan los resultados del APV (Tabla 5.1.1) con los del análisis de cohorte (Tabla 5.2.1), se observa que éstos no son iguales, pero las diferencias son pequeñas. Tomando en consideración todas las fuentes de incertidumbre que intervienen en este tipo de cálculo, se puede decir que las diferencias entre el APV y el análisis de cohorte son insignificantes. Sobre este mismo particular, Pope (1972) demostró que con $F < 1.2$ y $M < 0.3$ las diferencias resultan pequeñas. La única ventaja del

análisis de cohorte, en comparación con el APV, éste se puede realizar fácilmente con una calculadora de bolsillo. Para desarrollar el APV en una calculadora, habría que aplicar un tedioso método de tanteo para calcular F, a menos que, la calculadora sea completamente programable.

Ejemplo 19a: Análisis de cohorte para clases anuales sucesivas

La interpretación de las mortalidades por pesca estimadas para una clase anual durante toda su vida (Tablas 5.1.1 y 5.2.1) no llega a ser clara. Los cambios en el tiempo y la edad se podrían deber a la aplicación de diferencias en el esfuerzo aplicado entre las edades o entre años calendario. Sin embargo, los muestreos siempre proveen datos para varias clases anuales (véase la Tabla 4.4.3.1), que pueden ser tratadas del mismo modo. Los resultados para F y N se encuentran en la Tabla 5.2.2. Las clases anuales de 1969 a 1980 están representadas en los datos por uno o varios grupos de edad. Se escogió como F terminal = 0.5 para el grupo de edad 6 en todas las muestras en que apareció esta clase anual. Los valores de F, estimados anteriormente para cada edad de la clase anual de 1974, se utilizaron como F terminales para las clases anuales representadas por los grupos de edad que no han alcanzado los 6 años en 1980. Los valores medios de F para cada grupo de edad (última columna) difieren ligeramente de los valores de F terminal utilizados. El análisis se puede repetir, usando los promedios como valores de F terminal.

Otra posibilidad, consiste en emplear la captura promedio por grupo de edad (Tabla 4.4.3.1, última columna). Estos datos forman una "pseudocohorte", que representa la historia promedio de una cohorte en vez de la historia de una cohorte específica de peces que fueron desovados a un mismo tiempo. La Tabla 5.2.3 muestra el resultado. Las estimaciones de mortalidad por pesca para los peces más viejos están por sobre los promedios de los valores individuales de F estimados en la Tabla 5.2.2. Esto se puede atribuir a un cambio en el esfuerzo o a alguna variación en el tamaño promedio de las mallas, utilizadas a lo largo de los años investigados. Los peces más viejos o sea, de 7 años o más (el

TABLA 5.2.2

Determinación de la mortalidad por pesca y número poblacional (individuos) en todas las edades y clases anuales, utilizando la información del plegonero del Mar del Norte. La clase anual de 1974 (subrayada) se utiliza para estimar los valores de F para 1980

edad	clase anual	mortalidad por pesca, F(y,t,t+1)							promedio de los muestreos realizados entre 1974 y 1979
		1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980	
0		<u>0.16</u>	0.11	0.16	0.30	0.39	0.35	<u>0.16</u>	0.24
1	(1973)	0.61	<u>0.37</u>	0.30	0.70	0.31	0.72	<u>0.37</u>	0.50
2	(1972)	1.11	0.89	<u>1.12</u>	0.74	0.53	0.69	<u>1.12</u>	0.85
3	(1971)	1.26	1.13	1.24	<u>0.99</u>	0.71	0.77	<u>0.99</u>	1.02
4	(1970)	1.03	0.94	1.04	0.92	<u>0.76</u>	0.77	<u>0.76</u>	0.91
5	(1969)	0.22	0.68	0.61	0.78	0.62	<u>0.70</u>	<u>0.70</u>	0.60
6	(1968)	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	<u>0.50</u>	0.50
		número de peces en la población N(y,t)							
0		4449	2526	3166	2828	2351	1776	2456	2849
1	(1973)	1645	3100	1852	2208	1715	1305	1021	1971
2	(1972)	1806	733	1760	1126	899	1026	519	1225
3	(1971)	424	486	247	472	441	433	420	417
4	(1970)	69	98	128	59	143	177	164	112
5	(1969)	34	20	31	37	19	55	67	33
6	(1968)	3	22	8	14	14	8	22	12

TABLA 5.2.3
Análisis de pseudocohorte: captura promedio de
plegonero del Mar del Norte por grupo de edad, entre
1974 y 1980. Datos de la Tabla 4.4.3.1

edad	captura	número de peces en la población a comienzos del año	F
0	488	3059	0.19
1	612	2063	0.40
2	601	1135	0.88
3	237	385	1.14
4	62.3	101	1.13
5	15.7	26.6	1.05
6	4.7	7.6	1.15
7+	1.4	2.0	0.50

grupo 7+) están incluidos en la Tabla 5.2.3 ya que las capturas erráticas de éstos peces en años individuales están ahora promediados. De acuerdo con la Sección 5.1, el número de peces que se integran al grupo de edad 7+ se estima del siguiente modo:

$$N(7) = C(7+) * Z(7+) / F(7+)$$

que es otra forma de presentar la ecuación:

$$C(y,t+) = N(y,t) * F(y,t+) / Z(y,t+)$$

en donde F(7+) es el valor supuesto de F terminal.

La utilización de pseudocohortes es importante para el análisis de cohorte basado en las tallas de la Sección 5.3.

Los datos de captura de la Tabla 4.4.3.1 no son las observaciones originales. Originalmente se registró la captura total en peso y se obtuvieron muestras para ser analizadas, las que fueron pesadas, se les determinó la distribución de frecuencias de tallas y se efectuaron lecturas de otolitos en submuestras. Se utilizaron claves talla/edad (véase la Sección 3.2.1) para transformar las lecturas de otolitos a número de ejemplares a cada edad presente en las muestras de frecuencias de tallas. Basándose en los registros del peso de las muestras y del peso de la captura total, estas cantidades fueron amplificadas para obtener la captura total en número, por grupo de edad.

Existen muchas fuentes de error en un proceso como el antes descrito. De allí que sea importante preguntarse sobre la validez de la distribución de frecuencias de tallas, estimada para la captura total. Esto se puede comprobar multiplicando el número de peces, calculado en cada edad, por el peso individual correspondiente a ejemplares de ese grupo de edad, el cual se puede determinar a partir de la ecuación de crecimiento o de acuerdo al peso promedio obtenido de los ejemplares contenidos en la muestra en el respectivo grupo de edad. Luego, se suma el peso total, con los pesos obtenidos para cada grupo de edad, y el resultado se compara con el valor conocido de la captura total en peso. Una discrepancia notoria entre los valores indicará la necesidad de efectuar un nuevo examen de los datos y de los procedimientos empleados.

La biomasa en cada año calendario se calcula, multiplicando los números de ejemplares en la población (los valores N de la Tabla 5.1.1) por el peso corporal de los peces.

La Ec. 5.2.1 se derivó para un período de un año. Al igual que con la curva de captura (véase la

Sección 4.4.4), se pueden analizar las capturas en cualquier período de tiempo, desde t hasta $t+\Delta t$. En ese caso, la Ec. 5.2.1 se debe reemplazar por una expresión más general:

$$N(t) = [N(t+\Delta t) \cdot \exp(M \cdot \Delta t / 2) + C(t, t+\Delta t)] \cdot \exp(M \cdot \Delta t / 2) \quad (5.2.3)$$

La derivación de la Ec. 5.2.3 es similar a la de la Ec. 5.2.1 y se ilustra en la Fig. 5.2.2. El paralelo de la Ec. 5.2.2 es:

$$F(t, t+\Delta t) = \frac{1}{\Delta t} \cdot \ln \left[\frac{N(t)}{N(t+\Delta t)} \right] - M \quad (5.2.4)$$

El índice del año, y , ha desaparecido en las Ecs. 5.2.3 y 5.2.4, principalmente, porque estas ecuaciones se suelen aplicar bajo el supuesto general de un sistema de parámetros constantes (véase la Sección 4.4.4). Además, cuando Δt varía, no se ajusta a los intervalos de años y la notación usada para los grupos de edad ya no sirve.

Las Ecs. 5.2.3 y 5.2.4, utilizadas en el supuesto de un sistema de parámetros constantes constituyen una aplicación típica del análisis de cohorte para stocks de peces tropicales. Se podrían aplicar a todas las cohortes durante un año o a la captura media anual correspondiente a una secuencia de años. En la Sección 5.3 se volverá a tratar este tema.

(Véanse los **Ejercicios** de la Parte 2).

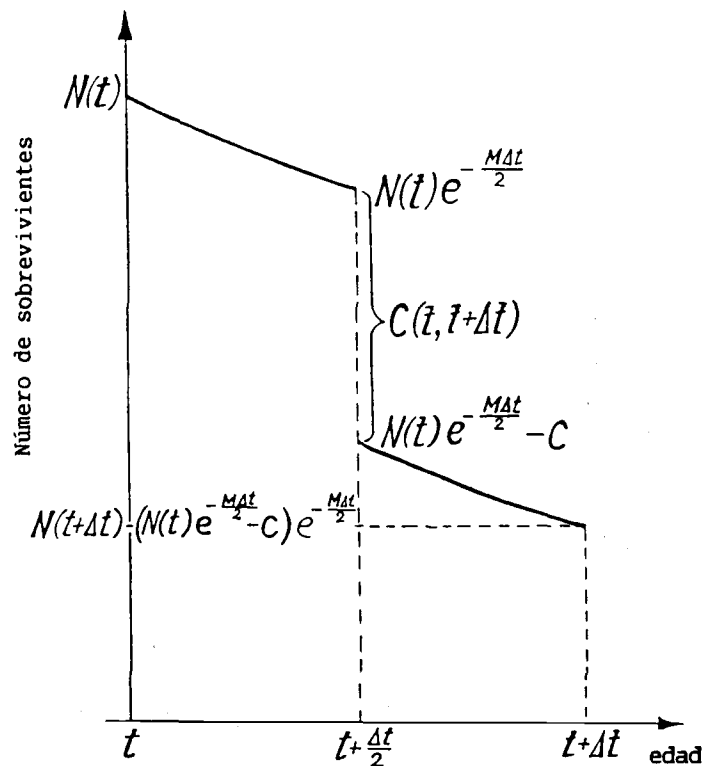


Fig. 5.2.2 Derivación de las fórmulas para el análisis de cohorte de Pope en el caso de intervalos de tiempo variables (Ecs. 5.2.3 y 5.2.4).

5.3 ANÁLISIS DE COHORTE DE JONES, BASADO EN LAS TALLAS

En esta sección se volverá nuevamente a la situación en que sólo se dispone de datos de composición por tallas relativos a un año para la pesquería total (o la composición media de tallas para una serie

de años). El enfoque es básicamente el mismo del correspondiente a la curva de captura, convertida a tallas (véase la Sección 4.4.5). El nombre “*análisis de cohorte basado en las tallas*” es algo engañoso, ya que en este análisis no se trabaja realmente con cohortes. La cohorte se reemplaza en este caso por la “pseudocohorte” que se obtiene, suponiendo un sistema de parámetros constantes (véase la Sección 4.4.1). Así pues, se supone que la estructura obtenida de todas las clases de tallas (o edades) capturadas durante un año determinado, refleja el de una cohorte durante toda su vida. Este método será explicado a través del desarrollo de un ejemplo.

Ejemplo 20: Análisis de cohorte de Jones basado en las tallas, merluza de Senegal

La Tabla 5.3.1 presenta un conjunto de datos, obtenidos de la pesquería de la merluza frente a las costas del Senegal (CECAF, 1978), que se pueden usar como datos de entrada para el análisis de cohorte basado en las tallas.

Al igual que en el análisis de la curva de captura (véase la Sección 4.4.5), los grupos de tallas se pueden convertir en intervalos de edad mediante la ecuación inversa de von Bertalanffy (Ec. 3.3.3.2 y Ec. 4.4.5.1, respectivamente):

$$t(L1) = t_0 - \frac{1}{K} * \ln \left[1 - \frac{L1}{L_\infty} \right] \quad (5.3.1)$$

$$\Delta t = t(L2) - t(L1) = \frac{1}{K} * \ln \left[\frac{L_\infty - L1}{L_\infty - L2} \right] \quad (5.3.2)$$

Los parámetros de von Bertalanffy y la mortalidad natural estimada para la merluza extraída en las aguas de Senegal (Tabla 5.3.1) son los siguientes:

$K = 0.1$ por año, $L_\infty = 130$ cm y $M = 0.28$ por año

TABLA 5.3.1
Composición por tallas de la captura total de merluza (*Merluccius merluccius*) extraídas frente a la costa de Senegal (CECAF, 1978), utilizada para efectuar el análisis de cohorte basado en las tallas

grupo de talla cm L1 -L2	número de peces capturados (*1000) C(L1,L2)
6-12	1823
12-18	14463
18-24	25227
24-30	8134
30-36	3889
36-42	2959
42-48	1871
48-54	653
54-60	322
60-66	228
66-72	181
72-78	96
78-84	16
84 -∞	46

Fijando $t_0 = 0$ (compare con la Sección 4.4.5) y aplicando las Ecs. 5.3.1 y 5.3.2 se obtienen las edades relativas, $t(L1)$ y Δt , como se presentan en la Tabla 5.3.2, columnas B y C, respectivamente.

Para convertir la ecuación del análisis de cohorte (Ec. 5.2.3) en una versión basada en las tallas, sólo hay que cambiar el término $\exp(M*\Delta t/2)$. Esto se puede hacer fácilmente, sustituyendo Δt en la Ec. 5.3.2.

$$\exp\left(\frac{M}{2}*\Delta t\right) = \exp\left[\frac{M}{2} * \frac{1}{K}*\ln\left(\frac{L_{\infty}-L1}{L_{\infty}-L2}\right)\right] = \exp\left[\ln\left(\frac{L_{\infty}-L1}{L_{\infty}-L2}\right)^{M/2K}\right] = \left[\frac{L_{\infty}-L1}{L_{\infty}-L2}\right]^{M/2K} \quad (5.3.3)$$

TABLA 5.3.2
Composición de tallas de la merluza (*Merluccius merluccius*) frente a la costa de Senegal, convertidas a intervalos de edad, y el factor H(L1-L2)
K = 0.1 por año, $L_{\infty} = 130$ cm, M = 0.28 por año

A	B	C	D
grupo de talla cm	edad relativa	Δt	factor de mortalidad natural
L1-L2	$t(L1)$		H(L1,L2)
6-12	0.473	0.496	1.0719
12-18	0.968	0.522	1.0758
18-24	1.490	0.551	1.0801
24-30	2.041	0.583	1.0850
30-36	2.624	0.619	1.0905
36-42	3.242	0.660	1.0967
42-48	3.902	0.706	1.1039
48-54	4.608	0.760	1.1122
54-60	5.368	0.822	1.1220
60-66	6.190	0.890	1.1337
66-72	7.087	0.984	1.1478
72-78	8.071	1.092	1.1652
78-84	9.163	1.226	1.1873
84- ∞	10.389	-	-

columna contenido

B $t(L1) = 0 - \frac{1}{K}*\ln\left(1 - \frac{L1}{L_{\infty}}\right)$ (Ec. 5.3.1 con $t_0 = 0$)

C $\Delta t = t(L2) - t(L1) = \frac{1}{K}*\ln\left[\frac{L_{\infty}-L1}{L_{\infty}-L2}\right]$ (Ec. 5.3.2)

D $H(L1,L2) = \exp\left(\frac{M*\Delta t}{2}\right) = \left[\frac{L_{\infty}-L1}{L_{\infty}-L2}\right]^{M/2K}$ (Ec. 5.3.3)

Nota: En este caso H(L1,L2) puede ser calculado ya sea a través de las formulas basadas en la edad o en las tallas. El resultado es el mismo, pero los cálculos basados en las tallas son más cortos, ya que en este caso no es necesario calcular Δt .

Será conveniente usar un símbolo en lugar de este complicado término. Por tal motivo, se introducen las siguientes expresiones:

$$N(L1) = N(t(L1)) \quad \begin{aligned} &= \text{número de peces que alcanzan la longitud } L1 \\ &= \text{número de peces que alcanzan la edad } t(L1) \\ &\quad (\text{también llamados como el número de sobrevivientes}) \end{aligned}$$

$$N(L2) = N(t(L1)+\Delta t) \quad \begin{aligned} &= \text{número de peces que alcanzan la longitud } L2 \\ &= \text{número de peces que alcanzan la edad } t(L2) \\ &\quad (= t(L1)+\Delta t) \end{aligned}$$

$$C(L1,L2) = C(t,t+\Delta t) \quad \begin{aligned} &= \text{número de peces que son capturados entre las} \\ &\quad \text{longitudes } L1 \text{ y } L2 \\ &= \text{número de peces capturados entre las edades} \\ &\quad t(L1) \text{ y } t(L2) \end{aligned}$$

$$H(L1,L2) = \left[\frac{L_{\infty}-L1}{L_{\infty}-L2} \right]^{M/2K} = \left[\begin{array}{l} \text{fracción de } N(L1) \text{ que sobrevive} \\ \text{muertes naturales durante el período} \\ \text{entre } t(L1) \text{ y } (L1)+\Delta t/2 \end{array} \right]^{-1}$$

Ahora se puede reescribir la Ec. 5.2.3, usando estos símbolos, basados en las tallas, de la siguiente forma:

$$N(L1) = [N(L2)*H(L1,L2) + C(L1,L2)]*H(L1,L2) \tag{5.3.4}$$

Los procedimientos de cálculo al utilizar la Ec. 5.3.4 son los mismos utilizados en el análisis de cohorte, basado en la edad (Ec. 5.2.1). Se comienza con el último grupo y se utiliza la ecuación de captura basada en las tallas:

$$C(L1,L2) = N(L1)*\frac{F}{Z} * [1-\exp(-Z*\Delta t)] \tag{5.3.5}$$

En el caso de la merluza de Senegal, el último grupo comprende los ejemplares de 84 cm o más grandes:

$$C(84,\infty) = N(84)*\frac{F}{Z}*[1 - \exp(-Z*\Delta t)]$$

En este caso Δt se refiere a todos los peces de más de 84 cm de longitud, por lo tanto, Δt es muy grande. Teóricamente, la edad correspondiente a L_{∞} es ∞ , de modo que teóricamente $\Delta t = \infty$, y, en consecuencia:

$$\exp(-Z*\infty) = 0$$

La captura en número de peces por grupos de tallas es conocida (véase la Tabla 5.3.1), así, en forma aproximada:

$$C(84, \infty) = 46 = N(84)*\frac{F}{Z}*(1-0)$$

ó bien,

$$N(84) = \frac{C(84,\infty)}{F/Z} = \frac{46}{F/Z}$$

Aquí nuevamente resulta necesario hacer un supuesto inicial sobre F/Z (véase la Tabla 5.2.1). Si F/Z en el último grupo se supone que corresponde a 0.5, entonces el número de merluzas que alcanza la talla de 84 cm es:

$$N(84) = 46/0.5 = 92$$

En la columna D de la Tabla 5.3.2 se listan los valores de $H(L1,L2)$ para la merluza de Senegal, con $M = 0.28$ por año y $K = 0.1$ por año; por ejemplo, $M/2K = 0.28/(2*0.1) = 1.4$.

El número de merluzas que llegan a la talla de 78 cm, se puede obtener al insertar en la Ec. 5.3.4 como $N(L2)$, el valor de $N(L1)$, obtenido para el grupo de tallas mayor y, posteriormente, el correspondiente valor de H de la Tabla 5.3.2. Para este caso $N(L2) = N(84) = 92$ y $H(78,84) = 1.1873$.

$$N(78) = (92*1.1873 + 16)*1.1873 = 148.7$$

Retrocediendo en las tallas (y por consiguiente en el tiempo) se calculan los siguientes números de individuos de la población, como por ejemplo:

$$N(72) = (148.7*1.1652 + 96)*1.1652 = 313.7$$

$$N(66) = (313.7*1.1478 + 181)*1.1478 = 621.0$$

y de igual forma para los años anteriores.

La cantidad de individuos en el stock en cada grupo de tallas, obtenidos de la manera antes indicada, se listan en la columna D de la Tabla 5.3.3.

Para estimar F se puede usar la Ec. 5.2.4, pero es más sencillo calcularlo mediante la fórmula:

$$F(L1,L2) = M * \frac{F(L1,L2)/Z(L1,L2)}{1 - [F(L1,L2)/Z(L1,L2)]} \quad (5.3.6)$$

de donde se obtiene el coeficiente de explotación F/Z , como:

$$F(L1,L2)/Z(L1,L2) = \frac{C(L1,L2)}{N(L1) - N(L2)} \quad (5.3.7)$$

Para simplificar la escritura de la fórmula, en lugar de $F(L1,L2)/Z(L1,L2)$, se escribe solamente F/Z , de manera que para el grupo de tallas de 72-78 cm se tiene:

$$F/Z = \frac{C(72,78)}{N(72) - N(78)} = \frac{96}{313.7 - 148.7} = 0.5818$$

$$F = M * \frac{F/Z}{1 - F/Z} = 0.28 * \frac{0.5818}{1 - 0.5818} = 0.39$$

El procedimiento de cálculo seguido y los resultados, obtenidos en el análisis de cohorte basado en las tallas, se entrega en la Tabla 5.3.3.

Número medio y biomasa

Ahora se quiere calcular el número medio de peces en el mar y su correspondiente biomasa. Si se suma la columna de valores $N(L1)$ de la Tabla 5.3.3 no se obtendría el número correcto, debido a que al cambiar el intervalo de clase daría una suma diferente: los valores $N(L1)$ son simplemente los sobrevivientes de cualquier talla $L1$. El procedimiento correcto consiste en encontrar el número medio de cada intervalo de clase y ponderarlo por el tiempo, Δt , transcurrido en ese intervalo de clase. Este es el mismo problema que tratan las Ecs. 4.2.6 y 4.2.9. Algunas manipulaciones efectuadas con estas ecuaciones conducen al siguiente resultado:

$$\bar{N}(L1,L2) * \Delta t = [N(L1) - N(L2)] / Z \quad (5.3.8)$$

TABLA 5.3.3
Procedimiento de cálculo del análisis de cohorte de Jones, ilustrado para la merluza
(*Merluccius merluccius*) de Senegal
K = 0.1 por año, L_∞ = 130 cm, M = 0.28 por año
Se considera como F/Z terminal el valor 0.5000 (indicado en la tabla por #)

A	B	C	D	E	F	G
grupo de talla cm	factor de mortalidad natural	número de peces capturados (*1000)	número de peces sobrevivientes (*1000)	razón de explotación	mortalidad por pesca	mortalidad total
L1-L2	H(L1,L2)	C(L1,L2)	N(L1)	F/Z	F	Z
6-12	1.0719	1823	98919.3	0.1255	0.04	0.32
12-18	1.0758	14463	84392.7	0.5805	0.39	0.67
18-24	1.0801	25227	59475.8	0.7920	1.07	1.35
24-30	1.0850	8134	27623.0	0.6979	0.65	0.93
30-36	1.0905	3889	15967.8	0.6369	0.49	0.77
36-42	1.0967	2959	9861.5	0.6785	0.59	0.87
42-48	1.1039	1871	5500.5	0.6977	0.65	0.93
48-54	1.1122	653	2818.8	0.5792	0.39	0.67
54-60	1.1220	322	1691.5	0.5072	0.29	0.57
60-66	1.1337	228	1056.6	0.5234	0.31	0.59
66-72	1.1478	181	621.0	0.5890	0.40	0.68
72-78	1.1652	96	313.7	0.5817	0.39	0.67
78-84	1.1873	16	148.7	0.2823	0.11	0.39
84-∞	-	46	92.0**	0.5000#	0.28	0.56

columna *contenido*

B $H(L1,L2) = \left[\frac{L_{\infty}-L1}{L_{\infty}-L2} \right]^{M/2K} = \left[\frac{130-L1}{130-L2} \right]^{1.4}$

D $N(L1) = [N(L2)*H(L1,L2)+C(L1,L2)]*H(L1,L2)$

** $N(84) = C(84_{\infty}) / (F/Z) = 46/0.5 = 92$

E $F/Z = C(L1,L2) / [N(L1)-N(L2)]$

F $F = M*(F/Z) / (1-F/Z)$

G $Z = F+M$

que es el número medio *anual* de cada clase de talla. Se puede suponer que para el último grupo $N(L2) = N(L_{\infty}) = 0$. El promedio total de peces en el mar, con tallas superiores al primer L1 (en este caso 6 cm) es, en general:

$$\sum_i \bar{N}(L_i; L_{i+1}) * \Delta t \quad (5.3.9)$$

En consecuencia, la biomasa media anual de cada grupo de tallas se encuentra al multiplicar dicho número por el peso medio, $\bar{w}(L1,L2)$, de ese grupo:

$$\bar{B}(L1,L2) * \Delta t = (L1,L2) * \Delta t * \bar{w}(L1,L2) \quad (5.3.10)$$

El peso corporal se calcula mediante la fórmula:

$$\bar{w}(L1,L2) = q * [(L1+L2)/2]^b \quad (5.3.11)$$

en la que q y b son las constantes de la relación talla/peso descritas en la Sección 2.6. El peso corporal del último grupo se puede calcular como $\bar{w}(L1, L_{\infty})$ o mejor mediante la Ec. 5.3.16.

La suma general es:

$$\sum_i \bar{B}(L_i, L_{i+1}) * \Delta t \quad (5.3.12)$$

es una estimación de la biomasa media durante la vida de una cohorte, o de todas las cohortes durante un año, y es independiente del intervalo de las clases de tallas.

El peso corporal también se puede usar para calcular el rendimiento, es decir, el peso de la captura. El peso de la captura perteneciente al grupo de tallas i será:

$$\sum_i C(L_i, L_{i+1}) * \bar{w}(L_i, L_{i+1}) \quad (5.3.13)$$

La Tabla 5.3.4 muestra el cálculo del rendimiento y la biomasa media durante un año.

Análisis de cohorte con varias flotas

El APV y el análisis de cohorte, basados en la edad o en las tallas sirven para estimar separadamente las mortalidades por pesca originadas por cada una de las flotas que opera en una cierta pesquería.

TABLA 5.3.4
Procedimiento de cálculo para determinar el rendimiento y la biomasa media con el método de análisis de cohorte de Jones basado en las tallas, ilustrado para la merluza (*Merluccius merluccius*) de Senegal.
 $q = 0.00001 \text{ kg/cm}^3$, $b = 3$, $K = 0.1$ por año, $L_\infty = 130 \text{ cm}$, $M = 0.28$ por año

A	B	C	D	E	F	G	H
grupo de talla (cm)	número de peces capturados (*1000)	número de peces sobrevivientes (*1000)	proporción de mortalidad total	peso medio corporal (kg)	N medio * Δt (*1000)	biomasa media* Δt (ton)	rendimiento (ton)
L1-L2	C	N(L1)	Z	$\bar{w}(L1, L2)$	$\bar{N}(L1, L2) * \Delta t$	$\bar{B} * \Delta t$	Y(L1, L2)
6-12	1823	98919.3	0.32	0.0073	45369	330.7	13.3
12-18	14463	84392.7	0.67	0.0338	37335	1260.1	488.1
18-24	25227	59475.8	1.35	0.0926	23664	2191.5	2336.3
24-30	8134	27623.0	0.93	0.196	12575	2475.1	1601.0
30-36	3889	15967.8	0.77	0.359	7919	2845.9	1397.6
36-42	2959	9861.5	0.87	0.593	5007	2970.1	1755.3
42-48	1871	5500.5	0.93	0.911	2895	2638.1	1704.9
48-54	653	2818.8	0.67	1.33	1694	2247.1	866.2
54-60	322	1691.5	0.57	1.85	1117	2068.6	596.3
60-66	228	1056.6	0.59	2.50	741	1852.8	570.1
66-72	181	621.0	0.68	3.29	451.1	1481.9	594.6
72-78	96	313.7	0.67	4.22	246.5	1039.9	405.0
78-84	16	148.7	0.39	5.31	144.9	770.1	85.0
84-	46	92.0	0.56	12.25	#) 164.3	2012.7	563.5
Total						26184.6	12977.2

columna	contenido
E	$\bar{w}(L1, L2) = q * [(L1 + L2) / 2]^b$
F	$\bar{N}(L1, L2) * \Delta t = [N(L1) - N(L2)] / Z$
G	$\bar{B} * \Delta t = \bar{w}(L1, L2) * [N(L1) - N(L2)] / Z$
H	$Y(L1, L2) = \bar{w}(L1, L2) * C(L1, L2)$
#)	$\bar{N}(L1, \infty) * \Delta t = N(84) / Z(84, \infty)$

En este contexto, una flota es un grupo de barcos con ciertas características comunes, como los artes de pesca, nacionalidad, etc. Para poder efectuar estos análisis se requiere disponer de estadísticas de pesca y distribuciones de frecuencias de tallas de cada una de las flotas, las que deben ser amplificadas a las capturas totales, efectuadas por las respectivas flotas para establecer la distribución de tallas global de cada una de ellas. Sólo entonces se pueden sumar, a cada talla, las frecuencias calculadas en las diversas flotas, para obtener así la distribución de frecuencias de tallas que representa a todas las flotas en operación.

Si se toma la ecuación de captura, Ec. 5.1.5, se tiene:

$$C = F \cdot \bar{N}$$

siendo \bar{N} el número medio anual de peces en la población con la edad o grupo de tallas especificado. Por conveniencia los índices de la edad o de las tallas, por ejemplo $N(t)$, $N(L)$, han sido omitidas. Al considerar la captura de n flotas, se tiene que:

$$\begin{aligned} C(1) &= F(1) \cdot \bar{N} \\ C(2) &= F(2) \cdot \bar{N} \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \\ C(n) &= F(n) \cdot \bar{N} \end{aligned} \quad (5.3.13a)$$

$$C = C(1) + C(2) + \dots + C(n); F = F(1) + F(2) + \dots + F(n)$$

Al dividir la Ec. 5.1.5 por la Ec. 5.3.13a y reordenar los términos se obtiene la mortalidad por pesca, originada por la flota i :

$$F(i) = F \cdot C(i) / C \quad (5.3.13b)$$

En la Tabla 5.3.5 se entrega un ejemplo de como se efectúa este sencillo procedimiento para realizar el análisis de cohorte basado en las tallas, con dos flotas que utilizan diferentes artes de pesca: una de ellas emplea redes de arrastre y la otra, redes de enmalle; ambas flotas utilizan tamaños de malla diferente, aunque existe uniformidad en las dimensiones utilizadas con cada arte de pesca. El vector

TABLA 5.3.5
Análisis de cohorte basado en las tallas, en el que se consideran dos flotas
 $M = 1$, $L_{\infty} = 25$ cm, $K = 0.4$, supuesto de F terminal = 1.4

grupo de talla cm L1-L2	número de peces*1000/año			fracción en		número de peces sobrevivientes (*1000) N(L1)	tasa de mortalidad por pesca		
	red de arrastre C(1)	red de enmalle C(2)	total C/C	red de arrastre C(1)/C	red de enmalle C(2)/C		total F	red de arrastre F*C(1)/C = F(1)	red de enmalle F*C(2)/C = F(2)
8-9	126	0	126	1.00	0	9945	0.091	0.091	0
9-10	200	0	200	1.00	0	8430	0.161	0.161	0
10-11	294	0	294	1.00	0	6989	0.271	0.271	0
11-12	360	0	360	1.00	0	5612	0.392	0.392	0
12-13	377	0	377	1.00	0	4334	0.503	0.503	0
13-14	351	11	362	0.97	0.03	3207	0.615	0.597	0.018
14-15	283	66	349	0.81	0.19	2256	0.795	0.644	0.151
15-16	194	195	389	0.50	0.50	1468	1.332	0.666	0.666
16-17	114	232	346	0.33	0.67	787	2.261	0.746	1.515
17-18	41	84	125	0.33	0.67	288	1.984	0.655	1.329
18-19	18	18	36	0.50	0.50	100	1.406	0.703	0.703
19-20	9	2	11	0.82	0.18	38.4	0.932	0.764	0.168
20-21	5	0	5	1.00	0	15.6	0.916	0.916	0
21-∞	3	0	3	1.00	0	5.14	1.400	1.400	0

de valores de F total para ambas flotas en forma combinada no es fácil de interpretar. Al separar la mortalidad por pesca producida por las redes de arrastre, F(1), de la originada por las redes de enmalle, F(2), se observa que F(1) aumenta hacia un valor asintótico, lo que indica la existencia de una curva de selección como la dibujada en la Fig. 4.5.3.1, mientras que los valores de F(2) tienen la forma de una campana.

Características básicas del análisis de cohorte basado en las tallas

El análisis de cohorte que utiliza las frecuencias de tallas está definido por las Ecs. 5.3.3 a 5.3.7 (véase la Tabla 5.3.3) y se le denomina “análisis de cohorte de Jones basado en las tallas” (Jones, 1976 y Jones y van Zalinge, 1981, descrito en Jones, 1984, y Pauly, 1984). Como ya se ha mencionado, el método se aplica, por lo general a “pseudocohortes”, lo que significa que se supone un sistema de parámetros constantes (en equilibrio). Para simular una situación de equilibrio es indispensable que los datos abarquen un período de tiempo relativamente largo (por ejemplo, uno o varios años) y de preferencia varios años completos.

Una muestra de frecuencias de tallas, recolectada durante un período de tiempo relativamente corto, no sirve. Un ejemplo de ello es la muestra de camarones obtenida en septiembre, la cual es presentada en la Fig. 3.4.2.6, que consta sólo de una cohorte. El método presupone que los ejemplares más grandes son también los más viejos, pero en este caso se supuso que todos los camarones, independientemente de la talla, tenían la misma edad. La pendiente descendente de esa muestra tiene que ver con la variación en las tasas de crecimiento individual, no con la mortalidad.

Es posible aplicar el método de Jones a una cohorte verdadera, pero eso implica que se cuente con la posibilidad de seguir una cohorte a través del tiempo, es decir, que se conozca su edad. Sin embargo, si este es el caso, conviene más usar el análisis de cohorte ordinario basado en la edad, puesto que no presenta problemas en relación con la conversión de las tallas a edades.

Como el análisis de cohorte de Jones basado en las tallas se fundamenta en el análisis de cohorte de Pope basado en la edad (Sección 5.2), tiene las mismas limitaciones. La aproximación al APV es válida para los valores de $F \cdot \Delta t$ hasta 1.2 y de $M \cdot \Delta t$ hasta 0.3 (Pope, 1972).

El uso del APV basado en las tallas, sin la aproximación del análisis de cohorte, no requiere más que un pequeño cambio en la formulación de las Ecs. 5.1.3 y 5.1.4. En primer lugar, el intervalo de tiempo de un año es reemplazado por Δt :

$$\frac{C(t,t+\Delta t)}{N(t+\Delta t)} = \frac{F(t,t+\Delta t)}{M+F(t,t+\Delta t)} * [\exp[(F(t,t+\Delta t) + M) \cdot \Delta t] - 1]$$

$$N(t) = N(t+\Delta t) * \exp[(F(t,t+\Delta t) + M) \cdot \Delta t]$$

Siendo la edad t correspondiente a $L1$ y la edad $t+\Delta t$ correspondiente a $L2$:

$$\frac{C(L1,L2)}{N(L2)} = \frac{F(L1,L2)}{M+F(L1,L2)} * [\exp[(F(L1,L2) + M) \cdot \Delta t(L1,L2)] - 1] \quad (5.3.14)$$

donde, al usar la Ec. 4.4.5.1:

$$\Delta t(L1,L2) = \frac{1}{K} * \ln \frac{L_{\infty} - L1}{L_{\infty} - L2}$$

$$N(L1) = N(L2) * \exp[(F(L1,L2) + M) \cdot \Delta t(L1,L2)] \quad (5.3.15)$$

Tanto en el APV como en el análisis de cohorte la mejor estimación del peso corporal en el grupo-plus se obtiene con la Ec. 8.3.6:

$$\bar{w}(L1, \infty) = Z * W_{\infty} * \left[\frac{1}{Z} - \frac{3 * S}{Z + K} + \frac{3 * S^2}{Z + 2 * K} - \frac{S^3}{Z + 3 * K} \right] \quad (5.3.16)$$

en la cual $Z = F(L1, \infty) + M$ y $S = 1 - L1/L_{\infty}$

El peso medio es dependiente de Z , debido al efecto de la mortalidad en la distribución de las frecuencias de tallas del stock: a mayor mortalidad más pequeños serán los peces. Esto tiene poca importancia cuando se trabaja con clases de tallas pequeñas. A esto se debe la simpleza de la fórmula aproximativa de la Ec. 5.3.11.

Programas computacionales

El programa "LCOHOR" del paquete para microcomputadores LFSA (Sparre, 1978) puede realizar el análisis de cohorte de Jones basado en las tallas que hemos descrito aquí. También los paquetes computacionales "COMPLEAT ELEFAN" (Gayanilo *et al.*, 1988) y FiSAT (Gayanilo *et al.*, 1995) contienen rutinas para un análisis basado en las tallas, similar al de LCOHOR.

(Véanse los **Ejercicios** en la Parte 2).

5.4 TÉCNICA DE REBANAR ("SLICING")

Usando los métodos basados en la edad, de las Secciones 5.1 y 5.2 se puede realizar fácilmente el seguimiento de una cohorte año tras año, a través de toda su vida, tal como se ilustra en la Tabla 4.4.1.1. Sin embargo, este no es el caso de los métodos, basados en las tallas, ya que el tiempo de permanencia en un grupo de tallas no es el mismo para todos los grupos. El análisis de cohortes y APV basados en las tallas manejan este problema analizando una pseudocohorte: una distribución de frecuencias de tallas promedio para un período en el cual ni el esfuerzo ni el tamaño de la malla han cambiado en forma apreciable. El período necesita que sea lo más largo posible, de manera que las posibles irregularidades en la curva de distribución de tallas se suavicen, especialmente aquellas que son causadas por el reclutamiento estacional como también aquellas causadas por variaciones anuales en el número de reclutas.

Cuando se obtienen muestras anuales para establecer la distribución de frecuencias de tallas, es deseable contar con registros en forma separada para cada año, a fin de identificar posibles variaciones en el reclutamiento y/o cambios en la mortalidad por pesca. Para poder lograr esto, los peces deben corresponder a grupos de edad que agrupe a los organismos que han nacido en un mismo lapso de tiempo, usualmente un año, si es que el desove se realiza anualmente. La talla de los peces de un año de edad, de dos años de edad, etc., se calcula a partir de los parámetros de crecimiento. Los peces cuya talla sea menor que la correspondiente a un año de edad, son remitidos al grupo 0, mientras que aquellos cuyas tallas se encuentren entre la talla correspondiente a un año y la de dos años se ubican en el grupo 1, y así sucesivamente. Algunas clases de tallas deberán ser distribuidas proporcionalmente entre dos grupos de edad. Si, por ejemplo, el intervalo de clase de talla es de 1 cm y los peces de 1 año de edad miden 12.6 cm, seis décimos de los peces en la clase de 12 a 13 cm son remitidos al grupo de edad 0 y los cuatro décimos restantes al grupo de edad 1. Si el intervalo de talla es de 6 cm con una clase de talla de 12 a 18 cm, entonces sólo una fracción de $0.6/6 = 0.1$ de los peces irá al grupo de edad cero, mientras que nueve décimos se agregarán al grupo de edad 1.

De este procedimiento, conocido como técnica de rebanar ("slicing"), existe una cantidad de variaciones, cuyos respectivos méritos no están aún del todo claro. Hay dos problemas principales que se deben considerar sobre este particular. Uno es que la edad real de los peces usualmente no se conoce. El análisis de cohorte basado en las tallas utiliza un valor arbitrario de t_0 (por lo general, cero) ya que no se emplean las edades exactas, sino sólo las diferencias de edad, Δt . Esto elimina el uso de t_0 . Con la técnica de rebanar ("slicing"), la elección de t_0 afecta a la distribución de los grupos de edad y al reclutamiento. Esto es un problema menor si se está analizando una pseudocohorte. Cuando se efectúa la técnica de rebanar ("slicing") en muestras de años sucesivos, es importante que todos los peces pertenecientes a una cohorte (clase anual) queden en el mismo grupo de edad: el grupo de edad 0 en un año, al grupo de edad 1 en el año siguiente, etc., y que estas cohortes no sean distribuidas en dos grupos de edad debido al "corte". Por este motivo, el valor de t_0 se debería escoger de forma

tal que si está presente una moda relevante en la curva de distribución de frecuencias de tallas, causada por una clase anual abundante, en lo posible quede constituyendo un sólo grupo de edad en los diferentes años considerados.

Aún realizando una cuidadosa elección de t_0 algunos peces terminan en un grupo de edad erróneo, debido a variaciones en el tamaño corporal de los peces dentro de una cohorte, tal como se ilustra, a modo de ejemplo en la Fig. 1.4.1. Tal vez el problema podría ser superado parcialmente, haciendo suposiciones acerca de la desviación estándar de las tallas de los peces dentro de una cohorte, de manera semejante a como se efectuó para los peces más pequeños al utilizar el método de Bhattacharya en la Sección 3.4. Debido a todos estos problemas, es difícil aventurar hasta que punto la técnica de rebanar ("slicing") reemplazará al análisis de cohorte basado en las tallas.

Ejemplo 20a: Técnica de rebanar ("slicing"), aplicada a la misma información utilizada en el ejemplo 20, Merluza de Senegal.

Las Tablas 5.4.1. y 5.4.2 consignan un ejemplo simple de un análisis de cohorte basado en la edad, efectuado posteriormente a haberse realizado el proceso de rebanar ("slicing"). Aquí se utiliza nuevamente la pseudocohorte de la merluza de Senegal, empleada anteriormente como ejemplo de un análisis de cohorte basado en las tallas. En dicho análisis se definió el reclutamiento como el número de peces que entra en el primer grupo de tallas, a los 6 cm de longitud y la elección de t_0 no tenía relevancia, razón por la cual en ese caso, t_0 fue dejado en cero. Sin embargo, utilizar $t_0 = 0$ en la técnica de rebanar ("slicing"), origina eventualmente una estimación poco útil del reclutamiento a una talla nominal a la edad cero. La edad estimada a los 6 cm (Tabla 5.3.2) era de 0.473 años. El adoptar $t_0 = -0.473$ le asigna la edad 0 a los peces de 6 cm.

De esta manera, el análisis de cohorte basado en la edad, que sigue a la técnica de rebanar ("slicing"), también le asigna el reclutamiento ($N(0)$) a los peces de 6 cm de longitud. La técnica de distribución de la captura en grupos de edad, mediante la técnica de rebanar ("slicing"), está ilustrada en la Tabla 5.4.1, para los primeros tres grupos de edad. Los resultados del análisis de cohorte basado

TABLA 5.4.1
Ejemplo de la técnica de rebanar ("slicing"). Los números de captura (en miles)
en las primeras hileras de la Tabla 5.3.1 se refieren en grupos de edad.
Compare los resultados con los obtenidos en la Tabla 5.4.2

edad t	talla a la edad	inter- valo de talla (cm)	fracción en el grupo más pequeño	captura total C(L1,L2)	captura por grupo de edad			
					L(t)#	L1-L2	0	1
0	6.00	6-12	1.0000	1823		1823		
1	17.81	12-18 18-24	(17.81-12)/6 = 0.9683 = 1.0000	14463 25227		14005	458 25227	
2	28.48	24-30 30-36	(28.48-24)/6 = 0.7467 = 1.0000	8134 3889			6073	2061 3889
3	38.14	36-42	(38.14-36)/6 = 0.3567	2959				1055
Captura total referida respectivamente a los grupos de edad 0, 1 y 2						15828	31758	7005

$$\# L(t) = 130 * [1 - \exp(-0.1 * (t+0.473))]$$

TABLA 5.4.2
Análisis de cohorte basado en la edad, siguiendo la técnica de rebanar
("slicing"). Pseudocohorte de la merluza de Senegal
(Tabla 5.3.1) $M = 0.28$

grupo de edad nominal	captura (miles)	número de peces a comienzos del año (miles)	mortalidad por pesca
t	$C(t,t+1)$	$N(t)$	$F(t,t+1)$
0	15828	99818	0.20
1	31758	61680	0.91
2	7005	19008	0.55
3	3426	8276	0.65
4	1044	3276	0.46
5	354	1569	0.30
6	227	878	0.35
7	144	466	0.44
8	64	227	0.40
9+	58	116 #	0.28

#) $N(9) = C(9+) * Z(9+) / F(9+)$ (Ec. 5.1.7)

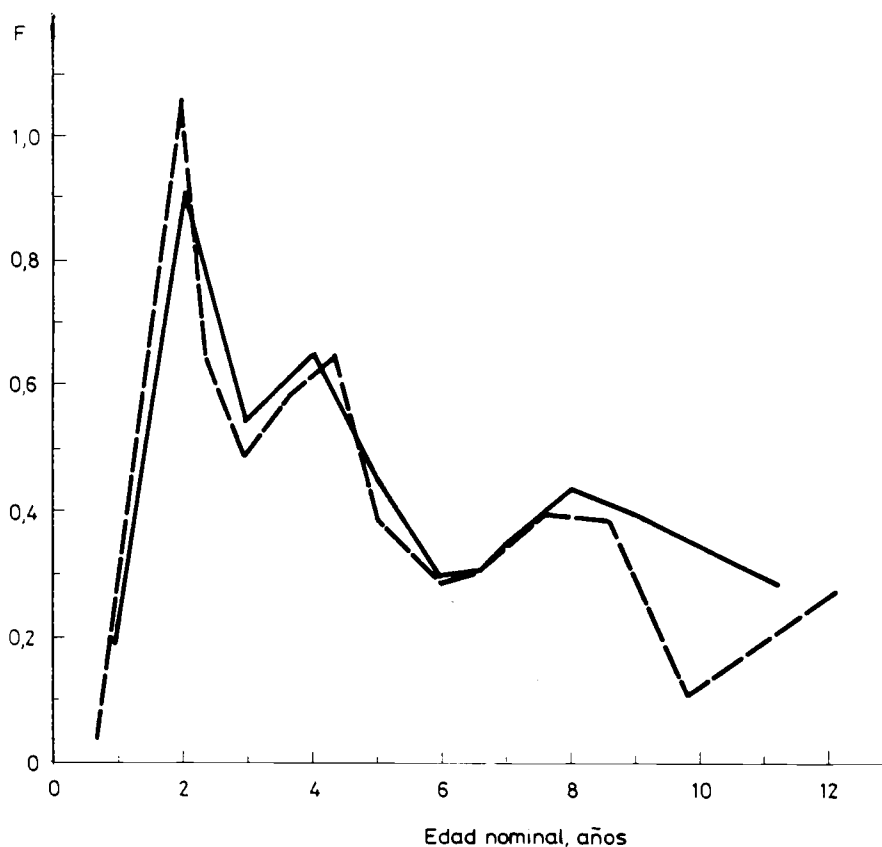


Fig. 5.4.1 Comparación de los estimados de F como función de la edad nominal, en el análisis de cohortes basado en la edad (línea segmentada) y la técnica de cortes (línea continua). Merluza de Senegal (Véanse las Tablas 5.3.2, 5.3.3 y 5.4.1).

en la edad, para todas las clases de edad, se encuentra en la Tabla 5.4.2. El reclutamiento a los 6 cm ($N(0)$) se estimó ahora en 99.8 millones de peces, contra los 98.9 millones del análisis de cohorte basado en las tallas; de allí que se considera que existe una concordancia razonable *entre ambos procedimientos*. Las mortalidades por pesca, estimadas por los dos métodos, son comparados en la Fig. 5.4.1. Los resultados son similares excepto para los peces más viejos, los cuales son los más escasos en las capturas.